PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO
BRUNO BONI DE OLIVEIRA

A INCERTEZA NA ECONOMIA DAS MUDANÇAS CLIMÁTICAS: teoria sob forte opacidade epistemológica

Rio de Janeiro
2013

BRUNO BONI DE OLIVEIRA

A INCERTEZA NA ECONOMIA DAS MUDANÇAS CLIMÁTICAS: teoria sob forte opacidade epistemológica

Trabalho de monografia apresentado à PUC-Rio como exigência parcial para obtenção de graduação em ciências econômicas.

Rio de Janeiro

2013

BRUNO BONI DE OLIVEIRA

A INCERTEZA NA ECONOMIA DAS MUDANÇAS CLIMÁTICAS: teoria sob forte opacidade epistemológica

Trabalho de monografia apresentado à PUC-Rio como exigência parcial para obtenção de graduação em ciências econômicas.

Aprovado em ____/____/____

EXAMINADORES

____

Professor Orientador: Sérgio Besserman Vianna

____

Professor Tutor: Carlos Viana de Carvalho

Rio de Janeiro

2013

RESUMO

As mudanças climáticas de origem antrópica representam o maior desafio da história da humanidade. Por se tratar de perturbações em um sistema complexo, o sistema climático do planeta, o aquecimento global flerta perigosamente com a possibilidade de cenários extremos, cujos possíveis impactos têm magnitude incerta e a probabilidade de resultados catastróficos é pequena, mas não desprezível. Algumas características específicas da questão climática apresentam importantes desafios tanto para ciência quanto para a economia. Sobretudo, o alto grau de incerteza na ciência do clima, no seu sentido mais profundo de “opacidade epistemológica”, que tem importantes implicações para a análise econômica das mudanças climáticas. Esta monografia faz um passeio pelos conceitos de risco e incerteza; diferentes classes de distribuições de probabilidades, explorando a questão de caudas gordas; o problema da indução; a distribuição gaussiana e as demais de caudas magras como uma visão de mundo; as distribuições “escaláveis” e a geometria fractal como outra visão de mundo; como a incerteza é levada em consideração pela teoria econômica neoclássica; uma pouco de climatologia, e como a incerteza é levada em consideração pela economia das mudanças climáticas.

ABSTRACT

Anthopogenic climate change poses the greatest challenge in history of mankind. The disturbance of a complex system, the planet's climate system, means that we may be playing with the possibility of low-probability, extreme-impact scenarios, whose possible outcomes have a non negligible probability of being catastrophic. Some specific features of the climate issue present significant challenges to both climate science and the economy. Especially, the high degree of uncertainty in climate science, in its most profound sense of "epistemological opacity", which has important implications for the economic analysis of climate change. This monograph is a trip through the concepts of risk and uncertainty; different classes of probability distributions; an exploration of fat tails; the problem of induction; the Gaussian and other thin tailed distributions as a worldview; scalable distributions and fractal geometry as another worldview; how uncertainty is taken into account by neoclassical economic theory; a little climate science, and how uncertainty is taken into account by the economics of climate change.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.. 7
1 RISCO X INCERTEZA.. 11
1.1 Da figueira de Odisseu a Frank Knight.................................... 11
1.2 O Que há em comum entre Platão e a Frank Knight?.............. 13
1.3 A incerteza do *nerd*.. 16
1.4 Mediocristão.. 17
1.5 Extremistão.. 18
1.6 De volta para o *nerd*.. 19
1.7 A grande fraude intelectual – a distribuição gaussiana............. 20
1.8 A Mandelbrotiana... 27
1.9 A Geometria fractal da natureza... 32
1.10 Um passeio gráfico entre uma distribuição gaussiana e uma escalável.. 35
1.11 As implicações práticas das diferenças entre a gaussiana e a Mandelbrotiana, e duas heurísticas simples para a detecção de Extremistão.. 38
1.12 Uma visão de mundo “gaussianizada”.................................... 43
1.13 A perniciosa “gaussianização” da economia e finanças.......... 48
1.14 Platonificação na economia, o caso mais geral...................... 51
2 INCERTEZA E A ECONOMIA DAS MUDANÇAS CLIMÁTICAS... 55
2.1 A ciência e o clima.. 55
2.2 A “incerteza” na economia das mudanças climáticas................ 60
2.3 A Incerteza Profunda na Economia das Mudanças Climáticas.. 62
CONCLUSÃO.. 76

INTRODUÇÃO

Uma imprescindível figueira esmagadora

Estamos diante de um desafio que precisamos enfrentar com urgência e tem escala e complexidade sem precedentes na historia da humanidade. A partir dos meados do século XVIII, o modelo de crescimento econômico baseado na industrialização e *consumismo*, junto ao progresso técnico-científico, trouxe extraordinários avanços à qualidade de vida, ainda que de forma severamente desigual. Porém, surgem sólidas evidências de que os impactos ambientais das nossas atividades já são severos em escala global, revelando espantosos limites para o modelo de desenvolvimento baseado no crescimento econômico. Essa constatação configura um verdadeiro “choque de realidade.” Em termos de qualidade e padrão de vida, esse modelo por várias gerações iluminou a esperança quanto ao futuro, mas agora passou a ser a principal ameaça para a realização deste sonho coletivo.

Usarei a seguir, metaforicamente, um dos fenômenos naturais mais poéticos que conheço: o desenvolvimento de algumas espécies de figueiras, conhecidas como “mata-pau” ou estranguladoras. As minúsculas sementes destas espécies, dispersadas por pássaros ou morcegos, germinam muitas vezes sobre outras árvores. No estágio inicial da vida de uma jovem figueira mata-pau, ela cresce lentamente como uma epífita (plantas que vivem sobre outras plantas). Protegida da queda de galhos e pisoteio que ocorrem no solo da floresta, ela faz uso da estrutura da árvore hospedeira como suporte e investe quase toda sua energia no crescimento de raízes. Após alguns anos suas raízes alcançam o solo, onde há maior disponibilidade de nutrientes, permitindo que engrossem e acelerem o crescimento. É o começo de um abraço mortal em sua hospedeira. O processo continua até que a figueira ganha de sua hospedeira a competição por espaço e por absorção de água e nutrientes do solo, matando a árvore que lhe serviu desde sua geminação.

Para superar os desafios da crise ambiental serão inevitáveis profundas mudanças globais, que serão transformacionais também para as ciências econômicas. Nessa disciplina, em 1971, o economista romeno Nicholas Georgescu-Roegen plantou o equivalente a nossa semente de figueira mata-pau. Hoje ainda uma plântula, desenvolvendo lentamente, é ideia de que o desenvolvimento socioeconômico está subordinado às leis da física. Georgescu-Roegen alertou para a implacável relação entre o crescimento econômico, maior complexidade no sistema e o aumento da entropia, uma medida de desordem em um sistema ou da quantidade de energia que não pode ser convertida em trabalho mecânico. Na física esta relação é conhecida como a segunda lei da termodinâmica. Pela primeira vez na história do pensamento econômico, foi questionado se há limites para o desenvolvimento via crescimento.

A relação entre a entropia e a economia foi resumida por José Eli da Veiga como:

> "as atividades econômicas gradualmente transformam energia em formas de calor tão difusas que são inutilizáveis. Para poder manter seu próprio equilíbrio, a humanidade tira da natureza os elementos de baixa entropia que permitem a compensação. O crescimento econômico moderno exigiu a extração da baixa entropia contida no carvão e no petróleo. Um dia certamente explorará de maneira mais direta a energia solar [virtualmente, fonte original de toda a energia do planeta]. Nem por isso poderá contrariar o segundo princípio da termodinâmica, o que tenderá a exigir a superação do crescimento econômico. Para Georgescu, algum dia a humanidade deverá compatibilizar seu desenvolvimento com a retração, isto é, com o decréscimo do produto. O oposto do sucedido nos últimos dez mil anos" (VEIGA, 2005).

O modelo de desenvolvimento atual, que se confunde com crescimento econômico e tem alto grau de entropia, é como árvore hospedeira, velha e doente, que pode tombar a qualquer momento. Será inevitável a migração para um novo modelo que supere o crescimento. Mas hoje ele ainda é uma minúscula plântula de figueira estranguladora, que ainda depende da hospedeira. Se conseguir se desenvolver a tempo, conseguirá envolver sua hospedeira e fixar suas raízes no solo, evitando que tombe junto com ela. As raízes em busca do solo são como o acordar da humanidade para a problemática ambiental: os avanços do conhecimento científico, a educação, o debate e até o desenvolvimento de novas tecnologias de baixo impacto ambiental. Será que um novo modelo de desenvolvimento, mais sustentável, irá conseguir se fixar no solo, antes que seja tarde demais? E conseguirá manter as atividades humanas de pé, enquanto estrangula, mata e substitui o modelo antigo, dominando-o como uma colossal figueira estranguladora?

Fig. 1 - O conjunto de raízes tabulares (sapopemas), cuja função é prover estabilidade, de uma imensa figueira esmagadora em seu último estágio de desenvolvimento. Ilha da Gipóia, Angra dos Reis. Imagem da coleção pessoal do autor, que se encontra na foto como referência de escala.

Entre as crises ambientais de escala global, como as mudanças climáticas, desertificação, perda de fertilidade dos solos, acidificação dos oceanos, sobrepesca, escassez de água potável, perdas na camada de ozônio e redução de biodiversidade, destaco a que considero merecer atenção diferenciada: as mudanças climáticas. Esse destaque pode ser justificado por três características inerentes ao problema: (1) alto grau de inter-relação entre essa e todas as outras crises; (2) é de difícil solução[1], pois exigirá esforços coletivos transformacionais para a “sociedade global” dentro de um curtíssimo espaço de tempo; e (3) por se tratar de perturbações em um sistema complexo, o sistema climático do planeta, as

[1] Economicamente, as decisões envolvem jogos com equilíbrios de Nash socialmente não-ótimos. Por exemplo, como o problema é agravado globalmente pela emissão de gases do efeito estufa em qualquer ponto do planeta (existe apenas uma atmosfera). Em uma economia globalizada, de nada adianta um país implementar medidas para desacelerar suas emissões se isto resultará em um aumento em outro, com políticas ambientais mais relaxadas.

mudanças climáticas flertam perigosamente com a possibilidade de cenários extremos, cujas probabilidades de ocorrência são desconhecidas. Este terceiro ponto será o foco desta monografia: a incerteza, no seu sentido mais profundo de “opacidade epistemológica” e sua implicação para a análise econômica da crise.

1 RISCO X INCERTEZA

1.1 Da figueira de Odisseu a Frank Knight

Ao navegar pelo estreito de Messina, Odisseu foi sugado pelo redemoinho do temível monstro marinho, Caríbdis, mas conseguiu se salvar ao agarrar-se às raízes de uma figueira selvagem que crescia no precipício da entrada da gruta da besta.

Quando Homero escreveu a Odisséia, ele jamais imaginava que este trecho de seu poema daria origem a uma palavra de extrema importância para a economia, finanças e a ciência em geral. A palavra raiz, em grego antigo *ριζα* (riza), passou a ser utilizada pelos romanos para designar precipício, pois a figueira de Odisseu crescia em um penhasco: *riscus*, em latim. O termo virou metáfora para "perigos de navegação", provavelmente ainda sobre a influência de Homero. No século XIII, *risco* passou a ser parte do vocabulário italiano, já no sentido de chance de perigo. A palavra começou a ser amplamente utilizada nas línguas neolatinas a partir do século XVI, como no francês *risque*. A relação do termo com o espaço físico foi abstraída provavelmente nas línguas ancestrais do alemão moderno, quando passou a significar ter coragem ou ousadia nas ambições dos negócios (DNV, 2013). Hoje, muito diferente da raiz da figueira, risco é mundialmente definido como a **probabilidade** de perigo, da ocorrência de algo desagradável ou de perdas financeiras. O termo é utilizado em uma imensa gama de áreas do conhecimento e atividades humanas.

Em grande parte das línguas, "risco" coloquialmente encontra como sinônimo perfeitamente intercambiável a "incerteza" (e até formalmente em alguns dicionários). Trivialmente, o significado é dado pelo prefixo de negação "in-" mais "certeza", ou seja, que não se pode ter certeza. A etimologia não é tão interessante quanto a de "risco". A palavra "certeza" tem sua origem também no grego antigo, *κρίνω* (crino), que significa escolher, selecionar, ordenar. Que, quando emprestado para o latim, "*cerno*" significa distinguir, discernir e ver. E mais tarde surgiu "*certus*", já com o mesmo significado da língua portuguesa: certo, resolvido ou determinado. Combinando o prefixo de negação "in-" com "*certus*", temos "*incertus*" que significa incerto, duvidoso, indecidido, **desconhecido e obscuro**. Atualmente, também com sentido universalmente similar, “incerteza” exprime as propriedades do que não é certo, que transmite dúvidas, é contingente ou aleatório.

O grande divisor de águas entre “risco” e “incerteza” veio em 1921, com a publicação do livro *Risk, uncertainty, and profit* pelo economista Frank H. Knight. O autor estava em busca de motivos que pudessem explicar a existência de lucros e prejuízos na economia real, enquanto a teoria econômica prevalecente previa lucro zero em mercados com concorrência perfeita. Antes de Knight, algumas teorias sugeriam que a discrepância entre os cenários projetados por expectativas e o futuro efetivamente materializado eram responsáveis pelas diferenças entre receitas e custos, gerando lucros ou prejuízos.[2] Uma espécie de risco que surgia da diferença entre expectativas e o mundo real. Porém, o economista considerou esta concepção demasiadamente generalizante, sugerindo restringir a definição de risco:

> It will appear that a *measurable* uncertainty, or "risk" proper, as we shall use the term, is so far different from an *unmeasurable* one that it is not in effect an uncertainty at all. We shall accordingly restrict the term "uncertainty" to cases of the non-quantitive type. It is this "true" uncertainty, and not risk, as has been argued, which forms the basis of a valid theory of profit and accounts for the divergence between actual and theoretical competition. (KNIGHT, 1921)

Em outras palavras, risco é algo que pode ser conhecido *a priori*. Isto só é possível quando o mecanismo que o gera é entendido (por exemplo, 50% em um jogo de cara ou coroa) ou estimado com base em evidência empírica e algumas hipóteses sobre o mecanismo gerador. Neste sentido, risco é algo cujas probabilidades e *payoffs* são mensuráveis ou no mínimo estimáveis com grande confiança. Isto permite que os agentes tenham uma grande capacidade de proteção, por exemplo, através de seguros. Já a incerteza não é mensurável, e portanto não pode ser quantificada e controlada através de proteções. A incerteza não poder ser conhecida *a priori*, pois é indeterminada por definição, nem mesmo a indução empírica permite inferir as suas propriedades, pois além do comportamento errático (não temos boas hipóteses sobre o mecanismo gerador), cada observação pode ser

---

[2] O leitor não técnico pode pular esta nota de rodapé, voltando depois de se familiarizar com conceitos apresentados mais adiante. Note que, pela lei dos grandes números, a diferença entre expectativas e a realidade não é uma boa explicação para lucro diferente de zero no longo prazo para o agregado, se o “risco” é regido por aleatoriedade do tipo suave, como a descrita por uma gaussiana. Pequenas diferenças entre o esperado e o materializado gerariam pequenos lucros e prejuízos com igual probabilidade que iriam convergir para média zero no longo prazo.

bastante única com propriedades radicalmente distintas. Agora já temos uma clara distinção entre risco e incerteza, pelo menos no sentido de Knight.

Curiosamente, a etimologia sugere que os significados mais arcaicos de incerteza, algo desconhecido ou obscuro, se aproximam mais das definições feitas pela distinção Knightiana. Algo mais profundo que um sinônimo intercambiável com risco, como é comumente usada no âmbito em que Knight desenvolveu suas definições: economia, fianças, negócios etc... Em suma, risco é *mensurável* ou *estimável* e incerteza é *desconhecida* por definição.

1.2 O Que há em comum entre Platão e a Frank Knight?

Imagine algumas pessoas que, por todas as suas vidas, estiveram acorrentadas a uma parede de uma caverna, de forma que só pudessem ver a parede vazia oposta. Tudo que estas pessoas podem ver são as sombras projetadas nesta parede, que têm origem em objetos que passam a frente de um fogo que está posicionado atrás delas. A visão das sombras é o mais próximo que os prisioneiros podem chegar de compreender o mundo, e provavelmente tomariam elas por objetos reais. Essa é a notória “Alegoria da Caverna” de Platão. Segundo o pensador, o filósofo é como um prisioneiro libertado que passou a entender que há muito mais para a verdade que as meras sombras, pois ao sair da caverna conheceu a realidade.

A alegoria da caverna está relacionada com a epistemologia contida na “Teoria das Formas” de Platão, em que o processo de obtenção de conhecimento se aproxima do mais alto grau de realidade no domínio das ideias (formas, no original), e não no domínio do mundo material sensível. Neste sentido, a maior parte das pessoas são, metaforicamente, prisioneiros na caverna. Para o filósofo, no mundo sensível as coisas não seriam distorcidas e imperfeitas, ao contrário do mundo das ideias onde as coisas são perfeitas e permitiriam a obtenção de conhecimento absoluto. Portanto, o conhecimento do mundo abstrato das ideias, como as formas geométricas perfeitas (triângulos, quadrados, círculos etc), seria libertador do aprisionamento da caverna e mais próximo da realidade. Essa epistemologia é razoável?

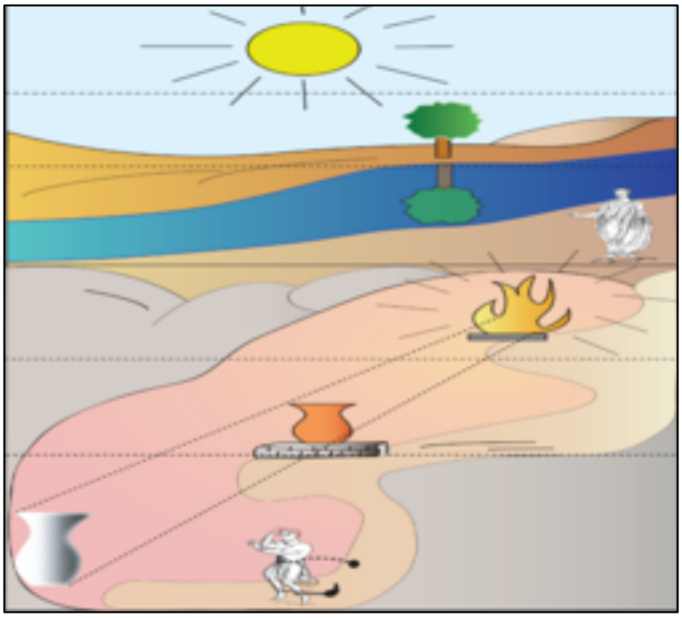

Fig. 2 - Alegoria da Caverna (GOTHIKA, 2008)

Platão, em uma mistura explosiva de ingenuidade e arrogância epistêmica, julgou que os homens (ou pelo menos os filósofos) têm a capacidade de compreender a realidade absoluta. Há aqui uma suposição de que é possível escapar da caverna, do mundo sensível para o mundo das ideias, onde reside a realidade. Primeiro, se a mente humana é um produto da complexidade do todo, como que a parte pode compreender o mecanismo desse todo? Podemos imaginar triângulos, ou até ponderar sobre ideias muito mais complexas, mas crer que isso nos aproxima da realidade última parece uma grande ingenuidade. Segundo, e mais grave, infelizmente não vivemos no mundo das ideias, mas sim no mundo sensível. Mesmo se conseguimos obter algum conhecimento "perfeito", este é, no máximo, uma pequena fração da realidade última.

Para nós, que não podemos conhecer o todo das verdades absolutas, o sensível sempre será imperfeito e com alto grau de aleatoriedade desconhecida: incerteza. O conhecimento que podemos obter através das abstrações que podemos fazer no campo das ideias será, na melhor das hipóteses, uma simplificação imprecisa do conhecimento absoluto da realidade. Portanto, para algumas coisas, aplicar o conhecimento simplificado em um domínio complexo e aleatório pode ser perigoso, muito perigoso!

Então, o que há em comum entre Platão e Frank Knight? Alguma dose de ingenuidade. Existe uma simplificação na distinção entre risco e incerteza que é gravíssima e perigosa. Infelizmente, para a maior parte dos problemas que enfrentamos na vida real, não é possível fazer uma boa estimação das probabilidades. Assim, praticamente não há risco Knightiano, mas apenas incertezas. Enfurecido, Nassim Nicholas Taleb, autor, filósofo, *trader* e professor de probabilidade e incertezas, metaforicamente chama esta simplificação (de que podemos conhecer as probabilidades na vida real) de *platonificação*: as verdadeiras distribuições de probabilidade são tão desconhecidas para nós, como o mundo real para os prisioneiros da caverna. Mais especificamente, Taleb cunhou o termo "falácia lúdica" para descrever este tipo de platonificação – do Latim, *ludus*, significa jogo.

> "In real life you do not know the odds; you need to discover them, and the sources of uncertainty are not defined. Economists, who do not consider what was found by noneconomists worthwhile, draw an artificial distinction between Knightian risk (which you can compute) and Knightian uncertainty (which you cannot compute), after one Frank Knight, who rediscovered the notion of unknown uncertainty and did a lot of thinking but perhaps never took risks, or perhaps lived in the vicinity of a casino. Had he taken financial or economic risk he would have realized that these "computable" risks are largely absent from real life! They are laboratory contraptions." (TALEB, 2010).

A alfinetada de Taleb, "talvez ele [Frank Knight] morava perto de um cassino", se refere ao fato de que jogos têm as probabilidades conhecidas, portanto, as incertezas que surgem são "*esterilizadas* ou domesticadas" ou Gaussianas, como veremos na próxima seção – podem ser tratadas como risco. Nem o apostador mais sortudo do mundo pode afetar a lucratividade de um cassino no longo prazo já que as regras, e portanto as probabilidades, dos jogos são desenhadas e fixas para que as improváveis grandes perdas (do ponto de vista do cassino) sejam insignificantes dentro da soma de um grande número de resultados positivos para a casa. Assustadoramente, estatísticos e economistas tratam boa parte do mundo real como tendo propriedades probabilísticas que se comportam como as do mundo dos jogos – uma falácia lúdica.

1.3 A incerteza do *nerd*[3]

Tente relembrar as aulas de probabilidade que teve ainda na escola. Provavelmente o professor tentou cativar sua atenção fazendo algum jogo ou usando exemplos envolvendo moedas, dados ou cartas. Como introdução para a matéria, esses exemplos são ótimos pela simplicidade que apresentam. São processos aleatórios gerados a partir de regras simples de serem entendidas. Até os alunos que seguem para a faculdade e doutorados continuam fazendo uso dos mesmos exemplos, ou trabalhando com teorias firmemente ancoradas na falácia lúdica. Ainda hoje, quase 100 anos depois da distinção de Knight, ainda estudamos "escolha sob *incerteza*" em microeconomia usando exemplos do tipo "Joãozinho lucrará X dólares, com probabilidade 2/3, e Y dólares com probabilidade 1/3." Ora, estes exercícios são claramente escolha sob *risco*, não incerteza. Ainda pior, na maior parte das escolhas na vida real nós não conhecemos as probabilidades. O problema não é grave nessa pequena confusão contida nos modelos e nos exercícios, mas é gravíssimo quando começamos a confundir a realidade imaginada com o real *de facto.*

> "Those who spend too much time with their noses glued to maps will tend to mistake the map for the territory. […] I recently looked at what college students are taught under the subject of chance and came out horrified; they were brainwashed with this ludic fallacy and the outlandish bell curve [4]. The same is true of people doing PhD's in the field of probability theory ." (TALEB, 2010).

Mais tecnicamente, no mundo dos jogos, as distribuições de probabilidade são muito próximas ou exatamente Gaussianas – e pelas suas propriedades, é seguro tratar a incerteza como risco knightiano, mensurável ou estimável, como veremos mais à frente. Acontece que jamais conheceremos as reais distribuições de probabilidade para a maior parte das coisas do mundo real, e ainda mais, veremos que elas deixam pistas de que seguem uma lógica muito diferente do mundo gaussiano. Tratar o mundo real como gaussiano é uma ingênua e perigosa platonificação do mundo, ou como Nassim cunhou: "uma falácia lúdica, que trata o

---

[3] Título emprestado da seção *The uncertainty of the nerd*, contida no capítulo nove de Taleb (2010).

[4] Em inglês, *bell curve* é um sinônimo para curva normal ou gaussiana

complexo mundo real com métricas que funcionam bem apenas para jogos simples". O assunto se torna realmente grave quando passamos a usar testes estatísticos, modelos, e a fazer outros cálculos que funcionam muito bem *apenas* no mundo platonificado, para problemas da vida real.

1.4 Mediocristão

Podemos perfeitamente entender alguns pontos centrais para esta discussão de forma intuitiva, antes de fazer comentários mais técnicos sobre distribuições de probabilidade.

Vamos fazer um pequeno exercício mental. Imagine que você recrute pessoas selecionadas aleatoriamente da população geral para encher o Maracanã. Você pode até incluir vascaínos na sua amostra (mas não muitos em consideração aos outros selecionados), flamenguistas, não flamenguistas e pessoas que nem sabem o que é futebol. Agora imagine a pessoa (real) mais gorda que você já viu e inclua esta pessoa na sua amostra. Vamos supor que o peso dessa pessoa seja quatro vezes a média nacional, entre 240-280kg, pois sabemos que a média brasileira está entre 60 e 70kg e que, após a reforma para a Copa do Mundo de 2014, a capacidade do Maracanã foi reduzida para 78.838 pessoas. Essa pessoa extremamente gorda representaria apenas aproximadamente 0.005% do peso total da amostra. Mesmo se adicionássemos um recordista mundial de obesidade, como Manuel Uribe que chegou a pesar quase 600kg em 2006, seu peso representaria aproximadamente míseros 0.01% do peso total. Repita o mesmo exercício para praticamente qualquer medida biológica, como altura, e você chegará a resultados semelhantes.

Estamos em um domínio onde eventos particulares não contribuem significativamente sozinhos para o todo. Domínio o qual, passaremos a chamar, na terminologia de Taleb (2010), de "território de Mediocristão". Taleb escreveu que a lei suprema em Mediocristão é: "quando a sua amostra é grande, nenhuma observação única vai significativamente alterar o agregado ou o total" (TALEB, 2010). Em Mediocristão a média (ou o medíocre) impera – as observações se concentram em volta dela. Os desvios extremos da média são tão raros e suas probabilidades tão baixas que podemos, na prática, os considerar como inexistentes sem grandes consequências. Parece haver limites naturais. Uma breve lista de coisas que parecem ser aproximadamente de Mediocristão, tomando alguns exemplos emprestados de Taleb: altura, peso, consumo de calorias, renda de dentistas, renda de prostitutas, QI, alguns jogos, erros de medição, pressão arterial, alturas de árvores, entre outros.

1.5 Extremistão

Agora vamos deixar o peso e olhar para a riqueza dos indivíduos que lotaram o Maracanã. Vamos adicionar nesta amostra o novo homem mais rico do Brasil, após a dramática queda no *ranking* de Eike Batista: Jorge Paulo Lehman, um dos principais acionistas da AB InBev. Segundo a mídia, a fortuna de Lehman é em torno de 18 bilhões de dólares. Segundo estimativas da ONU, em 2000 o patrimônio médio dos brasileiros era de U$9.566,00.[5] Vamos supor, grosseiramente, que atualmente o patrimônio médio dos brasileiros é de U$15.000,00. Assim, Jorge Paulo Lehman, sozinho, representaria várias vezes a soma da riqueza de todos os outros. O Maracanã cheio, teria uma riqueza acumulada de apenas aproximadamente 6.6% da fortuna de Lehman, uma figura que pode, não tão raramente, ser a variação mensal de sua carteira de investimentos. Se as propriedades estatísticas da relação da fortuna de Lehman com a média brasileira fosse aplicada ao exemplo do peso, ele seria um homem de 84 milhões de kg (1.2 milhões de vezes a média)!

Logo, Extremistão é um território radicalmente diferente, onde segundo Taleb (2010): “as desigualdades existem de forma que uma única observação pode disproporcionalmente impactar o agregado, ou o total.” No domínio de Extremistão, a média não é muito representativa, sendo os desvios extremos da média significativamente importantes para explicar o todo. Uma breve lista de coisas que parecem ser de Extremistão, tomando novamente alguns exemplos emprestados de Taleb: riqueza, renda, venda de livros por autor, venda de CDs por artista, salário de um ator, população de cidades, uso de palavras em um vocabulário, acessos a páginas individuais da internet, mortes em guerras, mortes por ataques terroristas,

[5] São os dados mais recentes e de uma fonte razoavelmente crível que pude encontrar.

tamanho de planetas, tamanho de empresas, variações no mercado financeiro (como variações dos preços de ações e commodities), taxas de inflação e grande parte das variáveis econômicas... A lista de Extremistão é *bem* maior que a de Mediocristão, na verdade, é uma tarefa bastante desafiadora achar exemplos que se encaixem rigorosamente na definição de Mediocristão.

1.6 De volta para o *nerd*

O que tem Extremistão e Mediocristão a ver com a falácia lúdica? As propriedades de Mediocristão permitem usar ferramentas simples que funcionam muito bem com o tipo de incerteza "esterilizada" ou "domesticada" que é encontrada neste domínio. As variações extremas são tão raras em Mediocristão, que podemos considerá-las inexistentes. É essa incerteza "comportada" no domínio de Mediocristão que permite usar ferramentas matemáticas simples e fazer duas coisas,: estimar com razoável precisão a distribuição de probabilidades e ter a certeza de que pequenos erros serão virtualmente inconsequentes. Portanto em Mediocristão, podemos tratar a incerteza como risco.

Porém, para a incerteza "selvagem" de Extremistão, estas ferramentas simples não funcionam. Tratar o mundo como se apenas houvesse o domínio de Mediocristão, que na verdade é muito restrito, é uma platonificação grave e recorrente nos mais variados campos do conhecimento. É tratar a vida real como se ela fosse um ambiente controlado, como o dos jogos: uma perigosa falácia lúdica. Felizmente, nem todo matemático, estatístico ou economista é vitima da falácia lúdica. Alguns caem nela por falta de questionamento, pois a corrente de pensamento dominante é vítima dela. Outros provavelmente por "tentação", pois a utilização dessas ferramentas de Mediocristão permitem uma enorme simplificação da matemática envolvida.

1.7 A grande fraude intelectual[6] – a distribuição gaussiana

Agora que já descrevemos os dois domínios de aleatoriedade intuitivamente, Extremistão e Mediocristão, podemos fazer as definições mais técnicas. A distribuição de probabilidade[7] – que retrata Mediocristão – é chamada de normal, distribuição de Gauss ou gaussiana (e sua família). Na outra categoria, que descreve melhor o tipo de incerteza encontrado em Extremistão: escaláveis, invariantes de escala, leis de potência, lei de Pareto-Zipf, lei de Yule, Pareto-estáveis, Levy-estáveis, alfa-estáveis, leis de fractais e, para Taleb, distribuição Mandelbrotiana.

A principal característica da distribuição gaussiana, como vimos na descrição de Mediocristão, é que a maior parte das observações estão em torno da média. A probabilidade de grandes desvios diminui cada vez mais rápido ao nos afastarmos da média, de forma exponencial. Para ênfase, repito em outras palavras menos técnicas: a propriedade da distribuição normal mais importante para este trabalho é que a velocidade de decaimento das probabilidades é *dramática* quando nos afastamos da média.

Vamos analisar este decaimento com um exemplo aproximado (para simplicidade), como feito por Taleb (2010). É uma excelente forma de mostrar a propriedade pois, como veremos, a visualização gráfica tem algumas complicações. Assuma que a média de altura global (homens e mulheres saudáveis) é de 1.67m e que o desvio padrão é 10cm (denotado σ em estatística, uma medida matemática para quão dispersos são os dados). Vamos fazer agora incrementos de 10cm (o desvio padrão, σ) a partir média, e observar como as probabilidades de encontrar alguém mais alto que estes valores decaem dramaticamente:

---

[6] Em seu livro *The Black Swan: the impact of the highly improbable*, Nassim Nicholas Taleb intitulou seu capítulo sobre a distribuição Gaussiana de “The Bell Curve, That Great Intellectual Fraud”. (TALEB, 2010)

[7] Uma distribuição de probabilidade descreve a chance que uma variável pode assumir algum valor para todo um intervalo de possíveis valores. Usualmente a função é expressa graficamente com domínio (eixo horizontal) representando os valores que variável pode assumir e a imagem (eixo vertical) representando as probabilidades associadas a cada valor do domínio. É importante notar que, por definição, a soma de todas as probabilidades associadas a todos os possíveis valores é necessariamente igual a um – portanto a integral para todo o intervalo de valores possíveis (a área embaixo da função) é igual a um.

Pelo menos 1 desvio padrão, 10cm mais alto que a média (ou seja, maior que 1.77m): 1 em 6.3;

pelo menos 2 desvios padrão, 20cm mais alto que a média (ou seja, maior que 1.87m): 1 em 44;

pelo menos 3 desvios padrão, 30cm mais alto que a média (ou seja, maior que 1.97m): 1 em 740;

pelo menos 4 desvios padrão, 40cm mais alto que a média (ou seja, maior que 2.07m): 1 em 32.000;

pelo menos 5 desvios padrão, 50cm mais alto que a média (ou seja, maior que 2.17m): 1 em 3.500.000;

pelo menos 6 desvios padrão, 60cm mais alto que a média (ou seja, maior que 2.27m): 1 em 1.000.000.000;

pelo menos 7 desvios padrão, 70cm mais alto que a média (ou seja, maior que 2.37m): 1 em 780.000.000.000;

pelo menos 8 desvios padrão, 80cm mais alto que a média (ou seja, maior que 2.47m): 1 em 1.600.000.000.000.000;

pelo menos 9 desvios padrão, 90cm mais alto que a média (ou seja, maior que 2.57m): 1 em 8.900.000.000.000.000.000;

pelo menos 10 desvios padrão, 100cm mais alto que a média (ou seja, maior que 2.67m): 1 em 130.000.000.000.000.000.000.000;

saltando para 20 desvios...

pelo menos 200cm mais alto que a média (ou seja, maior que 3.67m): 1 em 36.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000 = $3.6x10^{88}$.

Mais uma vez, o principal ponto desta lista é destacar a velocidade do decaimento das probabilidades ao nos afastarmos da média. Note que ao pularmos de 6 para 7 desvios (60cm para 70cm mais altos que a média) a probabilidade de achar uma pessoa mais alta que 2.27cm é de 1 em 1 bilhão, caindo para 1 em 780 bilhões quando o corte é 2.37 (estatisticamente, precisaríamos da população de 111 planetas para esperar achar uma pessoa maior que isso). Apenas 27 homens foram registrados em toda história como sendo maiores que 2.37m – *todos* dos quais é possível obter informação confiável sofriam de alguma condição médica.[8] É justamente essa tremenda velocidade da queda das probabilidades que nos permite ignorar grandes desvios. Apenas a distribuição normal (ou gaussiana) e sua família não-escalável apresentam tamanha velocidade de declínio nos extremos.

Essas propriedades de Mediocristão permitem domar a incerteza quando computamos médias de um grande número de observações. Em estatística, essa propriedade é chamada de “Lei de Grandes Números” (de Bernoulli): ao aumentarmos o tamanho da amostra, a média aritmética observada converge para a esperada.

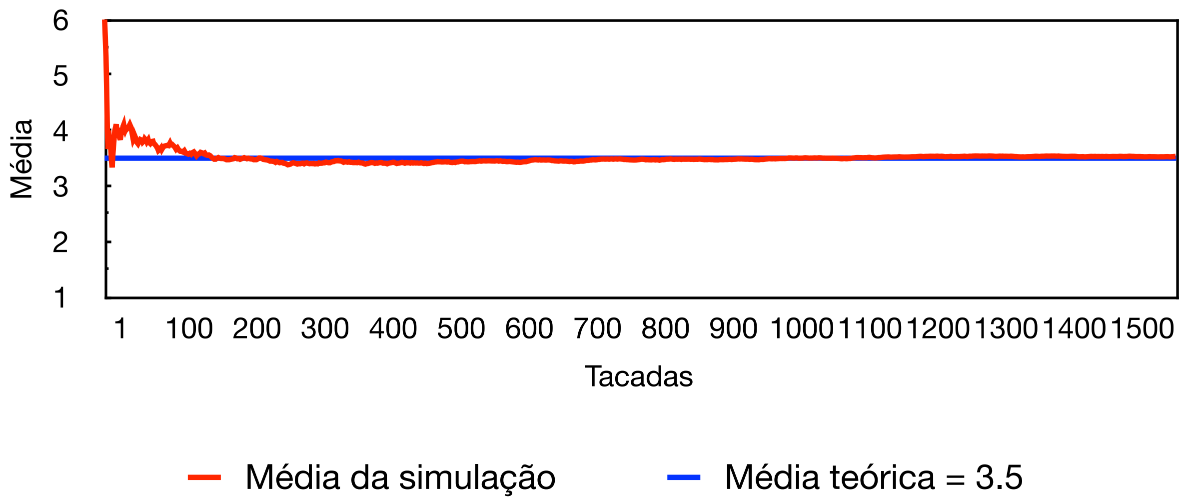

Fig 3 - Lei dos Grandes Números: Em vermelho, a média de resultados 1600 tacadas de um dado simuladas em computador (pseudoaleatórias). Em azul, a média teórica esperada do exercício. Note que, quanto maior o número de tacadas, a média do jogo tende a convergir para 3.5, a esperança teórica.[9]

Mas de onde vem a distribuição gaussiana? Vamos agora ver uma forma simples e intuitiva de derivar a distribuição gaussiana. Suponha que esteja participando de um jogo de cara ou coroa e, caso acerte, você ganha 1 real; caso erre, perde um real. A cada rodada vamos ver a possibilidades dos ganhos acumulados.

---

[8] Segundo o Guinness World Records, o americano Robert Wadlow foi o homem mais alto do mundo com 2.72m - ele sofria de hyperplasia da glândula pituitária, provocando níveis anormais de hormônio do crescimento no corpo.

[9] Note como o exemplo é lúdico, podendo levar o pensador incauto a cair na falácia lúdica. As observações estão limitadas, pela natureza do dado, entre 1 e 6. Se estivéssemos lidando com um processo aleatório de Extremistão, qualquer observação que tivesse relação similar com a média que tem a fortuna de Jorge Paulo Lehman, comparada à média de patrimônio dos brasileiros, o gráfico quebraria repentinamente a sua convergência para a média esperada. Mais tecnicamente: a lei dos grandes números não funciona para o tipo de aleatoriedade de Extremistão.

Na primeira tacada, você ganha ou perde 1 real com probabilidade de 50%. Na segunda tacada, cada possibilidade da primeira bifurca em mais duas possibilidades, somando quatro possibilidades com igual probabilidade: ganha-ganha, ganha-perde, perde-ganha e perde-perde. Neste ponto, podemos agrupar como uma situação onde o ganho é de 2,00 reais, 2 situações onde o ganho é zero e uma situação onde a perda é de 2,00 reais. Repetindo o jogo mais uma vez, teremos oito situações possíveis de igual probabilidade, agrupando: uma situação com ganho de 3,00 reais; uma situação com perda de 3,00 reais; 3 situações de perda de 1,00 real; e o ganho de 1,00 real ocorre uma vez. Na quarta jogada, teríamos 16 situações possíveis de igual probabilidade, agrupando: um caso de ganho de 4,00 reais; um caso de perda de 4,00 reais; quatro casos de ganho de 2,00 reais; quatro casos de perda de 2,00 reais e seis casos de ganho zero. E por aí vai o processo... Note que os ganhos e perdas máximas tendem a ficar cada vez mais raros em relação ao número de resultados possíveis. Se fizermos um histograma com os possíveis resultados, veríamos que a cada nova tacada estaríamos desenvolvendo uma figura que parece um sino.[10]

Levando o número de tacadas por rodada ao infinito e fazendo o tamanho da aposta infinitesimalmente pequeno, deixamos o mundo discreto e passaríamos a ter uma curva suave: a distribuição normal ou gaussiana. Formalmente, o processo que descrevemos acima é uma demonstração do “Teorema do Limite Central” (ou “Teorema Central do Limite”), segundo o qual, de forma mais geral, quando o tamanho (n) de uma amostra aleatória tende a infinito, a distribuição amostral da média converge para a distribuição normal.

O teorema do limite central tem uma história curiosa de esquecimento no tempo. O primeiro trabalho nas linhas do teorema foi apresentado pelo matemático francês Abraham de Moivre que, em 1733, fez uso da distribuição normal para estimar a probabilidade do número de caras resultantes de muitas repetições de lançamentos de uma moeda não viciada. Esse pensamento era tão à frente de seu tempo que quase foi esquecido, até que o grande matemático, também francês, Pierre Simon de Laplace resgatou a ideia na obra *Théorie des analytique probabilités* (1812). Laplace aproximou a distribuição normal a partir da distribuição binomial, adicionando ao trabalho de De Moivre. Assim como os achados de De

---

[10] Por este motivo, em inglês a gaussiana é também conhecida como “bell curve”.

Moivre, o trabalho de Laplace também recebeu pouca atenção durante sua vida. Foi somente no final do século XIX que a real importância do teorema recebeu a merecida atenção. Em 1901, o matemático russo Aleksandr Lyapunov apresentou a primeira prova matemática formal, e explicitou seu funcionamento matemático. Hoje, o teorema do limite central é (não oficialmente) considerado o soberano da teoria da probabilidade (HENK, 2004, p. 169).

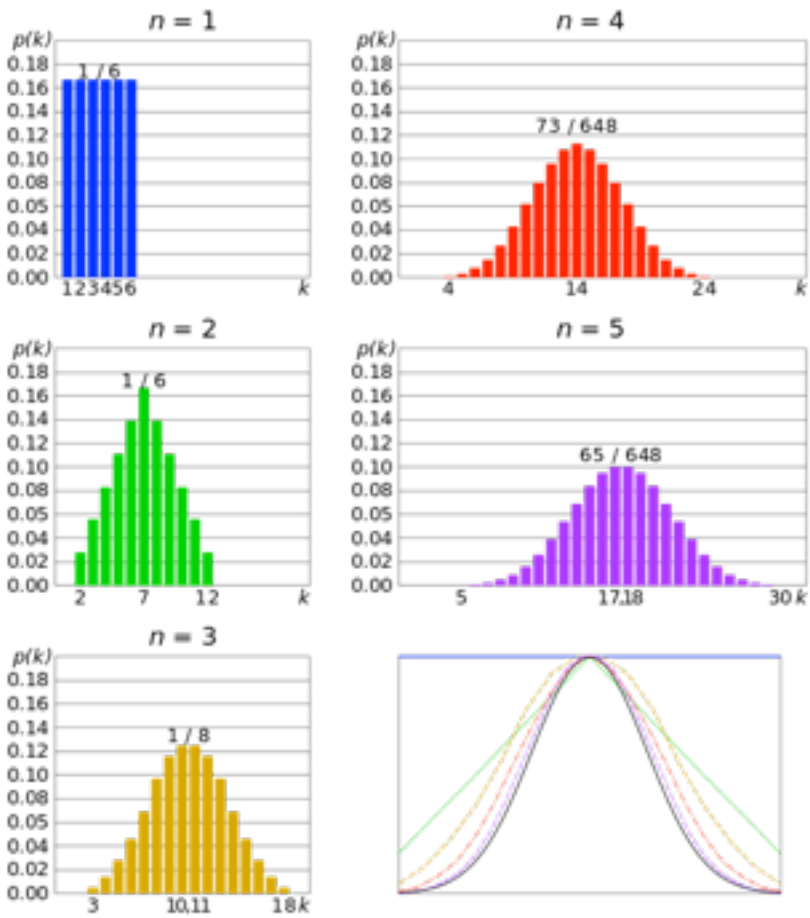

Fig. 4 - Comparação dos histogramas de densidade de probabilidade, p(k), para a soma de *n* dados mostrando a convergência para a distribuição “proto” gaussiana com o aumento de *n*, de acordo com o que prevê o teorema central do limite. No gráfico inferior à direita, perfis suavizados e escalados dos gráficos anteriores, superpostos e comparados com a distribuição normal, em preto (CMGLEE).

Mas por que o nome “teorema do limite central”? O termo, em alemão *Zentraler Grenzwertsatz*, foi cunhado pelo matemático e autor, George Pólya, em 1920, no título de um artigo. Pólya utilizou a palavra "central", com o objetivo de comunicar a importância do teorema para a teoria da probabilidade (LE CAM, 1986). Por outro lado, de acordo com o matemático e estatístico francês Lucien Le Cam (1986), a escola francesa de probabilidade interpreta a palavra “central” no sentido de que "ele descreve o comportamento do centro da distribuição, em detrimento das suas caudas.[11]"

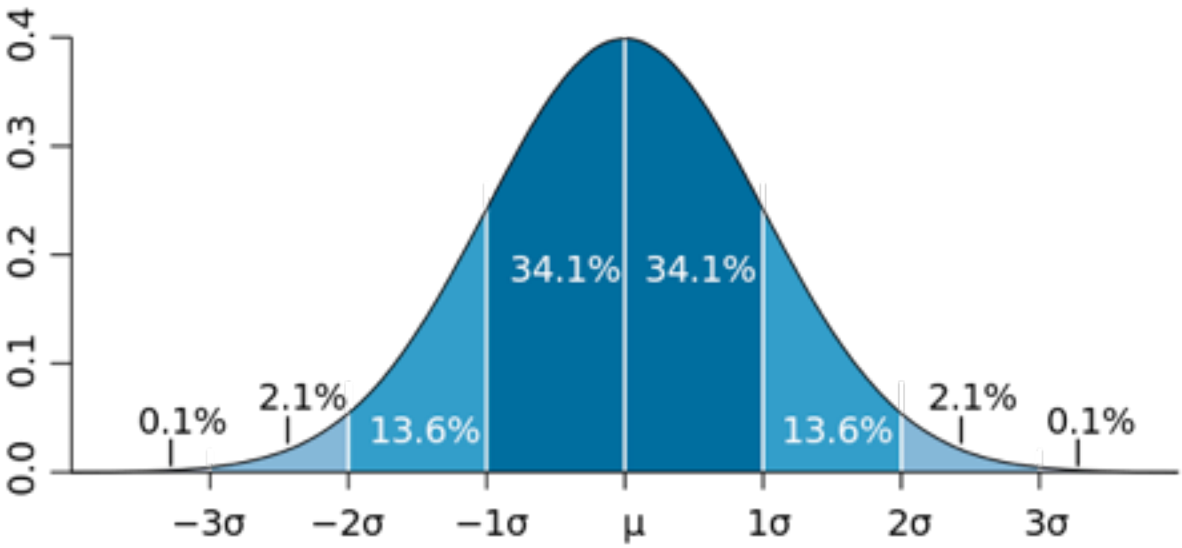

Fig. 5 - Distribuição Normal Padrão. Aproximadamente 68% da área está dentro do limite de um desvio padrão (σ) da média (azul mais escuro); aproximadamente 95% dos valores estão afastados até 2σ (azul mais escuro mais azul médio claro); e aproximadamente 99.7% até 3σ (todos os tons de azul somados)

Região (entre -σ e +σ)	***Prob. de estar entre [Área (%)]***	***Prob. de estar fora [Área (%)]***
-1 e 1	68.2689492	31.7310508
-2 e 2	95.4499736	4.5500264
-3 e 3	99.7300204	0.2699796
-4 e 4	99.9936658	0.0063342
-5 e 5	99.9999427	0.0000573
-6 e 6	99.9999998	0.0000002

Tabela 1 - A distribuição normal em números

Note que tanto o "Teorema do Limite Central" quanto a "Lei dos Grandes Números", têm algo em comum: o objetivo de entender o que acontece com a média amostral quando o número de observações tende a infinito ($n \to \infty$). Outra forma de

[11] As caudas são os extremos de uma distribuição de probabildiade. Utilize a a Fig. 5, para observar o afinamento da distribuição em ambos os extremos. É estre "afinamento" similar a uma cauda que levou as regiões dos extremos a serem conhecidas no jargão estatístico como "caudas".

dizer isso é que são regras de convergência segundo a teoria assintótica[12]. Ou seja, uma boa aproximação de seus resultados só ocorre quando o número de observações for muito grande, e são apenas "verdades" matemáticas no limite: quando o número de observações tende a infinito. Porém, para um número finito de observações eles nos dão aproximações que são razoáveis apenas se o número de observações for muito grande. Mais especificamente para um número finito de observações, a convergência para a normal do Teorema Central do Limite é razoável apenas para a região perto do pico da distribuição estimada (perto da média), mas requer um número de observações muito grande (geralmente impraticável) para que esta aproximação razoável estenda para os extremos da distribuição. Um dos motivos para isso é que os eventos extremos são raros, levando a possíveis problemas de erro de amostragem. Para um amostra aleatória, por definição teremos menos eventos extremos que os eventos agrupados perto da média, limitando a capacidade de fazer uma boa estimação das regiões mais afastadas da média das distribuições.[13]

Apenas duas informações são necessárias para construir uma distribuição Gaussiana, a média (μ) e a variância (σ^2, o quadrado do desvio padrão), também conhecidos como o primeiro e o segundo momentos. Portanto, a notação mais utilizada para designar uma distribuição normal é $N(\mu,\sigma^2)$. Para alguns casos, como os de Extremistão, as variáveis aleatórias podem ter média e variância infinitos, também chamados de primeiro e segundo momentos inexistentes. Nestes casos, a convergência assintótica para um grande número observações dá origem a uma outra classe de distribuições, como veremos a seguir. Superficialmente estas podem parecer bem similares, mas metaforicamente podemos falar que são matematicamente de outro planeta.

---

[12] Algo que tem comportamento "assintótico" torna-se cada vez mais exato quando uma variável se aproxima de um limite, geralmente infinito. No caso da lei dos grandes números, a média de observações de uma variável aleatória tende para a média real do universo, quando o tamanho da amostra tente a infinito. Para o do teorema central do limite, a distribuição de probabilidade tende para uma gaussiana quando as observações tendem a infinito [se a real distribuição da variável for gaussiana].

[13] Note aqui mais uma propriedade matemática que afasta as possibilidades reais da teoria, obrigando o sujeito que usa a estatística gaussiana a platonificar. No mundo real, por limite de tempo, recursos ou disponibilidade de dados, somos quase sempre obrigados a trabalhar com tamanhos pequenos de amostras, bem longe de serem considerados razoáveis para boas aproximações, no sentido da "Lei dos Grandes Números" e do "Teorema Central do Limite". Ou seja, não vivemos na assíntota. Frequentemente, em cursos de estatística, os professores estipulam um número mágico, como $n=30$, como sendo suficientemente grande para permitir boas aproximações. É claro que isto só faz sentido se algumas fortes hipóteses sobre a natureza das variáveis forem feitas *a priori*, como crer que elas têm comportamento de Mediocristão (muitas vezes uma forte Platonificação): uma "casca de banana" para cair na falácia lúdica.

1.8 A Mandelbrotiana[14]

Segundo o matemático e uma das mais importantes figuras na história do pensamento, Benoit Mandelbrot, a gaussiana representa uma forma conveniente de ver o mundo. É a visão de Mediocristão. Mas esta não é a única visão existente, como seria uma descrição mais formal de Extremistão. Ainda no século XIX, o matemático francês Augustin-Louis Cauchy apresentou uma percepção de mundo bastante complicada, que intuitivamente pode parecer surrealista e artificial, porém um olhar mais profundo revela ser uma descrição muito mais fiel a algumas coisas da realidade. Mandelbrot (2004) sugere o seguinte exercício para retratar esta visão: imagine um arqueiro com os olhos vendados tentando acertar uma mira que é colocada em um muro infinitamente longo. Sem enxergar, ele atira aleatoriamente para todos os lados e erra na maior parte das vezes. Vamos ignorar os casos nos quais ele atira no sentido oposto do muro, que representam metade dos tiros. Em muitas das flechadas, sua mira será tão ruim que ele atirará quase paralelamente ao muro e, imaginando um ambiente sem atrito com o ar, as suas flechas poderiam atingir distâncias muito grandes, até infinitas, do alvo.

Se as flechadas do arqueiro obedecessem a uma distribuição gaussiana, muitos acertariam regiões próximas do alvo e muito poucos acertariam regiões bem afastadas do alvo. Seria possível calcular uma média e o desvio padrão das flechadas, pois nem o maior dos erros seria capaz de alterar a distância média do alvo para um número muito grande de flechadas (lei dos grandes números). Porém, no caso da distribuição de Cauchy, onde os erros podem ser infinitamente grandes, uma única flechada bem afastada do alvo pode representar uma parcela significativa, senão maior, que a soma de todos os outros erros. Uma flecha que acertasse um ponto a quilômetros do alvo representaria um desvio que dominaria por completo várias flechadas a poucos metros do alvo. A média, neste caso, jamais convergiria para algo previsível, nem para variações consistentes em torno da média. No jargão de probabilidade, não vale o teorema central do limite no sentido abordado anteriormente: os erros não convergem para a média, a expectância (valor

---

[14] Novamente título tomando emprestado de Taleb (2010). Os motivos serão explicitados mais à frente.

esperado) e a variância são ambos infinitos. Enfim, este exercício representa o tipo de aleatoriedade que esperamos em Extremistão.

A grande diferença entre as distribuições da família de Extremistão[15] e a gaussiana está nos extremos. Ou seja, nas regiões conhecidas como *caudas (tails)*, carinhosamente chamadas como tal, pois assim como uma cauda animal, há um “afinamento” (menor probabilidades) para eventos mais afastadas da média. Enquanto na gaussiana o decaimento das probabilidades se acelera ao nos afastarmos da média, nas distribuições tipo potência o decaimento nas caudas segue um padrão fixo (que é a “escala”, portanto chamamos de “escalável”). Por este motivo, nas regiões de desvios mais extremos (σ maiores), as caudas das distribuições tipo potência tendem a ser *severamente* mais “gordas” que a gaussiana.[16] Ou seja, os eventos extremos passam a ser possíveis na prática, como veremos mais detalhadamente adiante.

Em um exercício similar ao que fizemos para a distribuição gaussiana, vamos ver como se comportam as variações diárias das ações da Apple, assumindo que o preço das ações é uma variável escalável (Mandelbrotiana). Esta é apenas uma estimativa grosseira da distribuição, realizada unicamente pelo seu caráter ilustrativo, portanto não deve ser interpretada como uma boa aproximação e muito menos como a real distribuição de probabilidades.[17]

Vamos olhar para a distribuição de probabilidade para variações diárias das ações da Apple, começando com seu IPO em dezembro de 1980 até junho de 2013. Primeiro, estimando uma distribuição do tipo estável via *software*. Em seguida, utilizando a distribuição para fazer um exercício similar ao que fizemos com a altura de pessoas para a curva normal.[18]

---

[15] Vamos a partir deste ponto chamar as distribuições probabilidade que descrevem Extremistão, além de “Mandelbrotianas”, de “tipo potência” ou “escaláveis”, o motivo ficará mais claro adiante.

[16] “Um dos aspectos menos compreendidos da distribuição gaussiana é sua fragilidade e vulnerabilidade na estimação de eventos de cauda. A probabilidade de um evento extremo 4 sigma (4σ) é duas vezes maior que um evento 4.15σ. A probabilidade de um evento 20σ é um trilhão de vezes maior que de um evento 21σ! Isso significa que um pequeno erro de medição do desvio padrão (σ) pode levar a uma dramática subestimação da probabilidade. Podemos estar um trilhão de vezes errados sobre algum evento” (TALEB, 2010)

[17] “Meu ponto principal ... é o seguinte. Tudo é facilitado, conceitualmente, quando você considera que há dois, e apenas dois, possíveis paradigmas: não-escalável (como o gaussiano) e outros (como a aleatoriedade Mandebrotiana). A rejeição da aplicação da não-escalável é suficiente, como veremos mais adiante, para eliminar uma certa visão do mundo. Isto é como o empirismo negativo: eu conheço muito ao determinar o que é errado.” (TALEB, 2010)

[18] O fluxo de trabalho foi realizado no *software* Wolfram Mathematica 9.

Quedas diárias das ações da Apple (%); múltiplos de 1.5	Probabilidade de queda maior [P(x < queda)]	Ocorrência esperada em 1 pregão em...	Corte na incidência em relação à probabilidade anterior
-10.00%	0.60%	167	-
-15.00%	0.27%	364	2.2
-22.50%	0.13%	758	2.1
-33.75%	0.06%	1549	2.0
-50.63%	0.03%	3137	2.0
-75.94%	0.02%	6329	2.0

Tabela 2 - Probabilidades de grandes quedas das ações da Apple, estimadas via uma distribuição do tipo estável.

Agora o mesmo exercício assumindo uma distribuição gaussiana com média 0.068%, positiva, pois as ações subiram mais que caíram, e desvio padrão 3.047%, que pode ser interpretado como uma medida matemática do tamanho usual dos movimentos diários de preço:

Quedas diárias das ações da Apple (%); múltiplos de 1.5	Probabilidade de queda maior [P(x < queda)]	Ocorrência esperada em 1 pregão em...	Corte na incidência em relação à anterior
-10.00%	4.8E-04	2.1E+03	-
-15.00%	3.8E-07	2.6E+06	1.3E+03
-22.50%	6.5E-14	1.5E+13	5.9E+06
-33.75%	6.4E-29	1.6E+28	1.0E+15
-50.63%	1.9E-62	5.3E+61	3.4E+33
-75.94%	1.2E-137	8.1E+136	1.5E+75

Tabela 3 - Probabilidades de grandes quedas das ações da Apple, estimadas via uma distribuição gaussiana.

Note que a velocidade de decaimento nos extremos é radicalmente menor na estimação de probabilidades feita a partir da escalável. Uma queda de 20% ou maior, segundo a gaussiana, e considerando que cada ano tem 250 pregões, ocorreria aproximadamente apenas 20 vezes desde a origem da vida na Terra. Em 29 de setembro de 2000, as ações da Apple desabaram 52% em um único dia. Segundo a gaussiana, para observar uma queda desta magnitude seria necessário um tempo equivalente a trilhões de trilhões de vezes o tempo decorrido desde o *Big Bang*, a origem do universo conhecido. É claro que, matematicamente, qualquer probabilidade diferente de zero, por menor que ela seja, significa que o evento com a qual ela está associada pode ocorrer, mesmo sendo quase uma impossibilidade.

As probabilidades de grandes desvios na gaussiana são tão pequenas que já estamos beirando a filosofia da matemática. Algo que tem probabilidade de ocorrência de um em trilhões de trilhões de eventos *não* é matematicamente equivalente a impossível, mas podemos dizer com grande segurança que é equivalente a impossível na *prática*. É esta propriedade que permite descartar os extremos de algo que tem comportamento gaussiano, sem efeitos significativos. Isto é algo que não parece nem um pouco razoável, pois existem montanhas de evidências empíricas, como o exemplo usado, que muitas coisas, como o mercado acionário, tem comportamento onde grandes desvios às vezes ocorrem: são se Extremistão.

Já para as estimações das probabilidades nos extremos via a distribuição escalável, parece ser um pouco exagerada. Para fazer a comparação direta com a gaussiana, uma queda de 20% ou maior ocorreria a cada dois anos e meio. E uma maior que 52%, a cada treze anos. Apesar de parecer uma significativa superestimativa, é bastante óbvio que é uma figura bem mais realista que as impossibilidades práticas da distribuição gaussiana. Talvez as probabilidades muito infladas podem ser explicadas pelo fato de que o software não me permitiu limitar os valores da distribuição para quedas apenas menores que 100%, superestimando a cauda esquerda.

Agora, muito importante para distinção entre a escalável e a gaussiana, note que na escalável o ritmo de decaimento tende a se estabilizar em aproximadamente dois – nas caudas, o taxa de decaimento é **estável**. Quando aumentamos os tamanhos das altas, a partir de um certo ponto, não importa qual a magnitude do evento a probabilidade de altas maiores que o corte será sempre reduzida por este fator.[19] Compare isto com o ritmo de declínio da distribuição gaussiana, apresentado nas tabelas. A diferença é brutal! É precisamente esta gritante diferença do decaimento nas caudas das distribuições que separa Extremistão de Mediocristão. Esta é a característica mais importante das distribuições de Extremistão.

No nosso caso, esse fator é dois, mas de onde vem esse número? Ele vem da estimação dos parâmetros que definem a distribuição escalável, sendo também conhecido como expoente de cauda. É esse número que nos dá a taxa *estável* de decaimento nas caudas – daí um dos nomes desse tipo de distribuição. Simples, se ao multiplicarmos a magnitude do evento por 1.5, como nas tabelas, a chance de encontrar algo de magnitude maior cai por um fator de dois (nosso fator de decaimento, igual a multiplicar por 1/2). Isso ocorre pois a regra que define o fator de decaimento é a elevação de 1.5 à potência negativa de aproximadamente α = 1.7, ou seja, $1.5^{-1.7} \approx 1/2$.

Por esse motivo, um dos nomes para distribuições desta família é “lei de potência.” Matematicamente, a lei de potência é descrita por $P[X>x]=Kx^{-\alpha}$. Em palavras: a probabilidade de uma variável aleatória (X) assumir um valor maior que um número escolhido (x) é igual a uma constante (K) vezes o número escolhido (x) elevado ao negativo do expoente da lei de potência (α). Essa “regra” define o comportamento dos extremos das distribuições e é o principal motivo da gritante diferença entre as distribuições de probabilidade de Mediocristão e Extremistão.

Uma palavra de cautela, porém, dentro de Extremistão, as densidades de probabilidade podem ter infinitos formatos, portanto, apenas saber que estamos em extremistão não nos diz muito. Na vida real, temos que estimar parâmetros que governam o formato das distribuições, como o nosso expoente da lei de potência.[20] Eles dependerão do método estatístico utilizado para a inferência, de suposições feitas em modelos que tentam explicar algum processo e tudo isso nos deixa

---

[19] Algumas variáveis podem não ser infinitamente escaláveis, podendo haver um limite muito, muito alto – mas como não sabemos onde este limite está, faz todo sentido tratar o problema como infinitamente escalável na prática (TALEB, 2010).

[20] “Eu aprendi alguns truques pela experiência: qualquer expoente que eu tente medir será provavelmente superestimado (lembre-se que um expoente maior implica um papel menor para grandes desvios) ... Eu chamo isso de o problema da máscara. Vamos dizer que eu gere um processo que tem um expoente de 1.7. Você não vê o que está dentro do mecanismo, apenas os dados que saem. Se eu lhe perguntar o que o expoente é, as probabilidades são que você vai calcular algo como 2.4. Você faria isso, mesmo se você tivesse um milhão de pontos de dados. A razão é que leva um longo tempo para alguns processos ... revelem suas propriedades...” (TALEB, 2010).

sujeitos a pequenos erros com potencial para grandes consequências na aplicação dos resultados. Entre as famílias de distribuição, apenas a gaussiana releva suas propriedades facilmente, bastando calcular a média e o desvio padrão.

Portanto, os exemplos acima não devem ser levados muito a sério em termos quantitativos. Qualquer tentativa de estimação das distribuições de probabilidade de uma variável aleatória da vida real, deve ser considerada com extrema cautela. Entretanto, a ordem de grandeza evidente nos exemplos é clara o suficiente para mostrar como a diferença entre esses dois ambientes de incerteza retrata dois paradigmas completamente distintos. Além do mais, a "rejeição da aplicação da não-escalável [como a gaussiana] é suficiente ... para eliminar uma certa visão do mundo. Isto é como o empirismo negativo: eu conheço muito ao determinar o que é errado... O método que proponho é uma forma geral de ver o mundo, não uma solução precisa" (TALEB, 2010). Como Taleb, não estou propondo estimar distribuições precisas, mas apenas sugerindo uma visão de mundo bem diferente da que só olha para Mediocristão. Basta a suspeita que estamos lidando com algo de Extremistão para acender um alerta: o tipo de incerteza é selvagem, portanto, na prática devemos agir com mais cautela.

1.9 A Geometria fractal da natureza

> "The great book of Nature lies ever open before our eyes and the true philosophy is written in it. But we cannot read it unless we have first learned the language and the characters in which it is written. It is written in mathematical language, and the characters are triangles, circles, and other geometrical figures." (Galileu Galilei)

Parece que temos uma forte tendência a platonificar. Talvez isso possa ser explicado pela conveniência epistemológica de tentar encaixar o mundo com as nossas ideias. Ou será que nascemos com uma inclinação (ou limitação) que nos leva a confundir as construções da mente com a realidade última? O fato de não termos essas respostas não nos impede de fazer uma reflexão epistemológica. A nossa percepção superestima o tamanho da *terra cognita*, que contém o que conhecemos e subestima o território da *terra incognita,* onde mora o desconhecido. Uma proporção mais real seria a *terra cognita* representar um mero ponto na vastidão provavelmente infinita da *terra incognita.*

Note, como evidenciado pela citação acima, que algumas grandes cabeças da história do pensamento, como Galileu, insistiram de forma obcecada em descrever o mundo por meio de figuras geométricas "perfeitas". As mesmas figuras que Euclides de Alexandria descreveu, como o triângulo, o quadrado, o círculo... Platão chegou a dizer que as propriedades dos elementos, água, terra, fogo e ar, eram dadas pelas formas de pequenos sólidos geométricos dos quais seriam feitos. Por exemplo, a terra seria feita de cubos, pois a organização de seus componentes minúsculos lhe dava a propriedade de ser um elemento mais sólido. Ao contrário do ar, que seria feito de pequenos octaedros, mais esféricos que os cubos e portanto tão suaves que mal podem ser sentidos. Não é à toa que seu nome e pensamento estão hoje associados a uma metáfora um tanto quanto pejorativa.

Um olhar cuidadoso para a natureza, porém, revela que é uma missão quase impossível encontrar figuras euclidianas – as formas perfeitas são exceções. Porém, parece haver uma certa lógica na natureza. Benoit Mandelbrot, foi o primeiro que conseguiu formalizar esta constatação matematicamente Ao afirmar, em seu livro *A geometria fractal da natureza*: "nuvens não são esferas, montanhas não são cones, linhas costeiras não são círculos, cascas de árvores não são suaves e nem os raios se propagam em linha reta". Por meio de suas ideias, surgiu a geometria fractal[21], um ramo da matemática que tem Mandelbrot como principal fundador.

É difícil definir o conceito matemático de um fractal formalmente, mas suas características-chave podem ser entendidas com pouca erudição matemática. A principal propriedade de um objeto ou processo fractal é a auto-similaridade em qualquer escala. Mais precisamente, os fractais são *auto-afins* (*self affine)*. Por exemplo, os galhos de uma árvore se subdividem em outros galhos, cada galho sendo similar à estrutura da árvore como um todo, porém em escalas diferentes. Até as raízes e as veias que conduzem a seiva nas folhas e seguem um padrão de ramificação similar, mantido em diferentes escalas.

Outro exemplo, é o formato de linhas costeiras. Qual é o comprimento da costa da Grã-Bretanha?[22] Note que se você diminuir cada vez mais o tamanho do instrumento de medição, dada a natureza irregular da costa teria que medir cada

---

[21] Mandelbrot cunhou o termo "fractal" a partir do adjetivo latim *fractus*. O verbo latim correspondente é *frangere* que significa quebrar, criando fragmentos irregulares. Além de "fragmentado", *fractus*, também significa "irregular," e ambos os significados estão preservados na palavra "fragmento*"*.

[22] Exemplo extraído do capítulo 5 de Mandelbrot (1977)

enseada, cada formação rochosa, cada pedregulho, cada grão de areia nas praias, cada partícula das rochas e, no final, você chegará na resposta de que o comprimento tende a infinito. Não importa se você observar a costa de um avião ou de um mirante, seu aspecto terá irregularidade similar. A manutenção de certa irregularidade (complexidade) em várias escalas é o que faz as linhas costeiras se encaixarem na definição de fractais. Mas o que tem os fractais a ver com incerteza, o nosso foco?

> "Embora os temas básicos dos fractais envolvam construções exclusivamente deterministas, o significado e a completa relevância prática destes temas não são aparentes até que se aborde fractais aleatórios. E por outro lado, o estudo de fractais parece, pelo menos para este autor, aumentar a compreensão sobre aleatoriedade" (MANDELBROT, 1977).

A relação entre os fractais e a aleatoriedade está nas propriedades numéricas ou estatísticas dos fractais, que são de certa forma preservadas em diferentes escalas (são *auto-afins*). Lembre que em uma distribuição do tipo escalável, o ritmo de decaimento nas caudas segue uma regra de potência independentemente da magnitude do desvio. A relação matemática entre os fractais e as distribuições de probabilidade pode ser expressa pelo expoente da lei de potência que rege o comportamento assintótico (das caudas) das distribuições. Como vimos no exemplo das ações da Apple, no mercado financeiro uma distribuição escalável é uma melhor aproximação da realidade, pois as variações de preços têm comportamento *multifractal*.[23]

Ainda sobre o exemplo com ações da Apple, lembre que ao multiplicarmos a magnitude de uma queda por 1.5, cortávamos as probabilidades da ocorrência de uma queda no mínimo tão grave por dois (equivalente a multiplicar por 1/2). Isso ocorria de acordo com a lei de potência, elevando 1.5 ao negativo do nosso expoente $\alpha = 1.7$. Ou seja, $1.5^{-1.7} \approx 1/2$. A partir de certo ponto nas caudas, a manutenção dessa propriedade para qualquer magnitude de desvio é um comportamento fractal: a propriedade de *auto-afinidade*. Mais que isso, o expoente α é a dimensão fractal: grosseiramente, um índice que caracteriza padrões ou conjuntos fractais de modo a quantificar a sua complexidade, é a razão entre a mudança em detalhe e a mudança em escala.

---

[23] Ver Mandelbrot (1963) e Mandelbrot (2004)

Então, por que Taleb chama a aleatoriedade de Extremistão, de "Mandelbrotiana" ou de "fractal"? "Cada pedaço do quebra-cabeça foi anteriormente mencionado por outras pessoas, tais como Pareto, Yule, e Zipf, mas foi Mandelbrot quem: a) ligou os pontos; b) associou aleatoriedade à geometria (criando uma nova marca com isto); e c) levou o assunto à sua conclusão natural" (TALEB, 2010). Através da ótica da geometria fractal, um ramo da matemática desenvolvido por Benoit Mandelbrot, a visão de mundo gaussiana, cuja aleatoriedade é reinada pela distribuição normal, deixa de parecer tão "normal".

1.11 Um passeio gráfico entre uma distribuição gaussiana e uma escalável

Apesar da colossal disparidade entre as caudas da distribuição normal e as do tipo escalável, ainda estamos falando de valores muito próximos. Como já vimos, é a diferença entre o muito pequeno e o quase infinitésimalmente pequeno. Afinal, são justamente estes valores pequenos que fazem as caudas serem caudas. Por este motivo, a visualização gráfica destas diferenças é desafiadora. Em um gráfico cujas escalas dos eixos são lineares, as caudas se confundem com a abscissa (eixo x). Proponho, portanto, fazer um passeio entre quatro versões do mesmo gráfico, que combina funções de densidade de probabilidade estimadas a partir de uma gaussiana e uma escalável, variando apenas o intervalo (fazendo zoom) e mudando as escalas para logarítmicas. Assim, as diferenças entre as famílias de distribuição que foram discutidas em palavras e números podem ser claramente entendidas visualmente. Para simplicidade, vamos usar o exemplo da variação diária do preço das ações da Apple, cujas probabilidades já estimamos empiricamente. Primeiro, veremos o gráfico com escala linear em ambos os eixos (*lin-lin*). Em seguida, restringiremos o intervalo da abscissa no gráfico *lin-lin*, para mostrar que isso não é suficiente para retratar a magnitude das diferenças entre as caudas. Estes dois primeiros gráficos serão apresentados para não omitir a forma mais usual de representar as distribuições de probabilidade: o plano cartesiano, onde o eixo das abscissas representa os desvios e o das ordenadas, a freqüência. Depois, apresentaremos um gráfico com escala logarítmica na frequência e linear nos desvios (*log-lin*). E, por último, um gráfico *log-log*, com escala logarítmica em ambos os eixos. Seguem:

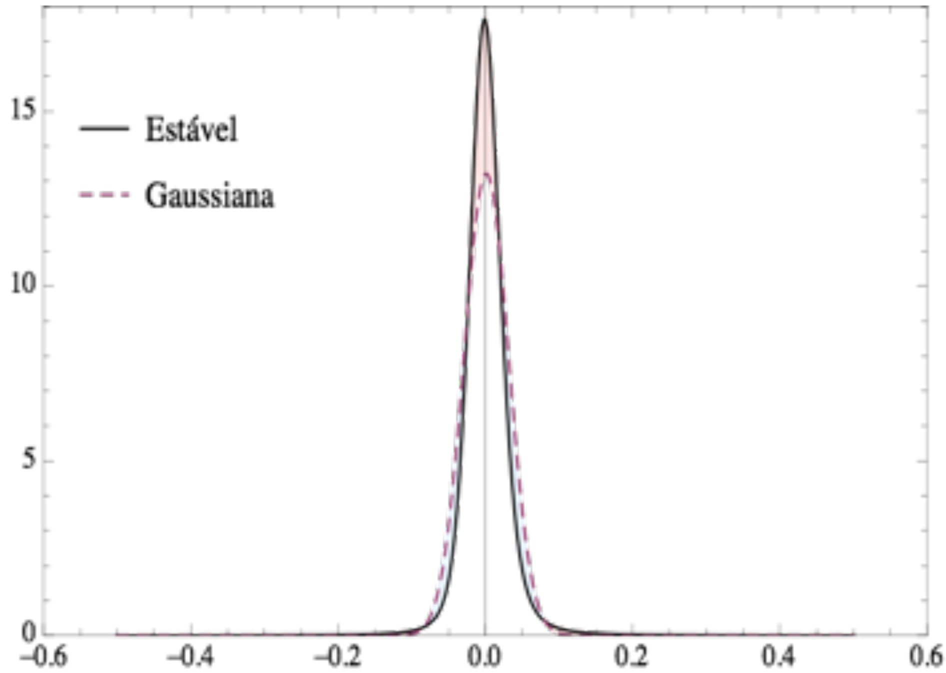

Fig. 6 - Comparando a distribuição gaussiana com a estável [*lin-lin*] - Gráficos das funções de densidade de probabilidade (FDP) com escalas lineares em ambos os eixos. A cor vermelha ilustra as áreas onde a estável tem frequência maior que a gaussiana, e, em azul, o contrário. Note que nesta escala é possível observar que a FDP da estável é maior em torno da média, mas menor que a gaussiana em um intervalo entre as pequenas variações e as caudas: a estável tem FDP leptocúrtica. Nesta escala, ainda é difícil observar o comportamento nas caudas.

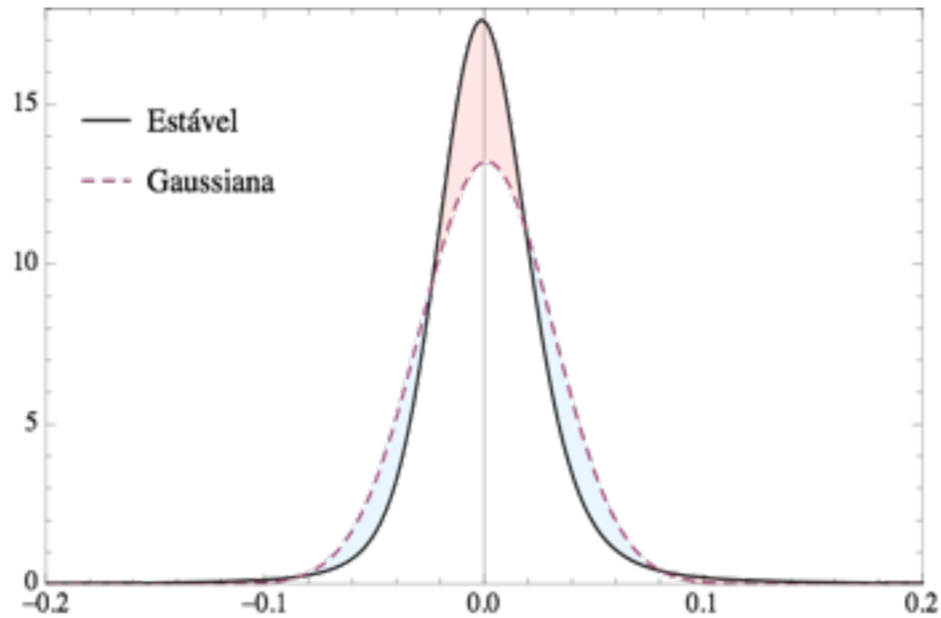

Fig. 7 - Comparando a Distribuição gaussiana com a estável [*lin-lin*] - Mantendo a escala linear em ambos os eixos, porém, restringindo as variações entre -20% e 20%. Nesta escala, é mais fácil observar a característica leptocúrtica da estável, mas as caudas ainda não podem ser observadas com clareza.

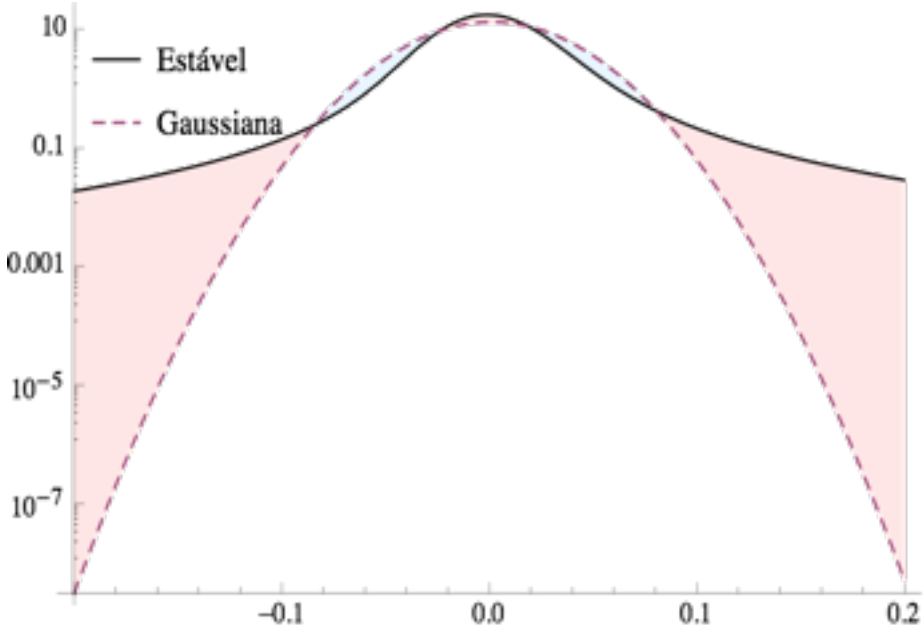

Fig. 8 - Comparando a Distribuição gaussiana com a estável [*log-lin*] - Mudando as escalas: logarítmica na frequência (Y) e linear nas variações (X). Com estas escalas, o comportamento radicalmente diferente das caudas é evidente. Enquanto a distribuição gaussiana decai exponencialmente nas caudas, a estável tem ritmo de decaimento significativamente mais lento.

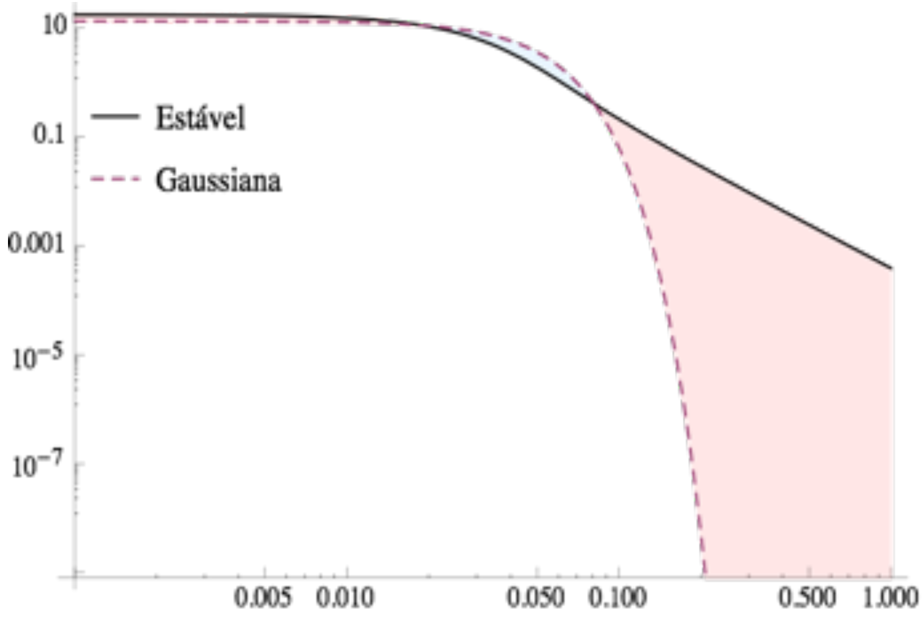

Fig. 9 - Comparando a distribuição gaussiana com a estável [*log-log*] - Fazendo as escalas duplamente logarítmicas, as principais características das caudas são reveladas. Enquanto a distribuição gaussiana decai exponencialmente nas caudas, a estável tem ritmo de constante. O gradiente das caudas da estável, que tem comportamento linear em *log-log,* é o nosso expoente $-\alpha \approx -1.7$ da "lei de potência". Note que pelas propriedades de logaritmos, podemos manipular a "lei de potência": $\log(P[X>x]) = \log(Kx^{-\alpha}) = \log(K) - \alpha\log(x)$; como K é um constante e fazendo $\log(K) = C$, temos $\log(P[X>x]) = -\alpha\log(x) + C$; que representa uma forma funcional linear ($y=bx+a$) para as caudas em um gráfico com escalas logarítmicas.

1.12 As implicações práticas das diferenças entre a gaussiana e a Mandelbrotiana, e duas heurísticas [24] simples para a detecção de Extremistão

Na prática, as medidas de risco baseadas na distribuição normal permitem descartar o impacto de pulos severos e grandes descontinuidades. Portanto, são apropriadas apenas para o tipo de aleatoriedade de Mediocristão. É importante ressaltar que a distribuição normal **inclui** grandes desvios, mas as probabilidades associadas são tão pequenas que o impacto é desprezível no agregado. A gaussiana “enxuga” boa parte da aleatoriedade do mundo real, e é justamente por isso que seu uso é tão popular. É seu uso que nos permite (muitas vezes erroneamente) fazer conclusões estatísticas com alto grau de certeza. Um exemplo disso é a realização de testes de hipótese com resultados erradamente baseados em uma estatística gaussiana, enquanto as variáveis pertencem a Extremistão. Na nossa terminologia, este caso seria um claro exemplo da virulência da falácia lúdica, mas é possível nos vacinar?

Poderíamos tentar melhorar as ferramentas matemáticas utilizando métodos mais sofisticados, entre outros, estimando distribuições escaláveis. Mas infelizmente, como discutido acima, isto envolve uma matemática muito menos conveniente. No entanto, podemos fazer duas coisas que podem contribuir para que não sejamos enganados pela aleatoriedade. Primeiro, reconhecer as graves falhas dos nossos métodos e adotar uma postura regida por uma conservadora sobriedade epistemológica. Segundo, seguir a sugestão de Taleb, buscando entender profundamente as propriedades da gaussiana para saber quando ela **não** se aplica. Assim, é possível armar defesas com duas heurísticas simples que funcionarão como um alarme, nos avisando que devemos suspeitar que estamos lidando com um “bicho” de Extremistão. Podemos reduzir as chances de platonificar, ou cair na falácia lúdica. Assim, a ocorrência de eventos extremos, mesmo que raros por definição, não será mais uma grande surpresa.

A primeira heurística é simples, são sinais dados pelas observações empíricas. Basta a ocorrência de alguns poucos eventos extremos para rejeitar a

[24] A palavra “heurística” vem do grego ευρίσκω, heurísko, que significa "descubro" ou "acho", que também é a raíz de “eureka”. A definição técnica de heurística é um procedimento simples que nos ajuda a encontrar soluções adequadas, porém muitas vezes imperfeitas, para questões difíceis (KAHNEMAN, 2011).

natureza gaussiana da aleatoriedade de alguma variável. Taleb (2010), é mais radical, afirmando que basta uma única observação para descartar a gaussiana. O autor cita o *crash* mundial de 1987, quando índice Dow Jones Industrial Average despencou 22.6% em uma única segunda-feira: “Se o mundo das finanças fosse gaussiano, um episódio como o *crash de 1987* (mais de vinte desvios padrão) aconteceria uma vez a cada alguns bilhões de vezes a vida do Universo” (TALEB, 2010). Exatamente como vimos no capítulo X. Portanto, segundo a corrente teórica dominante, uma queda desta magnitude não deveria ocorrer na prática. Logo, eventos de grande magnitude em relação ao desvio padrão observado podem ser sinais de Extremistão.

A segunda heurística é mais complicada, pois envolve fazer suposições sobre os “mecanismos” que estão dentro da “caixa preta” que governa a aleatoriedade de alguma variável. Que tipo de “mecanismos” estão influenciando uma variável aleatória estudada? Se soubermos que tipo de suposições é necessário para gerar uma gaussiana, podemos descartar esta distribuição se houver violação destas. Um primeiro problema grave com o argumento do teorema do limite central[25], é a suposição de que todos os fatores não observados que têm efeito em uma variável aleatória, exercem suas influências de forma independente e aditiva. Se a aleatoriedade observada é uma consequência de uma função complicada dos fatores não observados como, por exemplo, algo não-linear, então o argumento do teorema central do limite é inválido (WOOLDRIDGE, 2007).

Mas quais são estes “mecanismos” que podem invalidar o teorema do limite central? Primeiro, a suposição de independência poder ser violada em alguns casos. Alguns bons exemplos disso são casos onde "o vencedor leva tudo", como no mercado de música onde o sucesso pode levar a mais sucesso; quanto maior a diversidade de espécies em um gênero da natureza, mais diverso o gênero tende a ficar no futuro; quanto mais você usa uma palavra, menor será o esforço que você terá para lembrar dela, aumentando o uso da palavra em seu vocabulário pessoal. Outros exemplos são conhecidos como mecanismos de retroalimentação positiva (*positive feedbacks*) como, por exemplo, crises econômicas sistêmicas, onde uma onda de falências pode levar a uma conjuntura macroeconômica perversa que

---

[25] Para relembrar, segundo o Teorema do Limite Central (ou Teorema Central do Limite), quando o tamanho (n) de uma amostra aleatória tende a infinito, a distribuição amostral da média converge para a distribuição normal.

provocará mais ondas de falências; ou na meteorologia, quando uma seca pode diminuir a quantidade de água disponível no solo para a evaporação, impedindo a formação de nuvens de chuva e causando ainda mais seca. Passarei a tratar destes “mecanismos” como *feedbacks* ou não-linearidades.

Ainda sobre a segunda heurística, há um segundo problema com as suposições dos mecanismos que geram a gaussiana. Demonstrei como o exemplo de um jogo de cara ou coroa pode ser extrapolado de acordo com a teoria assintótica para derivar da distribuição normal a partir da adição de resultados individuais do jogo. Isto só é possível, pois só temos dois resultados da **mesma** magnitude, cara = 1 e coroa = -1. O que importa é que os possíveis resultados são fixos, e não a magnitude em si ($|\pm1|=1$). A violação desta suposição, com resultados de magnitude aleatória, invalidaria a convergência em probabilidade para a gaussiana, como argumenta o teorema central do limite. Imagine que com resultados de magnitude aleatória seria possível, mesmo que improvável, um jogador com muita sorte acumular alguns resultados de grande magnitude, a ponto de seu placar representar um oceano enquanto a soma de todos os outros seria uma gota d’água.

Taleb (2010) resume, “medidas de incerteza que são baseados na gaussiana simplesmente desconsideram a possibilidade e o impacto de saltos repentinos ou descontinuidades e são, portanto, inaplicável em Extremistão. Usá-los é como focar na grama, deixando passar as (gigantescas) árvores. Apesar de grandes desvios imprevisíveis serem raros, eles não podem ser descartados como valores atípicos porque, cumulativamente, o impacto que causam é muito dramático.” Nos casos em que uma ou as duas suposições centrais (independência e valores fixos) são violadas, a convergência assintótica pode, em alguns casos, levar a uma distribuição de Extremistão, do tipo Mandelbrotiana, escalável, estável, etc...

Mas como proceder quando suspeitamos que estamos lidando com algo de Extremistão? Nos livraríamos de todos os problemas se passássemos a trabalhar com esta outra classe de distribuições? Por um lado, já vimos que adotar uma distribuição estável é um bom passo na direção de descrever melhor a realidade de Extremistão, pois os desvios extremos passam a ser possíveis na prática. Por outro lado, a complexidade metodológica e as limitações estatísticas envolvidas não permitem eliminar por completo possíveis grandes erros de estimação das distribuições. Pequenos erros de estimação advindos do método empregado ou de amostragem, podem implicar em significativos impacto nos resultados, especialmente onde mora o perigo: nas caudas, os extremos.

Note que com observações limitadas sempre haverá um erro de estimação, por definição, ao deduzir empiricamente uma distribuição qualquer, como uma gaussiana ou estável. Afinal, uma estimativa é uma estimativa. Esse erro será ainda mais grave na perigosa região dos eventos extremos, pois naturalmente teremos menos eventos do tipo na amostra. Para a maior parte dos casos práticos, sempre incorreremos em algum grau importante de limitação de quantidade de observações, com impacto na qualidade das estimativas. Sempre trabalhamos com amostras ou séries temporais finitas. Muitas vezes tão pequenas que uma análise mais cuidadosa relevaria que qualquer estudo realizado a partir delas, estaria correndo um risco inaceitável de não conseguir confirmar uma hipótese verdadeira[26]. Combinando o teorema central do limite, a lei dos grandes números[27] e supondo uma variável aleatória normalmente distribuída, podemos fazer aproximações bastante razoáveis, pois os erros não terão de grande consequência no agregado. Isto é possível, em parte, em função do declínio exponencial das probabilidades nas caudas da Gaussiana.

Já para fazer boas estimativas de distribuições escaláveis, onde eventos extremos têm impacto significativo no agregado, é necessário trabalhar com amostras muito maiores. Isso decorre também do fato de que esperamos encontrar poucos eventos extremos em amostras finitas, limitando a qualidade da estimação das caudas. E, como estamos em um ambiente onde as caudas têm grande impacto no agregado, não é possível ignorar estas limitações. Em alguns casos, como o do mercado financeiro, precisaríamos de mais anos de observações que a própria existência dos mercados para fazer boas estimativas da probabilidade de eventos extremos. Portanto, ao utilizar distribuições escaláveis, estaremos retratando a aleatoriedade de Extremistão de forma significativamente mais realista, mas ainda longe de perfeita.

---

[26] Amos Tversky e Daniel Kahneman realizaram um experimento que revelou que até mesmo a maioria de pesquisadores selecionados por experiência matemática, incluindo dois autores de livros sobre estatística, cometem erros ao selecionar amostras pequenas demais. Os autores da pesquisa intitularam o artigo de "A Crença na Lei dos Pequenos Números" (TVERSKY; KAHNEMAN, 1971) – uma referência a Lei dos Grandes Números, lembrada na próxima nota de rodapé, número 26.

[27] Para relembrar, segundo a Lei de Grandes Números (de Bernoulli), ao aumentarmos o tamanho da amostra, a média aritmética observada converge para a esperada.

Em termos mais técnicos, como discutido no capítulo X, tanto os resultados do teorema do limite central quanto o da lei dos grandes números, se revelam apenas assintóticamente – algo que, na prática, pode ser mais distante da realidade concreta que as formas perfeitas de Platão. Ou seja, ao aumentarmos o número de observações de uma variável aleatória, no máximo nos aproximamos mais da média esperada ou da real distribuição do universo, mas nunca chegaremos aos valores reais para qualquer amostra finita. É claro que para um número suficientemente grande de observações, a aproximação será razoável, mas na prática quase sempre **não** temos o luxo da fartura de dados. Infelizmente, “leva muito tempo para chegar ao limite central – e como não vivemos na assíntota, temos problemas” (TALEB, 2010). Portanto, até mesmo quando estivermos lidando com algo de Mediocristão, na prática, podemos incorrer em importantes limitações para o ferramental da estatística.

Algumas curiosas propriedades das distribuições estáveis são verdadeiras dores de cabeça matemáticas. Em Extremistão, algumas noções estatísticas, como o desvio padrão e a correlação deixam de fazer muito sentido. O desvio padrão geralmente não existe, e se existir não é uma boa medida. Tanto a média quanto a variância também têm comportamento atípico, sendo tão infinitas/indefinidas nas distribuições estáveis. Estas propriedades invalidam uma das ferramentas mais utilizadas para fazer regressões em econometria, o método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO). Curiosamente, enquanto maioria das variáveis econômicas vem de Extremistão, tanto os estudos de correlação quanto de regressão são ferramentas favoritas de econometristas.

Para ver como correlação não faz sentido fora de Mediocristão, Taleb (2010) sugere calcular a correlação para diferentes períodos de tempo (ou seja, anos diferentes) para séries temporais longas de duas variáveis que são de Extremistão. A correlação será bastante diferente para cada período, e ainda assim tratamos correlações como se fossem “verdades fixas” entre duas variáveis, algo quase “real” ou “tangível”. O mesmo é válido para o desvio padrão, cada subperíodo vai apresentar uma medida bem diferente. Então, por que tratamos o desvio padrão calculado a partir de todos os dados disponíveis de uma série, como uma verdade matemática da variável? Note que quando calculamos o desvio padrão para a série inteira, observamos um único número – não observamos esta instabilidade.

Concluindo, sabemos que as distribuições da família Mandelbrotiana retratam Extremistão de forma muita mais realista que a gaussiana. Também discutimos o uso de heurísticas simples que podem auxiliar na detecção de Extremistão, mesmo estando limitados a amostras finitas. A primeira heurística é a observação empírica de grandes desvios, e a segunda é um questionamento se os mecanismos responsáveis pela aleatoriedade de uma variável atendem algumas características necessárias para gerar uma distribuição gaussiana. Por último, vimos como a rejeição da gaussiana em prol da utilização de distribuições da família Mandelbrotiana **não** resolvem algumas limitações matemáticas, podendo até piorar os erros de estimação – mesmo sendo uma representação melhor de Extremistão, ao contrário da Gaussiana, por incluir a possibilidade de ocorrência **na prática** de eventos extremos.[28]

1.13 Uma visão de mundo “gaussianizada”

Apesar do nome, a distribuição gaussiana (normal) não foi inventada por Carl Friedrich Gauss. Mas, ele realizou vários trabalhos com ela. Segundo Taleb (2010), o trabalho de Gauss focou apenas em pontos teóricos, deixando de fazer conexões com a estrutura da realidade. A criação da distribuição normal pode ser atribuída ao matemático e apostador francês Abraham de Moivre (1667-1754), cujas teorias foram frequentemente baseadas em jogos e muito populares entre apostadores. Mas, foi Adolphe Quételet (1796-1874), e não Gauss, quem popularizou a distribuição gaussiana. Ainda segundo Taleb (2010), Quételet foi um dos sujeitos mais destrutivos na história do pensamento.[29]

Quételet criou o conceito do humano fisicamente médio, *l’homme moyen.* Como vimos nos nossos exemplos de Mediocristão, as medidas biológicas encontram limites não tão distantes da média. Não é de se estranhar que ele

---

[28] Esta abordagem é compatível com a idéia de *empirismo cético*, defendida por Taleb. Um empirista cético não deixa de obter conhecimento por métodos indutivos, mas está constantemente atento aos limites epistemológicos deste método. Sobretudo, o empirismo cético questiona constantemente se o raciocínio indutivo pode ser uma “garantia” de conhecimento absoluto: “o problema da indução” também conhecido a partir do século XVIII como o “problema de Hume” apesar de ter suas origens na filosofia antiga. “Quero estar amplamente correto em vez de precisamente errado” (TALEB, 2010).

[29] Para um resumo bastante completo sobre a história da estatística, recomendo Stigler (1986) e Stigler (1999)

encontrou harmonia na curva normal. O primeiro problema com suas ideias era a crença de que a média era o “normal”, no sentido de ser exemplar. Sua ideia era normativa no sentido de que ele tentava encaixar o mundo real nas suas médias – com desvios sendo iguais a erros. Segundo, ele enxergava distribuições normais em quase tudo (TALEB, 2010). Assim como Taleb, concordo que uma vez que se entende a lógica da distribuição normal é difícil imaginar a estrutura do mundo de outra forma. É um tipo de vício cognitivo. Frank Ysidro Edgeworth inventou a palavra “Quetelismus” para se referir ao grave erro de enxergar a distribuição normal em tudo (STIGLER, 1986). Após estudar medidas físicas, Quételet passou a aplicar sua “normalização” do mundo também para tópicos sociais, como o consumo, hábitos e métodos.

Aliás, na época de Quételet a distribuição normal era conhecida como *la loi des erreurs* (a lei dos erros), cujo nome era consequência de umas das suas primeiras aplicações, os erros em medições astronômicas. Desvios da média eram considerados erros! Levando em consideração as aplicações sociais de Quételet, esta concepção é bastante inquietante. Taleb (2010) escreveu “não é surpresa que Marx caiu nas ideias de Quételet.” Ainda segundo Taleb (2010), o conceito se espalhou rapidamente – o “provável” passou a ser confundido com o “certamente” e gaussiana como um selo de qualidade para a ciência.

Taleb (2010) comentou que Sir Francis Galton se apaixonou pela distribuição normal assim que se deparou com ela, absorvendo o conceito. Dizem que ele exclamou que se os Gregos soubessem dela, eles teriam deificado a Gaussiana. Galton não conhecia a Lei dos Grandes Números nem o Teorema do Limite Central, mas os descobriu empiricamente, através de dados. Ele construiu uma gambiarra chamada *quincunx,* que funcionava como uma máquina de *pinball*, demonstrando a formação de uma distribuição normal. O *quincunx* produzia histogramas com tendência, obviamente fisicamente limitada (caso discreto), de convergir para a normal (contínua), de forma muito similar ao exercício com moedas que fizemos acima.

> “I know of scarcely anything so apt to impress the imagination as the wonderful form of cosmic order expressed by the ‘Law of Frequency of Error’. The law would have been personified by the Greeks and deified, if they had known of it. It reigns with serenity and in complete self-effacement, amidst the wildest confusion ... an unsuspected and most beautiful form of regularity proves to have been latent all along” (GALTON, 1889)

Fig. 10 - Uma réplica funcional da *quincunx* de Galton, seguindo um *design* levemante modificado. (TAVENEAUX, 2008)

Na opinião de Taleb (2010) a lista de pessoas que perambulam com a curva normal presa em suas cabeças é incrivelmente longa. Galton aplicou a estrutura gaussiana em áreas nas quais o seu uso pode ser justificado, como a genética. Mas seu entusiasmo pode ter contribuído para a prevalência do uso da normal em outras áreas, sobretudo impulsionando novos métodos estatísticos para dentro das ciências sociais. Mais do que a matemática por trás dos tipos de distribuição de probabilidade, as suas concepções teóricas são apenas reflexos de uma visão de mundo, ou do tipo de incerteza que estamos lidando: reconhecendo apenas a existência de Mediocristão. E os que tinham pontos de vista discordantes – aqueles que levavam em conta que algumas coisas pertencem a Extremistão? Como foram recebidas estas ideias?

Segundo Mandelbrot (2004), a visão de mundo de Augustin-Louis Cauchy (1789-1857) era tão diferente da já profundamente enraizada gaussiana, que foi rapidamente dispensada como uma aberração. Enquanto uma boa metáfora para o tipo de variabilidade que a gaussiana exprime seria: grãos de areia quase uniformes, a distribuição de Cauchy representava grão, pedregulhos, pedras e montanhas. Cauchy observou que já em seu tempo a sua visão desafiava o uso descuidado e “relaxado” da gaussiana para quase todo tipo de problema de medição na ciência. Como era de se esperar, Cauchy participou de um acalorado debate na revista científica *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences,* com o matemático Irénée-

Jules Bienaymé (1796-1878) – um amigo e correpondente de Quételet. O grau de *doping* gaussiano, quetelismus, fica evidente através das ríspidas respostas de Bienaymé, na qual ele argumenta que a distribuição de Cauchy era vista como uma esquisitice contranatural, e que se ela ocorresse no mundo real qualquer cientista poderia imediatamente identificá-la. Bienaymé chegou a argumentar que a distribuição gaussiana refletia a verdade fundamental da probabilidade.

> "As observações em si iriam alertar até o observador menos atento. Como os erros de grande valor teriam que ter uma notável grande probabilidade, eles se mostrariam desde o início, se não tão frequentemente como os outros erros, então, pelo menos, em uma proporção tão elevada quanto. Assim, você teria observações assustadoramente discordantes. E não há dúvida de que isso seria rejeitado e que os instrumentos, ou o processo de observação, seria submetido a uma profunda revisão .... Um instrumento regido por tal regra da probabilidade [Cauchy] nunca seria colocado à venda por um artesão comum. Não é possível sequer imaginar uma empresa que fabricaria um. Não seria possível sequer dar nome a um estabelecimento que construiria algo do tipo." (BIENAYMÉ*, 1853).*

Ainda segundo Mandelbrot, um argumento similar ao de Bienaymé perdura até os dias atuais: a estatística gaussiana é conveniente e se encaixa na maior parte das formas de realidade, ou pelo menos é o que parece.[30] Repetindo para ênfase, as diferenças entre a gaussiana e a distribuição de Cauchy, assim tomo toda a família escalável, são fundamentalmente formas muito distintas de visão de mundo. Fizemos mais acima, como Taleb, a distinção entre Mediocristão e Extremistão. Com a típica elegância francesa, Benoit Mandelbrot descreve a mesma dicotomia com mais polidez: ele generaliza as visões entre aleatoriedade suave (*mild chance)* e aleatoriedade selvagem (*wild chance)*.

É possível observar análogos desta dicotomia nos mais variados âmbitos. Diretamente ligada à visão da aleatoriedade no mundo há duas formas de interpretar a história. A maior parte dos historiadores enxergam que o desenrolar dos acontecimentos humanos é regido por várias tendências (econômicas, sociais, culturais...) realizadas por milhões de agentes – a contribuição de cada indivíduo sendo desprezível. Esta é uma visão de aleatoriedade suave, como a gaussiana, onde nenhuma observação sozinha pode ser muito significativa no agregado. Diferentemente, alguns poucos acreditam que a história é dominada por algumas poucas grandes figuras (Genghis Khan, Gandhi, Albert Einstein, Julius Ceasar, Isaac

[30] Através da ótica da *geometria fractal*, o ramo da matemática desenvolvido por Benoit Mandelbrot citado anteriormente, a visão de mundo gaussiana deixa de parecer tão "normal".

Newton, Muhammad, Confúcio...). Nesta segunda visão, reina a aleatoriedade selvagem. “A história e as sociedades não engatinham. Elas saltam. Vão de ruptura a ruptura, com algumas vibrações no meio. No entanto, nós (e historiadores) gostamos de acreditar no que é previsível, uma progressão em pequenos incrementos” (TALEB, 2010).

Um segundo exemplo aparece no fervoroso debate entre Stephen Jay Gould e Richard Dawkins, ambos biólogos evolucionistas. Dawkins é ávido defensor de que a evolução é inexoravelmente progressiva. Pequenas alterações aleatórias por mutação genética, ou mudanças no ambiente produzem, em alguns casos, modificações que podem acarretar em uma melhoria da reserva genética. Gould, em contraste, argumentou que a evolução ocorre na forma de “trancos e barrancos”. A versão de Dawkins parece conter aleatoriedade do tipo suave, já a de Gould é com certeza mais selvagem. Note que do ponto de vista de populações ou da vida na Terra como um todo, podemos entender o processo evolutivo como algo que se beneficia da falência dos indivíduos **menos** aptos. Os mais aptos sobrevivem e passam seus genes para as futuras gerações, melhorando o “pool” genético. Portanto, nesta concepção, a evolução é impactada positivamente por alguma aleatoriedade do tipo mais selvagem pois ela intensifica o processo seletivo dos mais aptos – desde que ela não seja selvagem o suficiente para causar extinções em massa,

Exemplos não faltam, mas se tem um ramo do conhecimento cujos estudiosos parecem ter na maior parte claramente optado por uma das visões: a gaussianização das ciências sociais. Já vimos como ela se manifesta no caso da história, mas ela também está presente na antropologia, administração, geografia, ciência política, sociologia... E qualquer outra disciplina que faça uso de estatística, sobretudo correlações, projeções e testes de hipótese, e esteja dentro do âmbito das ciências sociais. Porém, como veremos na seção seguinte, a economia e as finanças são disciplinas onde este problema está mais enraizado e se manifesta da forma mais perniciosa. “Infelizmente, o mundo não foi projetado para a conveniência dos matemáticos. Há muito em economia que é melhor descrito por esta selvagem, desagradável forma de aleatoriedade” (MANDELBROT, 2004).

“A aleatoriedade selvagem é desconfortável. Sua matemática é pouco familiar e, em muitos casos, ainda precisa ser desenvolvida. Isto parece difícil, usualmente requerendo elaboradas simulações em computadores ao invés de rápida digitação em uma calculadora" (MANDELBROT, 2004). É uma grave platonificação tratar questões de Extremistão com arcabouços que só ficam em pé em Mediocristão. Os motivos por trás deste erro são turvos: estão entre um problema epistemológico, por ser em parte fronteira do conhecimento, e uma conveniência desleixada influenciada por uma corrente de pensamento historicamente dominante e pouco questionada.

1.14 A perniciosa "gaussianização" da economia e finanças[31]

A "gaussianização" da economia e finanças tem sua origem perto de 1900, quando o jovem e corajoso matemático Louis Bachelier ousou estudar os mercados financeiros em uma época em que isso era considerado uma heresia para acadêmicos. Bachelier descartou a análise fundamentalista e os gráficos[32] e deu o primeiro impulso para uma grande nova onda da teoria da probabilidade: a aplicação da mesma ao mercado financeiro. O primeiro estudo de Bachelier foi o comportamento dos preços dos títulos públicos franceses. Ele partiu da ideia de que os eventos que influenciam as cotações são imprevisíveis – as relações de causa e efeito só ficam claras *a posteriori*. Afinal, não é possível conhecer *tudo.* A partir desta constatação, ele fez uma brilhante analogia entre a "difusão" de calor por uma substância e como o preço dos títulos varia: ambos são impossíveis de prever com precisão. No nível das partículas da matéria ou dos agentes individuais do mercado, há muitos detalhes e inter-relações que não podem ser acompanhados na totalidade. Porém, é possível observar os padrões de probabilidade que descrevem o sistema como um todo. Bachelier foi um pioneiro na aplicação dos conceitos da física nas finanças e economia.

---

[31] Esta seção é baseada na história da introdução da distribuição normal nas finanças, de acordo com a na síntese apresentada no livro The (Mis)behavior of Markets, brilhantemente escrito por Benoit Mandelbrot e Richard L. Hudson. Ver Mandelbrot (2004).

[32] *Análise fundamentalista:* a avaliação de investimentos que leva em consideração informações sobre as empresas ou outros produtos, associadas ao estudo da conjuntura macroeconômica. É comum na análise fundamentalista estudar o setor no qual uma companhia opera, analisar demonstrações financeiras e fazer estimativas (previsões) sobre o estado futuro da economia e as operações da empresa estudada.

Análise gráfica/técnica: utilização de gráficos e teorias sobre os movimentos do mercado para auxiliar na tomada de decisões sobre a compra e venda de ativos financeiros.

Uma das principais premissas do seu modelo é a de que o mercado é um "jogo justo", como um cara ou coroa com resultados possíveis 1 e -1, onde o ganho esperado é zero, mas cumulativamente normalmente distribuído. Este resultado é possível pois cada tacada da moeda é independente da tacada prévia, sendo mantidas as probabilidades dos resultados (uma variável i.i.d.)[33]. No mercado, isso se traduz como: se for apenas possível estabelecer relações de causa e efeito apenas *ex post facto*, é melhor assumir total ignorância dos mecanismos que geram o preço e considerar o mercado como um jogo justo, onde toda a informação relevante é descontada rapidamente e o mercado encontra-se em equilíbrio. Assim, na ausência de novas informações, a variação esperada é zero e o próximo movimento pode ocorrer para qualquer direção com igual probabilidade. Hoje, esse modelo é conhecido como "passeio aleatório."[34] Bachelier construiu histogramas, *plotando* a frequência das variações e observou a formação de uma figura semelhante a um sino: muitas variações pequenas, próximas da média, e menos na direção dos extremos. Eureka! Os mercados parecem se comportar de acordo com a distribuição gaussiana! Essa observação de Bachelier abriria, muitas décadas mais tarde, a porta para a aplicação da distribuição normal para análise do mercado financeiro.

Bachelier não parou por aí, ele também se aventurou em novos territórios matemáticos. Ele adaptou as equações que Jean Baptiste Joseph Fourrier desenvolveu para descrever a dissipação de calor em uma substância, aplicando ferramentas da física nas finanças. Estranhamente, as fórmulas pareciam funcionar para o cálculo da probabilidade das variações no mercado financeiro. Porém, muito antes, a invenção do microscópio possibilitou que Robert Brown observasse o movimento errático de grãos de pólen em um meio líquido. Brown concluiu que o movimento era uma manifestação de um fenômeno físico e, por este motivo, é creditado por esta descoberta e seu nome cunhou o termo "movimento browniano". Também em 1905, Albert Einstein fez uma publicação sobre movimento browniano

---

[33] No jargão estatístico: variável independente e identicamente distribuída (i.i.d.)

[34] Uma metáfora para o andar de um sujeito severamente bêbado em um campo aberto (sem obstáculos), onde a direção de cada passo teria probabilidade igual para todas as possíveis direções (aqui também, cada passo é i.i.d.). Se tivéssemos que adivinhar a posição do bêbado após um certo tempo cambaleando, a melhor resposta seria o local de origem, pois na média ele não sai do lugar. Quanto mais longe do local de origem, menos provável. Uma primeira referência ao "passeio aleatório" pode ser encontrada nas cartas da 72ª edição da revista *Nature*, de 27 de julho de 1905, onde Karl Pearson escreveu um pedido para que os leitores o ajudassem a encontrar a solução para o problema do passeio aleatório. Lord Rayleigh apresentou uma resposta matemática a Pearson, cuja implicação é que a resposta mais provável era o local de origem.

em estatística física. Este ano foi marcado como o dos conceitos de passeio aleatório e movimento browniano que quase instantaneamente se tornaram assuntos de grande importância para a ciência. Apesar disso, Bachelier nunca recebeu em vida grande atenção acadêmica, muito menos dos financistas.

As ideias de Bachelier ressurgiram com força na economia apenas em 1956. Um aluno do grande economista da MIT, Paul Samuelson, reconheceu Bachelier como precursor em sua tese de doutorado sobre preço de opções[35]. A ideia de "jogo justo" nos mercados ganhou força e os economistas reconheceram as virtudes práticas de descrever os mercados por leis de probabilidade e movimento Browniano. Eugene F. Fama, orientando de Benoit Mandelbrot, empacotou e elaborou estas ideias no que ficou conhecido como a importante Hipótese dos Mercados Eficientes (HME)[36].

Partindo da das premissas da HME, surgiu uma gama de trabalhos sobre o mercado financeiro, dentre os quais, três podem ser considerados os mais importantes elementos do que Mandelbrot chama de teoria financeira ortodoxa. Primeiro, a Teoria Moderna do Portfólio, um método para selecionar investimentos desenvolvidos na década de 1950, por Harry Markowitz, Ph.D. da Universidade de Chicago. O segundo, um modelo simples para valorização de um ativo (seja uma ação ou uma nova fábrica que sua empresa pretende construir), conhecido como Capital Asset Pricing Model (CAPM), que foi desenvolvido por William Sharpe na década de 1960 e inspirado no trabalho de Markowitz. Finalmente, o terceiro, a fórmula de Black & Scholes para precificação de opções e análise de risco, criada por Fischer Black e Myron Scholes, no começo da década de 1970. Hoje, todos esses são parte do currículo básico de virtualmente todos os MBAs do mundo, assim como fazem parte de exames que buscam certificar analistas financeiros.

O que todos eles têm em comum além de partirem das premissas da Hipótese dos Mercados Eficientes? Resposta: três prêmios Nobel e três teorias vítimas da falácia lúdica. Como veremos, a HME tem premissas que são perigosas platonificações dos mercados financeiros e, se estas teorias são baseadas nas mesmas premissas, também são vítimas delas.

---

[35] O nome do aluno de Samuelson é Richard Kruizenga.

[36] A dissertação de mestrado de Eugene F. Fama foi sobre "A visão de mercado do Benoit Mandelbrot", que difere radicalmente da Hipótese de Mercados Eficientes.

1.15 Platonificação na economia, o caso mais geral

A gaussianização da economia e das finanças é apenas um do vários exemplos de platonificação que estão presentes na teoria econômica. Destaquei a gaussianização por dois motivos: primeiro, no sentido mais literal, a estatística gaussiana fornece uma grande parte das ferramentas e noções de probabilidade usadas em grande parte dos modelos econômicos, na econometria, testes de hipóteses, entre outras ferramentas. Mas todos eles podem ruir caso estejamos lidando com aleatoriedade do tipo selvagem; segundo, no sentido de visão de mundo, assumir que estamos em Mediocristão, na terra da aleatoriedade suave, o que é conveniente pois permite descartar os extremos de algumas análises sem efeitos significativos[37] (é claro que *apenas* se estivermos corretos nas assunções). A gaussianização, portanto, está em ambos os sentidos diretamente ligada ao principal foco desta monografia que é a incerteza, no sentido amplo discutido anteriormente.

Duas décadas atrás, quando novos telescópios a métodos matemáticos estavam abrindo portas da astronomia moderna, o grande matemático francês, Marquis Pierre-Simon de Laplace, afirmou que ele poderia prever o futuro do cosmos se ele soubesse a posição presente e a velocidade de cada partícula nele. Esta é uma visão determinística do mundo, na qual seria possível entender todas as relações de causa e efeito. E o único fator limitante para o conhecimento e capacidade de predição do mundo é o próprio conhecimento do todo. O físico e autor Fritjof Capra, chama esta visão de mundo de “mecanicista”, cujo pai seria René Descartes e na qual a natureza funciona como a máquina de um relógio. Se entendermos as partes é possível entender o todo. Esta visão, ainda segundo Capra, foi materializada pelo sistema matemático de Newton, que por muito tempo se estabeleceu como a teoria suprema da realidade, correspondente às leis definitivas da natureza. Com Newton, o sonho de Descartes, de o mundo ser uma máquina perfeita, tornou-se fato estabelecido.

Não foi só Bachelier que tomou conceitos emprestados da física e os aplicou na economia. A corrente atualmente dominante na economia, a economia neoclássica, tem como principais ferramentas parte da matemática e conceitos

---

[37] Uma espécie de aplicação da lei dos grandes números e das propriedades da gaussiana. Como vimos com a discussão entre a gaussiana e a mandelbrotiana, a propriedade de decaimento exponencial das caudas na função de densidade de probabilidade da curva normal, permite excluir extremos sem grandes consequências (similar ao que fazemos em testes de hipótese escolhendo os níveis de significância).

desenvolvidos por físicos. Muito antes de Bachelier, Daniel Bernoulli, um físico, introduziu o conceito de preferências com base em utilidades. Irving Fisher, um dos pais da economia neoclássica teve o notório físico Willard Gibbs como orientador. Dos conceitos de maximização, passando pela revolução marginalista (fundada por Léon Walras, Carl Menger e William Stanley Jevons) e, mais tarde, até a formalização matemática da economia deflagrada por Paul Samuelson e John Hicks e aprofundada por grandes nomes como Milton Friedman, Kenneth Arrow e Gerard Debreu, *todos* dependem de ferramentas matemáticas utilizadas anteriormente na física, sobretudo o cálculo diferencial e integral.

Infelizmente, no mundo real nós não podemos saber *tudo*. Com a teoria quântica e, de uma outra forma, com a teoria do caos, a física abandonou esta quimera ainda no século XX, o sonho impossível da visão determinística. Mandelbrot (2004) faz uma analogia para representar a ruptura de pensamento: ao invés de tentar entender todos os mecanismos e componentes da realidade, passamos a ver o mundo como uma caixa preta: podemos ver o que entra e o que sai da caixa, mas não o que o acontece dentro dela. O máximo que podemos fazer é inferir sobre as probabilidades de um *input* A produzir o *output* Z. Matemáticos chamam a visão de mundo através da lente da teoria da probabilidade de estocástica. O termo tem origem no grego *stokhos,* uma mira utilizada por arqueiros e, por metáfora, um palpite ou adivinhação – é uma visão que leva em conta vários níveis de incerteza.

Apesar dos avanços na física, na economia "deve haver dezenas de revistas acadêmicas em que os estudiosos se esforçam para seguir Laplace, tentando modelar o funcionamento interno da economia em toda a seus detalhes esplêndidos... Eles fazem suposições sobre o comportamento humano, a partir das quais hipotetizam sobre intrincadas relações entre... variáveis econômicas. Eles tentam capturar em um momento, uma coisa muito complicada" (MANDELBROT, 2004). A economia neoclássica se equilibra delicadamente sobre premissas bastante específicas, como a que os agentes são e continuarão sendo racionais no futuro e, assim, agir de maneira previsível. São as premissas do *homo economicus* (como o agente racional e maximizador de suas preferências, empresas maximizadoras de lucro e agentes que agem de forma independente utilizando toda informação relevante disponível) que permitiram o uso de técnicas matemáticas como "maximização", ou "otimização". Este arcabouço matemático no qual Paul

Samuelson e a maior parte dos economistas neoclássicos construíram grande parte da teoria, rui por completo sem estas premissas. Portanto, a ideia da formalização matemática da economia só foi possível ser perseguida em detrimento da verossimilhança das premissas: uma grande platonificação.

"Eu não seria o primeiro a dizer que essa otimização representou um retrocesso nas ciências sociais, uma disciplina que estava se tornando intelectual e reflexiva foi reduzida a uma tentativa de fazer "ciência exata". Por "ciência exata", quero dizer um problema de engenharia de segunda classe para aqueles que querem fingir que estão no Departamento de Física – o que chamam de inveja da física" (TALEB, 2010). Parece que Milton Friedman era realmente obcecado pela formalização matemática da economia. Taleb (2010) diz que ele atacava os críticos respondendo algo como: "Aqueles que podem, fazem ciência, outros fazem metodologia." Como se só quem tivesse profunda erudição matemática pudesse estudar as "ciências" econômicas.

É necessário fazer a seguinte pergunta: as premissas da economia neoclássica são razoáveis? Sobre a premissa de racionalidade dos agentes, Taleb (2010) escreveu: "Legiões de psicólogos empíricos da escola *heuristics and biases*[38] (heurísticas e vieses) têm mostrado que o modelo de comportamento racional em condições de incerteza não é apenas grosseiramente impreciso, mas totalmente errado como uma descrição da realidade." Estes resultados são perturbadores para os economistas neoclássicos platonizados, pois revelam vários exemplos de irracionalidade no comportamento humano. Estes experimentos têm mostrado, por exemplo, que pessoas podem ter preferências **in**transitivas – como preferindo maçãs a bananas; bananas a laranjas; e laranjas a maçãs ($a>b$, $b>c$, mas $c>a$), dependendo de como as questões relevantes são apresentadas a elas. A sequência importa. Outro exemplo é o fenômeno de "ancoragem", que se manifesta quando estimativas que as pessoas fazem sobre um número desconhecido são influenciadas pela apresentação prévia de uma *âncora*, um número aleatório não relacionado e que os participantes da pesquisa *sabem* que é aleatório. Portanto, se os agentes escolhem e tomam decisões de forma inconsistente, a premissa de racionalidade dos agentes não é razoável. Com isto ruem os principais pilares sobre os quais repousam o ferramental da economia neoclássica.

[38] Ver compilação *Heuristics and Biasses*, Khanneman, 2002 e Khanneman, 2011

Locke definiu um louco como alguém que "coloca ideias erradas juntas, e assim faz proposições erradas, mas argumenta e raciocina corretamente a partir delas." Segundo Taleb (2010), a matemática elegante tem a propriedade de ser perfeitamente certa, “atraindo mentes mecanicistas que não querem lidar com ambiguidades”. Mas, infelizmente, a certeza elegante da matemática simples é incompatível com uma fiel representação da realidade última. Entretanto, se agirmos como ou louco de Locke (algo rotineiro na economia), é possível fazer suposições pouco razoáveis e chegar a resultados matemáticos muito simples e elegantes.

2 INCERTEZA E A ECONOMIA DAS MUDANÇAS CLIMÁTICAS

2.1 A ciência e o clima

A ciência do clima é um campo tão abrangente, *transdisciplinar* e complexo que seria pretensioso e uma imensa irresponsabilidade da parte deste autor, que é apenas um amador entusiasmado, tentar apresentar um resumo fiel ao esplendoroso e árduo trabalho dos cientistas do clima. O IPCC, Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas, criado pela ONU e a Organização Meteorológica Mundial, é o principal órgão internacional responsável pela avaliação, compilação e fornecimento de informações científicas, técnicas e sócio-econômicas importantes para a compreensão da questão das mudanças climáticas. O IPCC não faz ciência, seu principal objetivo é reunir o estado da arte da produção científica mundial sobre as mudanças climáticas. Portanto, para obter informação sobre o que há de melhor na ciência climática a leitura mais indicada é o relatório mais recente do IPCC (2007). É por este motivo que a maior parte da discussão (mas não toda) sobre as mudanças climáticas será baseada nas informações do IPCC. Longe de ser uma tentativa de resumir o vasto espectro da ciência climática, o que segue neste subcapítulo são algumas definições e discussão sobre alguns pontos importantes para o entendimento do restante deste trabalho.

A primeira distinção que temos que fazer é entre o "tempo" e o "clima". O "clima" pode ser definido como o agregado de condições meteorológicas (como temperatura, umidade, precipitação, pressão atmosférica e ventos) que mantém certo padrão em alguma determinada extensão do planeta. Na climatologia, ciência que estuda o clima, é praticamente convencionado que são necessários pelo menos 30 anos de dados para ter uma base climatologia minimamente confiável, outros argumentam que deveria ser muito mais. Em contraste, o conceito de "tempo" difere principalmente na escala temporal, pois é definido pelas condições meteorológicas instantâneas, ou de curto-prazo. Metaforicamente, podemos pensar o clima como a "média" de longo prazo das várias condições de tempo que afetam certa região.

A segunda distinção que faremos é entre a "variabilidade climática" e a "mudança climática." A variabilidade é o processo natural pelo qual o clima oscila na escala de tempo geológica, independente das ações humanas. O clima depende, sobretudo, da intensidade de radiação solar que atinge a terra e isso pode mudar com pequenas alteração no formato da órbita da terra, inclinação do eixo, atividade solar, entre outros motivos. Já as mudanças climáticas são variações do clima que ocorrem em intensidade e/ou escala que fogem do padrão da variabilidade. Elas também podem ocorrer por fatores naturais raros, como o impacto de um asteróide ou aumento repentino da atividade vulcânica, mas também podem ser causadas pela interferência do homem.

A atmosfera é uma fina camada de gases que envolve a nossa terra. A troposfera é a camada inferior da atmosfera, onde vivemos e também onde ocorrem os fenômenos meteorológicos. O diâmetro da terra é de aproximadamente 12.756 km, e a troposfera tem apenas 12 km de altitude, representando menos do que 0.1% do diâmetro. Se a terra fosse do tamanho de uma maça, a atmosfera seria aproximadamente da espessura da fina casca. A atmosfera é composta principalmente por nitrogênio (78%) e oxigênio (21%), além de vários outros gases que juntos formam menos de 1% de seu volume. Entre estes gases de baixa concentração, alguns tem a propriedade fisioquímica de “reter” energia na forma de calor na atmosfera.

Estes gases são chamados de Gases do Efeito Estufa (GEE), pois o efeito é similar com o que acontece quando o isolamento térmico de uma estufa controla a temperatura ambiente, provendo melhores condições para o desenvolvimento das plantas contidas nela. Os GEE tem vital papel no sistema climático, pois são eles que permitem a ocorrência do efeito estufa: um fenômeno natural essencial para a manutenção da vida na terra. É o processo pelo qual parte da energia solar refletida pela terra na forma de radiação de onda longa é “aprisionada” no caminho, esquentando a atmosfera e, por consequencia, os oceanos e os continentes. É através deste mecanismo que a temperatura de superfície média global se mantém em um equilíbrio dinâmico de aproximadamente 13.9ºC (entre os séculos XIX e XX). Se não houvesse efeito estufa, esta temperatura média seria de uns 30ºC mais frio, impossibilitando boa parte (se não toda) da vida na terra.

Porém, na última década, esta temperatura esteve aproximadamente 0.6-0.7ºC mais quente que a média dos últimos séculos. Isto significa um aumento percentual de aproximadamente 5% na temperatura média da terra. O que está acontecendo? As atividades humanos têm emitido uma significativa quantidade de GEE para a atmosfera, aumentando a concentração do mesmos e amplificando o efeito estufa para além da sua função natural. Este aquecimento global já está provocando e provocará ainda mais graves mudanças nos padrões do clima global.

Os principais GEE são, o dióxido de carbono, o metano, os óxidos de nitrogênio, os clorofluorcarbonos e o vapor d'água. O vapor d'água é de longe o mais importante GEE, mas a sua concentração na atmosfera é uma função da temperatura e, portanto, ele não é a causa do problema. Em segundo lugar, o dióxido de carbono, que resulta da queima de matéria orgânica - como por exemplo, queima de combustíveis fósseis, que fornecem a maior parta da energia das nossas ativididades; e o desmatamento que devolve para a atmosfera o carbono "sequestrado" na biomassa. O dióxido de carbono compõe menos de 0,5% da atmosfera.

Em terceiro lugar, o metano, que é principalmente uma produto da respiração anaeróbia (sob baixa disponibilidade de oxigênio). A sua formação ocorre naturalmente, mas é exacerbada por efluentes, a agricultura, lixões e, em grande parte, pelas bactérias que habitam os estômagos de ruminantes, como o gado. O metano compõe uma parte minúscula da atmosfera, medida em partes por bilhão, mas durante um período de 100 anos a sua capacidade de reter calor é aproximadamente 25 vezes maior que a do dióxido de carbono. Juntos, o dióxido de carbono e o metano respondem por mais de 72% do aquecimento global observado dede a era industrial. Os outros gases são relevantes, mas podemos saltar suas descrições sem grade prejuízo para o entendimento do assunto.

Muito importante para entender o aquecimento global é saber que o tempo de residência (quanto tempo estes gases ficam na atmosfera exercendo o efeito) é bastante prolongado. Esta medida é bastante variável, mas o que importa para a gente é a ordem de grandeza. Portanto, a informação relevante é que estes gases podem permanecer na atmosfera por séculos ou até milênios. Portanto, o que tem efeito realmente significativo sobre o aquecimento global, não são tanto as emissões pontuais ("fluxo") de GEE, mas sim as concentrações ("estoque") na atmosfera. O crescimento da concentração de GEE tem crescido, por influência humana, em ritmos que ultrapassam em mais de 100 vezes a variabilidade natural observada nas últimas dezenas, ou centenas de milhões de anos (HANSEN, 2009).

O figura que segue é a concentração de dióxido de carbono inferida a partir de bolhas de ar presas no gelo da Antártica pelo últimos 800 mil anos, os dados são complementado por medição atmosféricas diretas a partir de 1958:

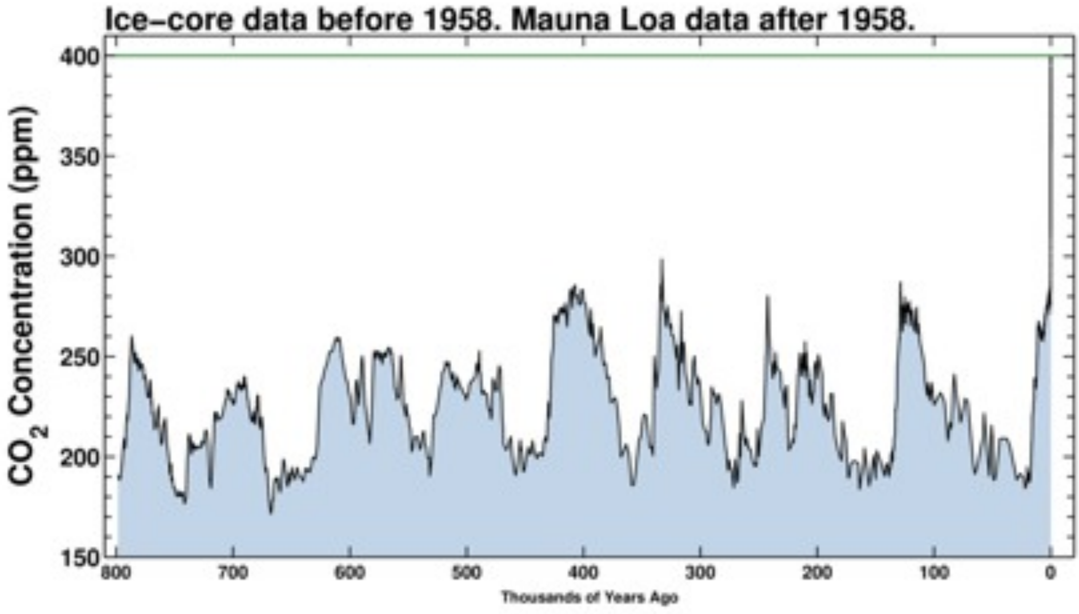

Fig. 11 - Concentração de dióxido de carbono na atmosfera medida em partes por milhão (ppm) dos últimos 800 mil anos. Em maio de 2013, ultrapassamos o simbólico marco histórico de 400 pmm, um nível que não ocorre na terra há pelo menos três milhões de anos, e continuamos subindo vertiginosamente. (SCRIPPS, 2013)

Acho que a esta altura o leitor tem informações suficientes para perceber o quanto já adentramos um território desconhecido. Para dados além dos 800 mil anos, dependemos de medições indiretas para inferir as concentrações de GEE e as temperaturas do passado longínquo. Este tipo de procedimento envolve uma importante margem de erro. Além do mais, mudanças tão extremas quando as que estamos vivenciado são raras por definição, e mesmo com dados paleoclimáticos que cobrem dezenas de milhões de anos, iremos encontrar pouquíssimos (literalmente 1, 2 ou 3...) exemplos de mudanças geologicamente abruptas e com magnitude similar no passado. O leitor que me segue, já deve ter percebido que a escassez de dados sobre extremos nos deixa com uma enorme incerteza quanto à resposta do sistema climático ao aumento formidável de GEE na atmosfera. Isto será discutido mais profundamente nos próximos subcapítulos.

Outra fonte de incerteza na ciência do clima é a existência de vários mecanismos de *feedback* (retroalimentação positiva) que podem amplificar o aquecimento causado pelo aumenta das concentrações de GEE. Um exemplo “canônico” é o derretimento do gelo marinho no Ártico. Como o gelo tem uma alta reflexividade (“albedo” na terminologia climática), o derretimento do gelo causado pelo aquecimento permite que mais radiação solar aqueça o oceano, que é mais escuro e absorve mais radiação solar e aquecerá, em torno derretendo mais gelo, expondo ainda mais áreas do oceano aos efeitos da radiação solar... Mas, existem outros muito mais perigosos como, por exemplo, possíveis secas severas que podem estimular queimadas na Amazônia, liberando quantidades brutais de GEE, que causarão ainda mais aquecimento e mais secas. E ainda mais assustador, as grandes reservas congeladas de metano, o gás cujo potencial de aquecimento é 25 vezes mais poderoso que o do que o dióxido de carbono, que existem nos solos congelados do Ártico (*permafrost)* e também “guardados” sobre pressão e temperaturas baixas no fundo dos oceanos na forma de hidratos de metano. Um aquecimento pode derreter estas reservas, e liberar mais gases para a atmosfera, como já está acontecendo gradualmente no *permafrost*.

Encero esta breve apresentação sobre a ciência das mudanças climáticas com uma figura que representa a magnitude das incertezas envolvidas, às vezes a realidade pode ser mais nefasta que a pior das previsões:

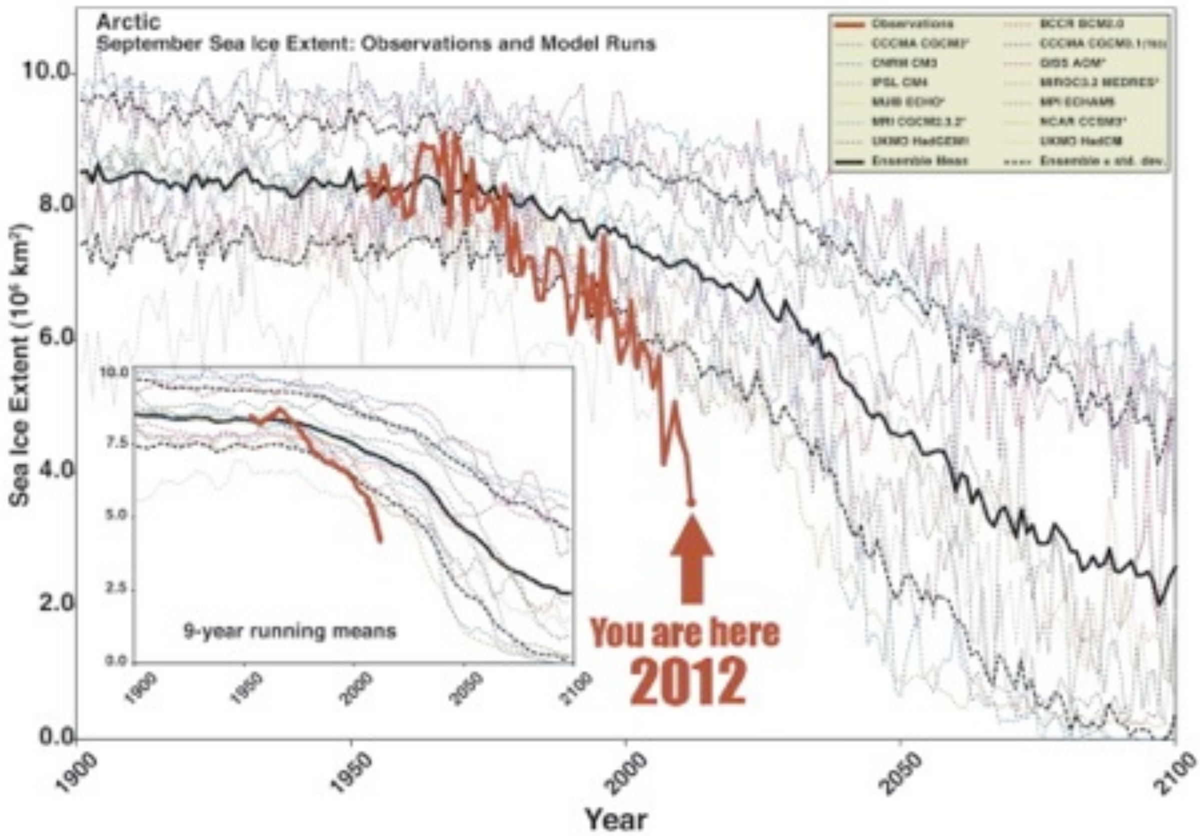

Fig. 12 - Observações da área de gelo marinho no Ártico (vermelho), versus os modelos usados no Quarto Relatório do IPCC (200). Figura adaptada de Stroeve et al., 2007. Note quantos desvios padrões (traços pretos pontilhados) já desviamos da previsão central (traço preto sólido). A previsão central, indicava que deveríamos atingir os níveis de recordes de desgelo vistos em 2012 apenas na segunda metade do século. Este é um ótimo exemplo de como existem muitas incertezas completamente desconhecidas pelo que há de melhor na ciência.

2.2 A “incerteza” na economia das mudanças climáticas

O sistema climático do nosso planeta é complexo, com muitas *não linearidades*, muitas incógnitas e dinâmicas que são impossíveis de serem totalmente entendidas, muito menos previstas com precisão, como foi discutido acima. Um dos aspectos mais assombrosos, entre outras incertezas, é a possibilidade teórica da existência de limites, que se superados podem deflagrar transições climáticas abruptas e irreversíveis, os *tipping points*. Há uma gama conhecida de efeitos de retroalimentação positiva (*positive feedbacks)*, todos com potencial de intensificar o aquecimento causado pelas emissões antrópicas. Importantes trabalhos foram realizados sobre a economia desses impactos, porém a maior parte desconsidera os possíveis cenários extremos. As previsões climáticas mais centrais, cujos resultados têm maior probabilidade de ocorrer, já apontam para impactos econômicos bastante significativos em escala planetária. À luz do sentido mais profundo de incerteza, discutido no capítulo 1, como fica a análise econômica das mudanças climáticas se levarmos em consideração os possíveis cenários *catastróficos,* de baixa (mas não negligenciável) probabilidade e alto impacto?

Antes de responder, vamos olhar brevemente para a história dos modelos e análises econômicas das mudanças climáticas[39]. Podemos enquadrar a maior parte das tentativas de modelar economicamente o problema, realizadas antes de 2006, como análises de custo-benefício, que ignoravam boa parte da incerteza envolvida, trabalhando apenas com *expectâncias* ou *inputs* conhecidos. Alguns estudos, como os realizados por Richard Tol (2002), fizeram uso de simulações de Monte Carlo[40] para adicionar algum grau (limitado) de incerteza nos parâmetros dos modelos. Dois modelos bem conhecidos, DICE (Dynamic Integrated Climate Change) e PAGE (Policy Analysis of the Greenhouse Effect), derem um passo além: ambos incluíram, de forma limitada, a possibilidade de perdas abruptas "catastróficas".

No DICE, a magnitude de uma potencial catástrofe foi inicialmente baseada em uma pesquisa de opinião realizada com especialistas no início de 1990. A incerteza é representada neste modelo pelas médias das opiniões, multiplicadas por uma probabilidade que varia em função de diferentes níveis de aquecimento. Este “valor esperado” (probabilidade multiplicada pela magnitude da catástrofe) foi então incluído na função de danos do DICE. Portanto, o DICE inclui alguma incerteza na análise, mas trata o valor esperado como se fosse um impacto “conhecido” das mudanças climáticas. Mais tarde, ajustes e trabalhos com o DICE foram feitos pelo célebre economista ambiental William Nordhaus (2008).

Já o PAGE, teve suas estimativas de danos gradualmente calibradas a outros estudos e modelos, inclusive ao DICE. Os resultados do DICE incluem uma

---

[39] O resumo que segue é baseado na obra de Ackerman e Stanton (2011), que juntos elaboraram um ótimo relatório sobre o estado da arte da economia do clima, e cuja leitura eu recomendo fortemente.

[40] O método de Monte Carlo é um método estatístico que busca obter aproximações de funções complexas através de amostragens aleatórias. Por exemplo, rodando uma simulação repetidas vezes com inputs ou parâmetros ligeiramente diferentes, com o objetivo de deduzir a distribuição de probabilidade do resultado final heuristicamente. Metaforicamente, é como jogar repetidas vezes em uma cassino até descobrir quais são as probabilidades envolvidas no jogo. É a partir da fama do Cassino de Montecarlo que o método obtém seu nome.

potencial catástrofe, cuja magnitude mais provável é comparável com a estimativa do DICE. No PAGE, no entanto, três parâmetros principais são variáveis deduzidas pelo Método de Monte Carlo: a temperatura limite geradora de uma catástrofe; a probabilidade (dependente da temperatura) de ocorrência da catástrofe, uma vez que esse limite é atingido; e a magnitude da catástrofe. Apesar de produzir resultados médios semelhantes aos DICE, o PAGE também é capaz de gerar distribuições de probabilidade, além dos os resultados que são médias.

Em 2006, um importante marco revolucionou a economia das mudanças climáticas, o Relatório Stern. No que tange a incerteza, Stern foi o primeiro a fazer uma profunda e atualizada análise científica dos potenciais *tipping points*, e suas ameaças de danos irreversíveis. Os cálculos quantitativos do relatório, no entanto, não representam uma ruptura completa com a modelagem do passado. Com algumas pequenas mudanças de *inputs* e parâmetros, a base ainda é o modelo PAGE2002. As suposições sobre catástrofes, foram calibradas ao DICE e outros estudos anteriores. Assim, os cálculos econômicos do Relatório Stern refletem apenas parcialmente as prescrições do próprio Stern para a análise econômica das mudanças climáticas. Por outro lado, seus resultados indicaram danos maiores que muitas outras análises econômicas, e em boa parte explicados pelo uso de uma baixa taxa de desconto, que elevou o valor presente dos danos. A taxa de desconto afeta profundamente o valor presente das análises econômicas de custo-benefício das mudanças climáticas, pois os piores cenários são mais propensos a ocorrer nos últimos anos das simulações que envolvem séculos. Diferente de seus antecessores, Stern conseguiu apresentar um potente argumento econômico, que enfatiza a necessidade e os benefícios de uma ação imediata em grande escala para reduzir as emissões.

Estas conclusões levaram o relatório Stern a transformar o panorama da economia do clima, assim como o das negociações políticas por reduções de emissões. Mesmo com essas virtudes, poderia o Relatório Stern, assim como outras análises do tipo, estarem subestimando o papel das incertezas? A resposta da própria equipe de pesquisadores é que sim, já que são utilizados cálculos com base em *best guess* (melhor estimativa), ignorando as fontes conhecidas e desconhecidas de incerteza (Ackerman; Stanton, 2011). O modelo deliberadamente inclui efeitos de *feedback* que são apenas “modestos”. Hoje, à luz de um enorme avanço na ciência do clima, os modelos mais antigos, que projetam impactos modestos e precisos, parecem esdrúxulos e antiquados. Até mesmo o Relatório Stern carece de um tratamento adequado para os múltiplos níveis de incerteza presentes na questão do clima. Mas, o Relatório Stern está longe de ser a última palavra no assunto. É argumentável que, pelo menos para a economia, o principal feito de Stern foi ter disparado um gatilho para um espetacular florescimento de inovações na economia do clima (Ackerman; Stanton, 2011).

2.3 A Incerteza Profunda na Economia das Mudanças Climáticas

Outro grande marco da questão climática foi lançado em 2007, no ano seguinte da publicação do Relatório Stern: o "Quarto Relatório de Avaliação" do IPCC - Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas (IPCC, 2007). Os avanços científicos foram tão significativos e o resultados tão fortes que provocaram um descompasso entre a economia das mudanças climáticas e a ciência climática, sobre a qual a primeira se equilibra. O AR4 (2007) foi um divisor de águas em três aspectos: uma discussão muito mais clara e profunda sobre as incertezas envolvidas na ciência do clima, uma *quasi* afirmação[41] de que as emissões de origem antrópica são responsáveis pelo problema e apresentou projeções assustadoramente mais pessimistas que o anterior. Para esta monografia, interessa mais as questões da incerteza, das projeções e a interação entre ambas. Ora, se as projeções científicas são incertas, de forma que as probabilidades associadas com resultados catastróficos não podem ser negligenciados, a discussão do Capítulo 1 sugere que as projeções econômicas correspondentes devem levar em conta toda essa incerteza, incluindo resultados econômicos que refletem os piores resultados climáticos. Não queremos platonizar, muito menos cair na falácia lúdica!

Três características das mudanças climáticas são desafios para a teoria econômica, exigindo que a economia transite por novos territórios:

1) a natureza global do problema e suas possíveis soluções representam um caso **extremo** de sobreposição entre o pior problema de externalidades que o planeta já viu e um bem público de escala global, a atmosfera. A possibilidade de poluir é *não excludente* e *não rival*. Não importa onde os gases do efeito estufa são

[41] Não poderia fazer uma afirmação absoluta, pois achados científicos precisam ser refutáveis e não dogmáticos, como na demarcação Popperiana.

emitidos, eles eventualmente irão se difundir por toda atmosfera. Além disso, se desconsiderarmos possíveis políticas, a atividade de um poluidor não afeta a capacidade dos outros poluírem. Stern (2006) chamou as mudanças climáticas de a “pior *falha de mercado* que o mundo já viu”. Em contraste ao baixo custo e fácil solução tecnológica de outro problema que também envolve um bem público e está hoje praticamente resolvido, o da camada de ozônio, é colossal a magnitude dos custos e a extensão da transformação tecnológica necessários para solucionar as mudanças climáticas. Scott Barrett e Astrid Dannenberg (2012), pesquisadores da Universidade de Columbia, demonstraram como a incerteza científica sobre a localização do *limite do perigo* é o fator chave que, no jargão da teoria dos jogos, torna as negociações climáticas algo como o *dilema dos prisioneiros*, fazendo com que a cooperação colapse. Esta pesquisa explica o motivo da existência do seguinte paradoxo: os países concordam com um objetivo coletivo, visando a redução do risco de uma catástrofe, mas agem como se estivessem cegos para estes perigos;

2) os períodos de tempo envolvidos são muito grandes, da ordem de vários séculos. Em modelos e sistemas com *não linearidades*, pequenos erros de *input* ou especificação dos parâmetros podem significar resultados totalmente discrepantes. Pesquisando no Massachusetts Institute of Technology (MIT), durante a década de 1960, o meteorologista Edward Lorenz estava trabalhando em um modelo computadorizado de dinâmicas atmosféricas, quando se deparou com uma incrível descoberta acidental. Mais especificamente, Lorenz estava fazendo uma simulação que projetava um sistema meteorológico com apenas alguns dias de antecedência. Ao tentar repetir a mesma simulação, exatamente com o mesmo modelo e com os mesmos parâmetros (ou que ele achava que eram), obteve resultados radicalmente diferentes. Lorenz inicialmente atribuiu essas diferenças a um *bug* de computador ou a um erro de cálculo, subsequentemente, ele percebeu que as divergências nos seus resultados não surgiram de erro, mas de um pequeno arredondamento dos parâmetros. Hoje as descobertas de Lorenz são importantes no campo da teoria do caos[42] (Taleb 2010; Nordhaus 2011). Relacionado a isso, a opacidade quanto à trajetória da economia durante este longo período, assim como a questão de como

---

[42] A descoberta é hoje também conhecida como o “efeito borboleta”, termo cunhado por um exemplo teórico do próprio Lorenz: a formação de um furacão pode ser influenciada pelo bater das asas de uma borboleta em um local remoto, em algum período passado. Outro bom exemplo, mais fácil de entender, é que a localização final de uma bola que desce uma colina irregular depende radicalmente do ponto inicial da sua trajetória.

serão as futuras civilizações, geram fortes controvérsias sobre quas(is) deverá(ão) ser a(s) taxa(s) de desconto usada(s) nos modelos. Estes são apenas alguns, entre outros desafios à teoria econômica relacionados ao tempo longo;

3) a brutal extensão da incerteza envolvida - o ponto mais importante para este trabalho. Note que as duas primeiras características, em última análise, também são fontes de incerteza para a análise econômica. Da mesma forma que, metaforicamente, juros compostos por um longo período transformam dívidas em verdadeiros monstros, a incerteza envolvida em vários aspectos é “composta” por várias camadas da análise, resultando em uma incerteza ainda mais profunda no nível dos resultados finais. Na nossa terminologia informal talebiana e mandelbrotiana, a economia precisa domar uma das mais *selvagens* criaturas de *Extremistão*. Vamos ver, a seguir, como a economia do clima avançou neste sentido, após o relatório Stern.

Como vimos com os modelos anteriores, é uma “prática padrão” em toda a teoria econômica calcular um leque de possíveis valores esperados de resultados para o futuro, mas essa prática encontra um importante limite nos casos em que a distribuição de probabilidade do futuro é desconhecida. Na terminologia knightiana, os valores esperados podem ser calculados apenas em situações envolvendo risco, onde as distribuições de probabilidade são conhecidas, mas não para incertezas que envolvem probabilidades desconhecidas. A ciência do clima envolve este senso profundo de incerteza em vários níveis, mas nem tudo é desconhecido. Paradoxalmente, o que conhecemos sobre o sistema climático é suficiente para detectar, pelo menos teoricamente, que a sua complexidade envolve uma série de *não linearidades*, aprofundando a incerteza final. Infelizmente, isso acende o sinal vermelho das nossas heurísticas discutidas na Capítulo 1: essa criatura deve ser de Extremistão. Como vimos, para casos como este, a “prática padrão” da economia é insuficiente e perigosa como instrumento de análise, pois pode descartar os possíveis resultados extremos que têm probabilidades **não** negligenciáveis.

Complicando ainda mais, temos dados insuficientes e de má qualidade sobre o passado climático muito distante para fazer qualquer estimativa minimamente razoável das caudas. Este é um caso especialmente severo do problema da indução. Apesar de suspeitarmos fortemente que estamos no território de Extremistão, ainda estamos falando de incerteza profunda, com as distribuições de probabilidade essencialmente desconhecidas, especialmente nas caudas. A imensa defasagem temporal entre as emissões e seus efeitos no clima, que pode ser da ordem de milênios, assim como a possível existência de *tipping points,* não nos permite aprender sobre os reais riscos por experimentação, tentativa e erro. Afinal, só temos um planeta! É uma "verdade inconveniente," mas nessas condições, a "prática padrão" da análise econômica rui: as caudas devem dominar a análise econômica. Mas, tragicomicamente, é justamente nos extremos que está o nosso maior grau de opacidade epistemológica.

Portanto, a análise das incertezas da ciência do clima, especialmente uma que trate com rigor a possibilidade de resultados catastróficos a longo prazo, é hoje a nova fronteira mais importante da economia do clima. Nesta direção, o avanço mais importante desde o Relatório Stern é o "*Dismal Theorem"*[43] , de Martin Weitzman[44] (2009), uma densa prova matemática que, sob hipóteses plausíveis, resulta em um **benefício marginal da redução de emissões infinito** (WEITZMAN, 2009). Muito antes da publicação do *Dismal Theorem*, uma disputa intelectual entre gigantes da economia ambiental começou em 2007, quando Weitzman argumentou que o Relatório Stern estava "correto pelos motivos errados" (WEITZMAN apud ACKERMAN; STANTON, 2011, p. 84, tradução minha). Weitzman (2007), que neste período já havia começado a trabalhar no *Dismal Theorem,* escreveu que Stern estaria certo ao enfatizar a urgência do problema das mudanças climáticas, mas errado ao fundamentar a sua conclusão em uma taxa de desconto muito baixa ao invés do fundamental problema da incerteza. Este debate culminou em um aquecido simpósio realizado em 2011, quando três grandes economistas ambientais discutiram as implicações das "caudas gordas" para a economia das mudanças climáticas. Participaram William Nordhaus (2011), Robert Pindyck (2011) e, é claro,

[43] Uma tradução livre e grosseira para o "*Dismal Theorem"* seria algo como o "Teorema Sombrio".

[44] Martin L. Weitzman é professor de Economia na Universidade de Harvard. Anteriormente, ele pertencia ao quadro de docentes do MIT e Yale. Foi eleito membro da Sociedade Econométrica e da Academia Americana de Artes e Ciências. Os interesses de Weitzman em economia são amplos e ele atuou como consultor para diversas organizações bem conhecidas. Sua pesquisa atual está focada em economia ambiental, incluindo as mudanças climáticas, a economia das catástrofes, análise de custo-benefício, desconto de longo prazo, contabilidade "verde" e comparação de instrumentos alternativos para o controle de poluição.

Weitzman (2011). Com base no trabalho de Ackerman e Stanton (2011)[45], assim como nos artigos publicados pelos próprios participantes para o simpósio, resumirei em seguida como está a fronteira da teoria da economia do clima, que avança com a inclusão mais realista do alto grau de incerteza existente da ciência do clima e nas projeções socioeconômicas.

Através das discussões que surgiram no meio acadêmico com a publicação do *Dismal Theorem* de Weitzman (2009), é possível entender o progresso recente da fronteira da economia do clima. Mas antes, vamos entender o *Dismal Theorem* sem nos aprofundarmos demais na sua matemática complexa. As duas principais suposições feitas por Weitzman (2009) reaproximam a economia com o que há de estado da arte na ciência do clima. As suposições são: 1) o sistema climático da Terra é tão complexo, que as nossas melhores estimativas são muito incertas; elas têm inevitavelmente uma **distribuição de probabilidade com uma cauda muito gorda;** 2) a "**desutilidade**" (mal) provocada pelos possíveis resultados climáticos extremos pode ser considerada "**ilimitada**" quando nos aproximamos dos limites da sobrevivência humana. O tratamento matemático formal destas premissas, nas linhas de Weitzman, levam ao curioso resultado de que a **disposição a pagar para reduzir as emissões é infinita.**

Para justificar a *primeira suposição*, Weitzman introduz aleatoriedade ao seu modelo por meio do parâmetro da *sensibilidade climática de equilíbrio*, que ainda é algo numericamente bastante incerto na ciência climática. A sensibilidade climática de equilíbrio é, nas palavras de Weitzman (2009; 2011), um importante "indicador macro" da eventual[46] resposta do sistema climático ao aumento de GEE, aqui denominada S_1. Em termos estatísticos e climáticos, é a distribuição de probabilidade do aumento global médio de temperatura em resposta à duplicação da concentração de GEE dos níveis pré-industriais (aproximadamente 280 PPM, o que implica em uma concentração final de 560 PPM). O IPCC define a sensibilidade climática de equilíbrio como:

---

[45] As discussões do simpósio de 2011 sobre "Caudas Gordas e Economia do Clima" **não** fazem parte, formalmente, do relatório de Ackerman e Stanton (2011). Porém, o assunto já vinha sido abertamente debatido desde 2007, permitindo que Ackerman e Stanton discutissem boa parte dos argumentos que posteriormente vieram a fazer parte dos artigos formalmente apresentados no simpósio.

[46] O tempo que demora para atingir esse equilíbrio também envolve alto grau de incerteza.

> "*The equilibrium climate sensitivity is a measure of the climate system response to sustained radiative forcing. It is not a projection but is defined as the global average surface warming following a doubling of carbon dioxide concentrations. It is likely to be in the range 2–4.5°C with a best estimate of 3°C, and is very unlikely to be less than 1.5°C. Values substantially higher than 4.5°C cannot be excluded, but agreement of models with observations is not as good for those values.*" (IPCC, 2007).

Weitzman também discute algumas limitações da sensibilidade climática como instrumento para inserir *todas* as incertezas envolvidas na ciência e economia do clima em seu modelo. S_1 é algo que é conhecido mas incerto, o conceito não leva em consideração o que ainda desconhecemos profundamente sobre a questão climática, os "*unknown unknowns*" ou "desconhecidos desconhecidos." S_1 não é a mesma coisa que a mudança final de temperatura, que dependerá de outros fatores, mas sim apenas um conceito teórico do que acontece dentro do escopo limitado do sistema climático com a duplicação das concentrações de GEE. Lembre dos assombrosos *feedbacks* que envolvem a liberação, em tempo geologicamente repentino, de quantidades colossais de GEE sequestrados por milhões de anos pelos ciclos biogeoquímicos (*permafrost*, Amazônia, hidratos de metano, etc...). Vamos chamá-los de *feedbacks do sistema terrestre* (FST), em oposição aos *feedbacks* restritos ao domínio de sistema climático, que são bem mais conhecidos e brandos. Os FSTs podem ser desencadeados por níveis altos de temperatura, tornando a temperatura final de equilíbrio muito diferente do intervalo sugerido por $S_{1.}$ Os FSTs são verdadeiros "*unknown unknowns*", pois não sabemos quando nem qual será a intensidade de seus efeitos, fora a possibilidade preocupante de que podem existir FSTs que fogem completamente do nosso radar. Mas, no final, o que importa para a análise econômica não é o conceito teórico de $S_{1,}$ mas sim quanto o clima realmente pode mudar.

Com os FSTs em mente, Weitzman (2009) matematicamente agregou de forma bastante simples as 22 distribuições de S_1 contidas no IPCC-AR4 (2007). E, para contemplar as incertezas quanto aos *feedbacks do sistema terrestre,* aplicou uma transformação linear (baseada em outros estudos sobre os FSTs), resultando em uma nova distribuição de probabilidade estimada, que reflete melhor a incerteza profunda quanto à mudança efetiva de temperatura global média, e não simplesmente o conceito de sensibilidade climática de equilíbrio. Esta nova distribuição foi denominada S_2. Os resultados finais são: em palavras, a probabilidade de um aquecimento global maior que 10ºC é 5%, e maior que 20ºC é

1%. Matematicamente: $P[S_2 > 10^oC] \approx 5\%$ e $P[S_2 > 20^oC] \approx 1\%$, implicando em $P[\Delta T > 10^oC] \approx 5\%$ e $P[\Delta T > 20^oC] \approx 1\%$. Weitzman admite que o procedimento não é um tratamento estatístico formal, mas que serve o propósito de inserir o senso de incerteza profunda nos modelos de economia do clima.

Voltando para a nossa discussão epistemológica sobre o problema da indução, Weitzman defende de forma mais geral que para um sistema complexo em transformação, como o climático, à medida que novas informações surgem, as antigas se tornam obsoletas, impondo um limite ao conhecimento empírico que podemos adquirir. Somos, obrigados a trabalhar com uma quantidade limitada de dados, o que implica que as nossas melhores estimativas seguem uma distribuição de probabilidade com caudas gordas, significando probabilidades **não** desprezíveis de aquecimento catastrófico. O conhecimento indutivo é obviamente limitado para os eventos extremos que estão fora do intervalo do que já foi experimentado, ou observado mesmo que indiretamente. Na filosofia de Karl Popper, é possível saber que algo é falso com muito mais confiança do que a saber que algo é verdadeiro, basta um contra exemplo para comprovar que algo é falso. Nestes casos, Weitzman (2011) argumenta que o estudioso que deseja trabalhar com alguma forma de distribuição de probabilidade é obrigado a fazer suposições *a priori* sobre o formato da distribuição, o que é obviamente subjetivo e não soa nada científico.

> "The part of the distribution of possible future outcomes that we might know now (from inductive information of a form conveyed by past data) concerns the relatively more likely outcomes in the middle of the probability distribution. From past observations, plausible interpolations or extrapolations, and the law of large numbers, there may be at least some modicum of confidence in being able to construct a reasonable picture of the central regions of the posterior-predictive PDF [a distribuição de probabilidade "final"]. As we move toward probabilities in the periphery of the distribution, however, we are increasingly moving into the unknown territory of subjective uncertainty, where our probability estimates of the probability distributions themselves become increasingly diffuse because the frequencies of rare events in the tails cannot be pinned down by previous experiences. From past data alone, it is not possible to know enough now about the frequencies of future extreme tail events [...] Climate change economics generally and the fatness of climate change tails specifically are prototypical examples of this principle, because **we are trying to extrapolate inductive knowledge far outside the range of limited past experience**." (WEITZMAN, 2009, ênfase minha).

Em uma terminologia mais científica: *ausência de evidência* é muito diferente de *evidência de ausência*. Os melhores dados sobre a concentração de GEE na atmosfera e o histórico de temperaturas são obtidos de pequenas bolhas de ar presas em núcleos de gelo na Antártica, cuja série nos permite a observação direta da concentração de GEE dos últimos 800 mil anos. Durante todo este período, a concentração de dióxido de carbono variou gradualmente dentro de uma faixa relativamente estreita, aproximadamente entre 180 e 280 ppm, e nunca ultrapassou 300 ppm (DIETER et al apud Weitzman, 2011). Em maio de 2013, segundo os dados do Instituto SCRIPPS de Oceanografia da Universidade de San Diego e também do NOAA[47], a concentração de CO_2 ultrapassou o importante marco simbólico de 400 ppm, e continua subindo vertiginosamente. A concentração final que devemos atingir em décadas, ou séculos, será maior do que qualquer concentração há dezenas de milhões de anos (se não tomarmos medidas drásticas). Um contraste ainda mais surpreendente com o registro de 800 mil anos é a taxa de crescimento das concentrações de GEE: aumentos passados de CO_2 sempre ocorreram abaixo (e normalmente bem abaixo) de 25 ppm por qualquer sub-período de 1.000 anos, enquanto agora CO_2 aumentou em mais de 25 ppm apenas nos últimos dez anos (WEITZMAN, 2011). A velocidade dessa mudança, que é pelo menos 100 **vezes** mais rápida que qualquer uma ocorrida há 800 mil anos, pode ser única até em uma escala de tempo de centenas de milhões de anos, de acordo com outros dados paleoclimáticos. O nível da concentração e a velocidade do aumento dos GEE não encontram precedentes no passado geológico recente, o que nos leva para um território inexplorado (HANSEN, 2009). A *falta de evidência* de extremos, não é *evidência da falta* de extremos. Não podemos descartar com base nos dados, resultados finais catastróficos, tornando as previsões sobre futuras mudanças climáticas muito incertas.

A **segunda suposição** de Weitzman (2009) é a de que o dano causado pelas mudanças climáticas tem uma “desutilidade” ilimitada quando os cenários de catástrofe se aproximam de cenários de ruptura total com o mundo como o conhecemos. Visto que o foco desta monografia é a incerteza, não vou me estender tanto neste ponto, mas apenas apresentar alguns argumentos que Weitzman (2011) usou para justificar este ponto, que Ackerman e Stanton (2011) também resumiram. O principal argumento é que para um mudança climática suficientemente radical, praticamente toda (se não toda) produção econômica cessaria, levando o consumo *per capita* a níveis de subsistência ou insuficientes para a sobrevivência. A perda de

---

[47] National Oceanic and Atrmospheric Administration

bem estar, em alguns modelos econômicos, pode ser infinita quando estes níveis são atingidos. Inversamente, o benefício marginal do consumo em uma situação de sobrevivência é infinito. Em função das caudas gordas, estes cenários não podem ser descartados. Não podem nem ser considerados pouco prováveis, se levarmos em conta a magnitude e gravidade dos danos.

Weitzman (2011) critica a forma indolente (*cavalier)* com a qual é tratada a função de danos na literatura da economia do clima[48]. A forma funcional da função de dano utilizada nas análises "padrão" de custo-benefício reduz o produto econômico "bem-estar-equivalente", sujeito a uma mudança de temperatura média *T,* por um *multiplicador* (M) quadrático-polinomial, cuja expressão matemática é $M(T) = \alpha T^2/(1 + \alpha T^2)$. O valor de α que Weitzman (2011) utiliza no seguinte exemplo, é o mesmo da última versão de 2008 do modelo DICE de Nordhaus. Weitzman (2011) comenta que, para ser justo, ele reconhece que esta especificação foi desenhada para captar os danos de uma baixa mudança de temperatura, e nunca foi intencionada para modelar mudanças catastróficas. Assim, uma mudança de 10ºC implicaria em uma redução do produto final (na hora do impacto) de 19%. Supondo um crescimento médio do produto de 2% ao ano *sem aquecimento global* e um período de 200 anos, isto significa que o crescimento médio anual do PIB *com um aquecimento catastrófico* de 10ºC seria "apenas" reduzido para 1.9%. Uma suposição ridiculamente otimista para uma catástrofe desta magnitude.

Uma temperatura média global 10ºC mais quente que a de hoje não ocorre no planeta desde das épocas do Paleoceno e o Eoceno, há pelo menos 40 milhões de anos. Um evento conhecido como PETM (*Paleocene Eocene Thermal Maximum)*, ocorreu há aproximadamente 55 milhões de anos, quando a temperatura global subiu (de um nível já mais alto que hoje) aproximadamente 5-9°C durante um período de 20,000 anos (HANSEN, 2009). Mesmo com esta radical mudança, instantânea em escala geológica, não há sinais de grandes extinções dos mamíferos, que podem até ter se beneficiado em termos de especiação. Mas é importante entender que dentro de um cenário onde as emissões continuem aumentando, é provável atingirmos estes níveis de aquecimento em até menos que 200 anos. Isso seria 100 **vezes** mais rápido do que qualquer evento natural de mudanças climáticas da era Cenozóica, ou seja, dos últimos 66 milhões de anos.

[48] O leitor não técnico pode pular este parágrafo sem prejuízo ao entendimento geral do argumento.

Lembre que mesmo com a “simples” duplicação das concentrações, pela distribuição de probabilidade da sensibilidade climática-terrestre (S_2) existe uma chance não desprezível de aquecimento dessa magnitude em alguns séculos. Em um cenário onde as emissões continuem crescendo, sem esforços ambiciosos de redução, ultrapassaríamos, e muito, esse nível. Portanto, é muito improvável que a velocidade das mudanças permita a adaptação de uma parte muito significativa da vida na Terra, levando a extinções em massa[49] (HANSEN, 2009). Os impactos que isto pode causar nas civilizações humanas são inimagináveis. Uma mudança de temperatura de aproximadamente 10°C parece representar uma ameaça extrema à civilização humana e à ecologia global, como as conhecemos hoje, mesmo que isso não necessariamente signifique a extinção do *Homo sapiens* (WEITZMAN, 2011).

Weitzman conclui que a forma funcional “suave” da função de dano é pré-ordenada para que faça as mudanças climáticas extremas parecerem empiricamente negligenciáveis. As caudas gordas das distribuições, sozinhas, não são suficientes para fazer com que os extremos tenham grande impacto, sem que a função de danos seja muito mais “danosa” para níveis de aquecimento muito altos. Ackerman e Stanton (2011) resumem, sem matemática avançada, como estas duas implicações afetam o resultado econômico do modelo: quando os resultados são incertos, a análise econômica depende de valores esperados, que são obtidos ao ponderar todos os resultados possíveis pelas suas probabilidades (uma integral por todo o domínio da distribuição de probabilidade). As distribuições de caudas gordas implicam que os cenários muito extremos, nas caudas e com resultados catastróficos, são “apenas moderadamente” improváveis. Portanto, as suas contribuições para a média ponderada é gigantesca, dominando o valor esperado da análise, inclusive retirando boa parte da importância da discussão sobre qual taxa de desconto deve ser utilizada. Valores infinitos, como o que surge no *Dismal Theorem*, resultam quando estes extremos são tão grandes que o valor esperado, calculado como a soma de uma série infinita, ou uma integral, não converge. A conclusão da análise de Weitzman é de que as probabilidades de resultados catastróficos não

[49] Que já estão começando a ocorrer.

decrescem rápido o suficiente para anular seus grandes danos[50]. Portanto, para indivíduos com alto grau de aversão ao risco de catástrofes, a nossa disposição a pagar para evitar as mudanças climáticas deveria ser **infinita**.

> "*To summarize, the economics of climate change consists of a very long chain of tenuous inferences fraught with big uncertainties in every link: beginning with unknown base-case GHG emissions; compounded by big uncertainties about how available policies and policy levers will affect actual GHG emissions; compounded by big uncertainties about how GHG flow emissions accumulate via the carbon cycle into GHG stock concentrations; compounded by big uncertainties about how and when GHG stock concentrations translate into global average temperature changes; compounded by big uncertainties about how global average temperature changes decompose into specific changes in regional weather patterns; compounded by big uncertainties about how adaptations to, and mitigations of, climate change damages at a regional level are translated into regional utility changes via an appropriate "damages function"; compounded by big uncertainties about how future regional utility changes are aggregated into a worldwide utility function and what its overall degree of risk aversion should be; compounded by big uncertainties about what discount rate should be used to convert everything into expected present discounted values. The result of this lengthy cascading of big uncertainties is a reduced form of truly extraordinary uncertainty about the aggregate welfare impacts of catastrophic climate change, which is represented mathematically by a PDF [função de distribuição de pobabilidade] that is spread out and heavy with probability in the tails.*" (WEITZMAN, 2011).

Nordhaus (2011) é um dos principais críticos da *Dismal Theorem* de Weitzman, ele questiona as duas suposições sobre as quais a teoria está apoiada. Primeiro, ele argumenta que a distribuição de probabilidade do resultado final das mudanças climáticas não pode ter caudas tão gordas, pois isto é conflitante com o conhecimento científico. Para Nordhaus, Seria possível impor um limite superior tanto para a sensibilidade climática (S_2) quanto para os seus possíveis danos. Segundo, ele critica a suposição de que a "desutilidade" pode crescer indefinidamente quando o consumo se aproxima de zero. A implicação disso, que estaríamos dispostos a pagar uma quantia ilimitada para evitar até as pequenas probabilidades de fim da humanidade, é desconfortável para Nordhaus. Também é criticada a aplicabilidade prática dos resultados de Weitzman, pois para atingir níveis tão altos de aquecimento, teríamos que severamente desconhecer os perigos ou sermos totalmente incapazes de chegar a um acordo que permita uma solução

[50] Note que se for usada uma distribuição de cauda magra (gaussiana ou gama, por exemplo), como nas análises econômicas mais tradicionais, o decréscimo exponencial das probabilidades nas caudas torna as possibilidades de ocorrência dos resultados catastróficos infinitesimalmente pequenas. Isto anula até mesmo a contribuição de impactos de grande magnitude. Portanto, para obter o resultado do *Dismal Theorem* é necessário que as suas suposições sejam atendidas: caudas gordas e danos ilimitados.

robusta. Segundo Nordhaus, as mudanças climáticas são graduais o suficiente para permitir que possamos aprender ao longo do tempo e da escalada dos impactos.

Concordo com a opinião de Ackerman e Stanton (2011) que as suposições de Weitzman parecem bastante plausíveis, e que a maior parte dos ataques parecem ser *ad hoc*. Nordhaus (2011) demonstra dominar bastante bem o assunto das caudas gordas, mas ao aplicar os conceitos no domínio da economia do clima parece fazer suas críticas com o único intuito de salvar seu próprio modelo, ou de apenas "criticar por criticar." Weitzman (2011, p. 287, tradução minha) responde sobre a questão das caudas gordas, "'essencialmente' há aqui uma responsabilidade ilimitada pois os participantes globais não podem vender o planeta a descoberto como um *hedge* contra as mudanças climáticas catastróficas." Como discutido acima, Weitzman também faz uso da ciência do clima para mostrar como não podemos descartar as caudas gordas, pois estamos trilhando por um território desconhecido tanto para o conhecimento científico quanto para os sistemas terrestres por pelo menos as últimas centenas de milhões de anos. Sobre a utilidade marginal infinita do consumo próximo de zero, Weitzman esclarece que sua definição de catástrofe é muito mais severa que a de Nordhaus: uma mudança tão radical que ameaçaria a própria sobrevivência da espécie humana, ao invés de representar apenas uma queda grande no produto. Novamente, os argumentos são justificados na produção científica, neste caso citando um estudo sombrio que questiona os limites termodinâmicos para a dissipação de calor metabólica sob níveis altos de aquecimento e umidade. Nordhaus, ao argumentar que podemos ajustar a nossa conduta ao longo do tempo, parece ignorar a imensa inércia climática e a defasagem entre o momento das emissões e o pico dos efeitos no clima. Dada a severidade da incerteza e possibilidade baixa, mas *não* desprezível, de afetarmos a própria habitabilidade do planeta, as suposições de Weitzman me parecem perfeitamente plausíveis e mais realistas.

Weitzman (2009; 2011) encerra ambos os artigos interpretando o significado e implicações dos resultados do *Dismal Theorem*, assim como justifica a matematização da teoria. No âmbito da ciência climática, a relevância das caudas gordas é interpretada como a necessidade de maior foco das pesquisas nos extremos climáticos. No domínio político e sobre os portfólio de possíveis soluções, é sugerido que os perigos impostos pelas caudas gordas devem ser pesados contra as caudas também gordas da possibilidade de fracasso de soluções ousadas. As caudas gordas também sugerem que devemos tomar medidas contingentes sobre extremos; um nicho para o papel de um portfólio de soluções de "último recurso", como a *geoengenharia*. De forma não muito literal, Weitzman interpreta o resultado que indica disponibilidade infinita a pagar para evitar as catástrofes como uma versão "forte" do *princípio moral da precaução*[51]. As interpretações implicam que o *Dismal Theorem* também sugira acordos climáticos e reduções de emissões muito mais ambiciosos que os sugeridos pelas análises anteriores. Quando perguntado o motivo pelo qual um teorema matemático formal é necessário para provar o seu ponto, que pode ser perfeitamente defendida apenas por meio de simples fatos estilizados, Weitzman responde que um argumento combinando uma abordagem empírico-intuitiva com teoria é particularmente poderoso para o tratamento da questão de incertezas estruturais dos modelos. Para Weitzman a moral do teorema é que sob extrema incerteza nas caudas, a "gordura" das caudas pode dominar qualquer análise de custo-benefício, tornando de segunda ou nenhuma importância as decisões sobre formas funcionais, e os valores dos parâmetros, como a taxa de desconto.

> "Os economistas não devem perseguir uma análise estreita, superficialmente afiada, negligenciando os eventos catastróficos de baixa probabilidade, como se este fosse um preço necessário que devemos pagar para atingir o digno objetivo de dar respostas e conselhos para os decisores políticos. É provável que uma paixão artificial com a precisão torne as nossas análises seriamente tortas e mine a credibilidade sobre o que temos para oferecer [...]." (WEITZMAN, 2011, tradução minha).

[51] O princípio da precaução nos diz que em uma situação na qual há incerteza sobre a possibilidade de danos catastróficos ou irreversíveis, a ação correta é evitar o dano.

CONCLUSÃO

Por meio de profundas considerações epistemológicas, teóricas, matemáticas e históricas foi realizada uma extensa discussão sobre o conceito de incerteza no seu sentido de mais profundo de “*unknown unknown”.* Como, infelizmente, não podemos conhecer tudo e todos os processos que governam os cosmos, as nossas vidas práticas sempre estarão sujeitas a um altíssimo grau de incerteza. E não é a gaussiana, suave, que na verdade de “normal” só tem o nome. É a do tipo fractal, ou Mandelbrotiana, selvagem e potencialmente perigosa. O que fazer então? Vimos duas heurísticas simples que podem nos ajudar a detectar quando estamos lidando com este tipo de incerteza. Isto é importante pois as caudas gordas implicam que eventos muito extremos não têm probabilidade de ocorrência negligenciável. Para alguns domínios, como nas finanças, a solução para lidar com este tipo de incerteza pode até ser fácil. Basta limitar o tamanho da aposta ou usar estratégias de proteção, como *hedge*, para se assegurar contra os perigos. É até possível se beneficiar com Extremistão nos mercados, como por exemplo apostando na volatilidade.

Para outros domínios, como o da “saúde” do clima do nosso planeta, não há formas de nos proteger totalmente contra uma catástrofe. Não é possível “*hedgear”* o planeta, muito menos, por enquanto, nos mudar para outro. Neste contexto, o aquecimento global de origem antrópica é o mais grave problema já enfrentado na história. Os perigos das mudanças climáticas catastróficas são governadas por distribuições de probabilidade desconhecidas, mas os mecanismos internos não-lineares do sistema climático-terreste faz soar o alarme das nossas heurísticas: indicando que é muito provável ser um caso de Extremistão de caudas *muito* gordas.

Até 2009 a economia das mudanças climáticas falhou em tratar o problema das caudas gordas das mudanças climáticas de forma robusta. Mas, o importante *Dismal Theorem* do economista de Harvard, Martin Weitzman, abriu uma nova fronteira para a economia ambiental. Do ponto de vista da economia neoclássica, as conclusões de Weitzman são bastante heterodoxas. Afinal, o seu teorema sugere que deveríamos estar dispostos a pagar uma quantidade infinita para evitar as possíveis catástrofes das mudanças climáticas. Porém, como sugere o próprio Weitzman, a interpretação metafórica e moral desse resultado matemático parece ser a abordagem que faz mais sentido. Como por exemplo, invocando o princípio da precaução.

A minha interpretação vai um pouco além. Weitzman escreveu abertamente que uma das principais implicações da sua teoria é o rompimento com a obsessão dos economistas pela busca de resultas numéricos precisos e simples. Resultados que são fáceis aplicar em ações práticas, mas que talvez não representam bem a realidade. Como estudante de economia, estas afirmações soaram como música para os meus ouvidos. Eu sempre desconfiei que a abordagem quadrada e platonificada que, infelizmente domina a economia hoje, não é um bom instrumento para resolver problemas de grande complexidade, como o das mudanças climáticas.

Agora note que apesar da *heterodoxidade* da teoria de Weitzman, algumas das mais tradicionais premissas neoclássicas continuam sólidas em seu trabalho. São aquelas mesmas velhas suposições sobre o agente racional e maximizador de utilidade que todo estudante de economia conhece melhor que o próprio umbigo. Mas lembre que, no Capítulo 1, citei alguns estudos mostrando com há evidência empírica de que as pessoas não se comportam necessariamente dessa maneira. Discutimos brevemente a questão da *ancoragem* e de escolhas *intransitivas* como exemplos de comportamento irracional.

Apesar da distância com a realidade, na teoria de Weitzman este "*Homo economicus*" faz as escolhas que eu acho certas. Mas, somos muito mais que seres apenas racionais e maximizadores de utilidade. Temos cultura, ética, moral, times de futebol, religião... Mas no entanto, para o problema das mudanças climáticas, a nossa forma reduzida, fria e platonificada, o *Homo economicus*, faz decisões muito mais inteligentes que as que estamos fazendo. Já se passaram mais de vinte anos que a ciência nos alerta claramente para os limites do crescimento econômico como modelo de desenvolvimento, e ainda assim nunca tivemos tão apaixonados por crescimento do PIB. Já injetamos gases do efeito estufa suficiente na atmosfera para elevar o nível de concentração a patamares que a terra não experimenta há pelo menos dezenas de milhões de anos.

Quando alertados sobre os perigos de terremotos, incêndios, batidas de carro, e outros acidentes, corremos para comprar seguros. Mas, no caso do aquecimento global, como é "só" a vida como a conhecemos neste planeta que está em cheque, parece estar tudo bem. Parece uma grande ironia, mas é a tragicômica e dolorosa verdade. Então vamos bater palmas para o *Homo economicus,* que pelo menos neste caso específico é muito mais sábio que os homens sábios, o *Homo sapiens.*

O amor platônico, na sua concepção vulgar, é aquele que ocorre sem a aproximação física ou sexual. Mas para Platão, o amor tinha um sentido bastante diferente, era uma questão de virtude e de pureza. Como um realista acho difícil imaginar um amor Platônico, no seu sentido original, sem um alto grau de abstração da realidade, ou ideias *projetas* sobre os parceiros. Talvez, quando os economistas criaram o *Homo* economicus, estavam platonicamente apaixonados pelos seus próprios egos. Assim, projetaram no *Homo economicus*, um conjunto de suposições pouco realistas, porém bastante ideais para duas finalidades: 1) elevar o *status* da condição humana (o ser que sempre busca maximizar sua utilidade com perfeição matemática); 2) simplificar, a matematização de qualquer modelo que faça uso destas premissas.

De volta ao mundo real, seria interessante ver como as hipóteses mais realistas de Weitzman sobre as mudanças climáticas (caudas gordas e “desutilidade” ilimitada para níveis baixos de consumo) se comportariam **não** com o *Homo economicus,* mas com o ***Homo sapiens****.* Apesar dos importantes avanços no campo da economia comportamental, talvez seja uma oportunidade para a economia abraçar uma abordagem ainda mais *transdisciplinar* e relaxada quanto à necessidade de obter resultados precisos e facilmente interpretáveis. Só assim seria possível estudar se a conclusão inteligente de Weitzman ficaria de pé também para o *Homo sapiens.*

Adoraria ver as seguinte perguntas respondida: Por quais motivos não estamos agindo de forma decisiva para evitar os perigos das mudanças climáticas? O *Homo economicus,* a forma humana reduzida dos economistas, é capaz de tomar decisões mais inteligentes que seus próprios criadores? Ou será que tem alguma limitação, na forma de uma grave assimetria de informação entre os avisos da ciência e o que realmente conseguimos entender? Uma falha de comunicação ou falta de educação científica?

Sozinha, a teoria econômica jamais terá grande êxito na busca por um desenvolvimento mais sustentável. É impossível escapar de profundas questões éticas e filosóficas. Nos preocupamos e agimos em consideração às gerações futuras? A perpetuação da espécie humana é importante? E das outras espécies que dividem o planeta conosco? E com os nossos contemporâneos , até onde vai a solidariedade? Qual é valor do longo prazo? Como canta o Lobão, é melhor viver dez anos a mil, ou mil anos a dez? A resposta para estas questões também servem para responder parte das eternas questões filosóficas como: qual é o nosso objetivo na vida? Onde queremos chegar? E, principalmente, quem somos nós? O grau de abstração destes necessários questionamentos implica que jamais será possível definir um desenvolvimento mais sustentável nos moldes da abordagem padrão da economia: de forma precisa, discreta, analítica ou aritmética (Veiga, 2005).

A complexidade envolvida é tão grande que faz parecer vazia qualquer análise que deixe de levar em conta a conjuntura cultural, intelectual, ética, espiritual, política, econômica, ambiental, entre outras várias dimensões. É uma missão que parece impossível, mas quando abandonamos o desejo pelo o que é exato, preciso, superficialmente afiado, dando lugar para a aceitação de uma boa dose de incerteza, começamos a nos sintonizar melhor com a realidade. Uma palavra alemã muito especial pode nos ajudar a entender esta complexidade, *zeitgeist*, termo popularizado pelo grande filósofo Hegel, que significa o *espírito dos tempos:* o conjunto em constante transformação destas várias dimensões. Muitas vezes é possível nos entendermos melhor aceitando o nossos limites espistemológicos, nos acostumando com a opacidade da vida. Queria ou não queira, nascemos dançando a música incerta do *zeitgeist*. Adicione o fato de que várias propriedades da música são escaláveis, a música é fractal (MANDELBROT, 1977, p. 375a)! Ora, se a música do espírito do tempo é de Extremistão, a melhor a fazer é aprender a dançar com ela.

REFERÊNCIAS

ACKERMAN, Frank; STANTON, Elisabeth. **Climate Economics**: the state of the art. Somerville: Stockholm Environment Institute, 2011.

BARRET, Scott; DANNENBERG, Astrid. **Climate Negotiations Under Scientific Uncertainty**. Disponível em: <http://www.pnas.org/content/109/43/17372.abstract>. Acesso em: jun. 2013.

BIENAYMÉ, Jules. **Comptes Rendus de l'Académie des Sciences**, Aug. 29, 1853.

CMGLEE. **DICE SUM CENTRAL LIMIT THEOREM**. Disponível em: <http://en.wikipedia.org/wiki/File:Dice_sum_central_limit_theorem.svg>. Acesso em: jun. 2013.

DIETER, Lüthi et al. High-resolution carbon dioxide concentration record 650,000–800,000 years before present. **Nature** 453, 2008.

DNV. **Risk - a word from ancient Greece**. Disponível em: <http://www.dnv.com/focus/risk_management/more_information/risk_origin/>. Acesso em: jun. 2013.

GALTON, Francis. **Natural Inheritance**. Londres: Macmillan, 1889.

GILOVICH, Thomas; GRIFFIN, Dale; KAHNEMAN, Daniel (Ed.). **Heuristics and Biases:** the psychology of intuitive judgment. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.

GOTHIKA. **Allegory of the Cave**. Disponível em: <http://en.wikipedia.org/wiki/File:Allegory_of_the_Cave_blank.png>. Acesso em: jun. 2013.

HANSEN, **James. Storms of my Grandchildren**: the truth about the coming climate catastrophe and our last chance to save humanity. Nova Iorque: Bloomsbury, 2009.

HENK, Tijms. **Understanding Probability**: chance rules in everyday life. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

IPCC. **Climate Change 2007**: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.

KAHNEMAN, Daniel. **Thinking Fast and Slow**. 1. ed. Nova Iorque: FSG, 2011.

KNIGHT, Frank H. **Risk, Uncertainty and Profit**. Boston, MA: 1921.

LAPLACE, Pierre Simon. **Théorie analytique des probabilités**. Paris: Mme Ve Courcier, 1812.

LE CAM, Lucien. The Central Limit Theorem Around 1935. **Statistical Science**, 1, 1986.

MANDELBROT, Benoit. **The Fractal Geometry of Nature**. Nova Iorque: Freeman and Company, 1977.

MANDELBROT, Benoit. The Variation of Certain Speculative Prices. **The Journal of Business**, Vol. 36, No. 4, Oct., 1963. Disponível em <http://www.jstor.org/stable/2350970>. Acessado: abr. 2013.

MANDELBROT, Benoit; HUDSON, Richard. **The (Mis)behavior of Markets**: a fractal view of financial turbulence. Nova Iorque: Basic Books, 2004.

NOAA. **State of the Climate:** Global analysis for annual 2012. Disponível em: <http://www.ncdc.noaa.gov/sotc/global/2012/13>. Acesso em: jun. 2013.

NORDHAUS, William. **A Question of Balance:** Economic Modeling of Global Warming. New Haven, CT: Yale University Press, 2008.

NORDHAUS, William. The economics of tail events with an application to climate change. **Review of Environmental Economics and Policy**, volume 5, issue 2, summer, 2011.

PINDYCK, Robert. Fat tails, thin tails, and the climate change policy. **Review of Environmental Economics and Policy**, volume 5, issue 2, summer, 2011.

SCRIPPS. **The Keeling Curve**: a daily record of atmospheric carbon dioxide from SCRIPPS Institution of Oceanography at UC San Diego. Disponível em: <http://keelingcurve.ucsd.edu>. Acesso em: jun. 2013.

STEPHEN, Stigler. **Statistics on the Table**: the history of statistical concepts and methods. Cambridge: Harvard University Press, 1999.

STEPHEN, Stigler. **The History of Statistics**: the measurement of uncertainty before 1900. Cambridge: Harvard University Press, 1986.

STERN, Nicholas. **The Economics of Climate Change: The Stern Review. Cambridge, UK: Cambridge University Press.** Disponível em: <Available at http://www.hm-treasury.gov.uk/stern_review_report.htm>. Acesso em: mai. 2013.

STROEVE, Julienne et al. Arctic sea ice decline: faster than forecast. **Geophys Res,** Lett 34. 2007.

TALEB, Nassim N. **The Black Swan**: the impact of the highly improbable. 2.ed. Nova Iorque, 2010.

TAVENEAUX, Antoine. **Galton Box (demonstrates normal distribution)**. Disponível em: <http://en.wikipedia.org/wiki/File:Planche_de_Galton.jpg>. Acesso em: jun. 2013.

TOL, Richard. "Estimates of the Damage Costs of Climate Change, Part II. Dynamic Estimates," **Environmental and Resource Economics**, 21(2), 2002.

TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D. Belief in the Law of Small Numbers. **Psychological Bulletin**, 76, 1971.

VEIGA, José Eli da. **Desenvolvimento Sustentável**: o desafio do século XXI. Rio de Janeiro: Garamond, 2005.

WEITZMAN, Martin. A Review of the Stern Review on the Economics of Climate Change. **Journal of Economic Literature** 45(3), 2007.

WEITZMAN, Martin. Fat-tailed uncertainty in the economics of catastrophic climate change. **Review of Environmental Economics and Policy**, volume 5, issue 2, summer, 2011.

WEITZMAN, Martin. On modeling and interpreting the economics of catastrophic climate change. **Review of Economics and Statistics**, volume 91, number 1, february, 2009.

WEITZMAN, Martin. The Stern Review of the economics of climate change. **Journal of Economic Literature**, 45, 2007.

WOOLDRIDGE, Jeffrey. **Introdução à Econometria**: uma abordagem moderna. São Paulo: Thompson Learning, 2007.