PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

TENDENCIOSIDADE DO MERCADO FUTURO DE CÂMBIO: RISCO CAMBIAL OU ERROS SISTEMÁTICOS DE PREVISÃO?

Daniel Chrity
N° de matrícula 9614226

Orientadores: Márcio Gomes Pinto Garcia e Marcelo Cunha Medeiros
Tutor: Márcio Gomes Pinto Garcia

Junho de 2001

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

TENDENCIOSIDADE DO MERCADO FUTURO DE CÂMBIO: RISCO CAMBIAL OU ERROS SISTEMÁTICOS DE PREVISÃO?

Daniel Chrity
N° de matrícula 9614226

Orientadores: Márcio Gomes Pinto Garcia e Marcelo Cunha Medeiros
Tutor: Márcio Gomes Pinto Garcia

Junho de 2001

"Declaro que o presente trabalho é de minha autoria e que não recorri para realizá-lo, a nenhuma forma de ajuda externa, exceto quando autorizado pelo professor tutor".

Assinatura:

“As opiniões expressas neste trabalho são de responsabilidade única e exclusiva do autor”.

ÍNDICE

RESUMO

A taxa de câmbio futura *(forward rate)* é largamente utilizada nos estudos de finanças internacionais. Sempre que se torna necessário à análise das expectativas em relação aos movimentos futuros de câmbio à vista, a taxa de câmbio futura é a primeira variável a ser citada. O câmbio futuro também é utilizado de forma a identificar a existência do prêmio de risco cambial. Uma proposição sobre o mercado cambial diz que a diferença entre a taxa de câmbio "pronta" (à vista ou *spot rate*) e a taxa forward seria uma previsão dos movimentos futuros da taxa de câmbio. Essa diferença é o *Forward Premium*. Uma anomalia do mercado futuro de câmbio diz respeito ao fato de que esta previsão normalmente não é precisa. Esta tendenciosidade das taxas de câmbio futura pode ser atribuída a um prêmio de risco cambial (*currency risk*). O prêmio de risco seria o diferencial esperado de retorno que os investidores exigem para adquirir um título em moeda doméstica. Porém este viés das previsões obtido via sinalização do mercado futuro de câmbio pode também ser atribuído a um erro sistemático de previsão por parte dos agentes do mercado financeiro. Iremos analisar a natureza do prêmio de risco cambial e, conseqüentemente, dos erros de previsão da utilização da taxa de câmbio futura. É esta análise que será desenvolvida neste trabalho.

I - INTRODUÇÃO

Atualmente existe uma vasta literatura testando se o forward premium é um previsor não tendencioso dos movimentos futuros da taxa de câmbio spot, como por exemplo, Frankel e Froot (1989). Dessa forma surge a questão de como interpretar o viés do mercado futuro de câmbio no caso de sua existência. Buscamos identificar se esse viés é indicação de um prêmio de risco cambial que varia no tempo ou uma violação das expectativas racionais dos agentes em relação aos movimentos do câmbio spot.

Os trabalhos de Fama (1984) e, Hodrick e Srivastava (1986) interpretam o viés não somente como evidência de um prêmio de risco não-nulo, mas também como evidência de que a variância do prêmio de risco é maior que a variância da depreciação esperada. Bilson (1985) expressa a forma extrema desse ponto de vista considerando a depreciação esperada sempre zero de forma que mudanças no forward premium refletem mudanças no prêmio de risco. Normalmente citados como suporte a esse ponto de vista extremo são os trabalhos de Meese e Rogoff (1983) que mostram que um modelo de *Random Walk* (Passeio Aleatório) prevê consistentemente melhor a taxa de câmbio spot no futuro do que modelos alternativos, incluindo o próprio câmbio futuro.

Se assumirmos que os investidores são neutros ao risco, o componente do forward premium que sistematicamente excede as variações das taxas de câmbio seria evidência de uma quebra sistemática das expectativas racionais, de forma que seriam cometidos erros sistemáticos na previsão do câmbio spot via sinalização do mercado futuro.

Uma questão fundamental é como lidar de forma adequada com a tendenciosidade das previsões dos movimentos das taxas de câmbio via forward premium e o que ela realmente representa: erros sistemáticos de previsão ou um prêmio de risco cambial. Buscamos inferir se esse viés se deve unicamente a um desses fatores ou a uma combinação de ambos.

Neste trabalho iremos dividir o forward premium em seus dois componentes: depreciação esperada da taxa de câmbio e o prêmio de risco cambial. Assim, torna-se possível analisar as propriedades de cada um desses componentes separadamente.

Devemos ser um pouco cépticos em relação à precisão dos dados sobre expectativas, permitindo a possibilidade de que tais dados não sejam medidas precisas das reais expectativas dos investidores. Utilizaremos o procedimento padrão na literatura onde as expectativas são tidas como se fossem homogeneamente tidas por todos os investidores. De fato, como os investidores possuem diferentes expectativas em relação aos movimentos futuros do câmbio, se realmente existe uma única expectativa, esta é medida com erro. Este erro de medida também pode surgir devido à própria volatilidade do câmbio spot.

Este trabalho consta de nove seções além desta introdução. Na Seção 2 apresentamos brevemente a intuição do porquê às cotações do mercado futuro de câmbio não podem ser consideradas estimativas não-viesadas da cotação futura do câmbio à vista. Na Seção 3 apresentamos as ferramentas financeiras que iremos usar ao longo do trabalho. Na Seção 4 apresentamos um modelo de extração de sinal, baseado em Wolff (1987 e 2000), que nos permite obter uma estimativa do prêmio de risco cambial. Na Seção 5 montamos uma análise econométrica que estuda a existência do viés no mercado futuro de câmbio. Na Seção 6 fazemos a decomposição desse viés em componentes atribuídos ao prêmio de risco cambial e a erros sistemáticos de previsão por parte dos agentes. Na Seção 7 analisamos econometricamente se o viés do mercado cambial pode ser atribuído ao prêmio de risco. Na Seção 8 fazemos a mesma análise em relação aos erros de expectativa. Na Seção 10 apresentamos um outro teste econométrico que busca evidenciar a existência de especulação excessiva no mercado cambial. Finalmente, a Seção 10 apresenta as conclusões deste trabalho.

II - ANÁLISE DA EXISTÊNCIA DA CONDIÇÃO DE PARIDADE COBERTA DA TAXA DE JUROS VIA ARBITRAGEM JUROS/CÂMBIO[1]

Freqüentemente as cotações do mercado futuro de dólar são tratadas como se representassem a previsão do mercado para o valor do dólar spot no dia de vencimento do contrato futuro. Existe o pressuposto de que os contratos futuros deveriam ser bons previsores (previsores não tendenciosos) dos preços do dólar no futuro. Tal afirmação, em geral, não é correta. Apenas por coincidência, o valor do dólar futuro coincidirá com a expectativa do mercado de dólar à vista no vencimento do contrato futuro.

Contratos futuros de US$ são celebrados entre duas instituições financeiras nas quais a instituição compradora se obriga a comprar da instituição vendedora uma determinada quantidade de US$ numa determinada data a um preço acertado na data presente. Por sua vez, a instituição vendedora se obriga a vender na data futura os US$ ao preço previamente acordado[2]. Assim, se na data de vencimento do contrato futuro o dólar spot valer mais do que o preço acertado ganha a instituição compradora (pois comprou por um preço menor que o preço que efetivamente vigorou) e perde a instituição vendedora.

[1] Esta seção está fortemente baseada em Garcia (1997)
[2] Esta descrição não é completa, pois estamos omitindo importantes detalhes operacionais como as garantias exigidas pela BM&F e os ajustes diários de margem. Incorporar tais detalhes à análise, nos levaria a torná-la ainda mais complexa sem, no entanto adicionar muito às conclusões.

Portanto, parece lógico concluir que o preço do contrato futuro de dólar americano (US$) cotado na BM&F seja uma boa estimativa corrente que o mercado faz do valor do dólar à vista na data do vencimento do contrato futuro da BM&F (o último dia útil de cada mês). Entretanto, essa aparente lógica é falha.

A explicação que parece justificar a conclusão que o preço do dólar futuro seria uma boa estimativa do preço do dólar spot no futuro é que o preço do dólar futuro seria uma média das estimativas para o valor do spot na futura data de vencimento do contrato. Ao agregar as diferentes expectativas quanto ao comportamento do dólar spot no futuro, o preço do dólar futuro representaria uma previsão do mercado em relação ao dólar à vista.

A explicação acima deixa de levar em consideração a razão pela qual os agentes entram no mercado futuro de dólar. Três são as razões que movem os investidores a atuar no mercado futuro de dólar: especulação, cobertura (hedge) e arbitragem. Um especulador compra ou vende só se espera ganhar com a transação. Já um hedger pode comprar ou vender com expectativa de perder dinheiro naquela transação, desde que a referida transação lhe possibilite reduzir o risco de seu portfólio como um todo. Um arbitrador aproveita-se das eventuais diferenças entre os preços de um mesmo ativo em diferentes mercados para operar.

Num mercado futuro, um especulador somente entrará vendendo se esperar que o preço seja mais baixo na data do vencimento do contrato. Se isso ocorrer, ele poderá na data do vencimento comprar a mercadoria (seja ela uma commodity, uma moeda, etc.) no mercado à vista a um preço mais baixo do que o preço pelo qual ele vendeu no mercado futuro, ganhando a diferença. Já uma instituição que entrou no mercado como hedger, pode aceitar vender sua mercadoria no futuro por um preço menor do que aquele que se espera que prevaleça no vencimento do contrato. Para o hedger, a diferença entre o preço esperado para prevalecer na data de vencimento do contrato futuro e o preço vigente no mercado futuro é como um prêmio de seguro que ele aceita pagar para se garantir contra flutuações indesejadas do preço (no caso acima descrito, quedas inesperadas de preço).

No mercado futuro, uma instituição também pode fazer o hedge de sua compra futura. A instituição estaria disposta a pagar um prêmio de seguro no sentido oposto do exemplificado anteriormente, eles estariam dispostos a pagar acima do preço esperado de forma a se precaver contra altas inesperadas do preço

O preço que vai efetivamente vigorar no mercado futuro, portanto, é resultante das ações de todos esses agentes, cujas expectativas e conjunto de informações podem inclusive diferir. Somente por coincidência o preço futuro refletiria a expectativa do mercado quanto à cotação futura do dólar spot.

Ao longo de toda a análise iremos usar juros contínuos. Isto será feito devido a algumas propriedades interessantes da composição contínua. O primeiro ponto a ser esclarecido é que na capitalização contínua tratamos as taxas de juros e demais valores tornando-os contínuos como se fossem capitalizados a cada momento. Nessa modalidade de capitalização temos que o total é a soma das partes, as taxas equivalentes são proporcionais (i.e., 1% ao mês corresponde a 12% ao ano) (Vide Apêndice B para uma formalização maior dessa modalidade de composição).

Uma vez esclarecida a modalidade de capitalização a ser utilizada, podemos definir uma operação de arbitragem entre juros e dólar futuro. Define-se uma oportunidade de arbitragem como uma operação na qual se realiza um ganho certo sem incorrer em nenhum risco.

Sob mobilidade internacional de capitais, isto é, quando o capital pode entrar e sair livremente do país, o mercado futuro de US$ permite a realização de operações de arbitragem entre juro doméstico e internacional. Podemos descrever tal operação de acordo com o preço do dólar futuro. Usando T como a data do vencimento do contrato futuro de dólar e t a data de estabelecimento do contrato, uma vez assumida a condições de mercado como competitivo e de informação plena, havendo dólar futuro caro ou barato há a oportunidade de arbitragem.

1° caso) O dólar futuro está caro, ou como vamos definir posteriormente, $F > S.e^{(i-i^*)(T-t)}$:

1.a) Compra-se US$ 1 no mercado à vista, pagando-se R$ S (S é o preço do dólar spot);

1.b) Para financiar a compra do US\$ 1 toma-se um empréstimo de R\$ S no mercado doméstico à taxa i, pagando-se na data de vencimento do empréstimo $R\$S.e^{i(T-t)}$;

1.c) Aplica-se o US\$ 1 comprado, no mercado internacional à taxa $i*$ de forma que na data de vencimento da aplicação receber-se-á $US\$1.e^{i^*(T-t)}$;

1.d) Vende-se no mercado futuro de US\$ ao preço F a quantia que se sabe que será recebida pelo investimento no mercado internacional, $US\$1.e^{i^*(T-t)}$, assim, no vencimento do contrato receber-se-á pela venda dos US\$ no mercado futuro $R\$F.e^{i^*(T-t)}$.

As operações (1.a) a (1.d) geram um resultado de $R\$\left[F.e^{i^*(T-t)} - S.e^{i(T-t)}\right]$ na data do vencimento do contrato futuro. Como não há risco nesta operação, pois todos os preços são conhecidos na data presente, diz-se que há uma oportunidade de arbitragem se o resultado acima for positivo, o que ocorrerá se o dólar futuro estiver caro, $F > S.e^{(i-i^*)(T-t)}$.

Passamos agora à operação de arbitragem simétrica, que ocorre quando o dólar futuro está barato em relação ao dólar spot.

2º caso) O dólar futuro está barato, $F < S.e^{(i-i^*)(T-t)}$:

2.a) Vende-se US\$ 1 no mercado à vista, recebendo-se R\$ S (S é o preço do dólar spot);

2.b) Para se obter o US$ 1 vendido no item (2.a) toma-se um empréstimo de US$ 1 no mercado internacional à taxa $i^{*}+d$[3]. Na data de vencimento do empréstimo pagar-se-á $US\$1.e^{(i^{*}+d)(T-t)}$;

2.c) Aplica-se o R$ *S* obtido no item (2.a) no mercado doméstico à taxa *i*, recebendo na data de vencimento da aplicação $R\$S.e^{i(T-t)}$;

2.d) Compra-se no mercado futuro de US$ ao preço *F* a quantia que se sabe deverá ser paga ao credor internacional, $US\$1.e^{(i^{*}+d)(T-t)}$, pagando-se pela compra dos US$ no mercado futuro $R\$F.e^{(i^{*}+d)(T-t)}$.

As operações (2.a) a (2.d) geram um resultado de $R\$\left[S.e^{i(T-t)} - F.e^{(i^{*}+d)(T-t)}\right]$ na data de vencimento do contrato futuro. Se o resultado acima for positivo surge uma oportunidade de arbitragem. É possível para o investidor estrangeiro recorrer a um empréstimo nos EUA, transferir tais recursos para o Brasil aqui o aplicando em renda fixa, simultaneamente cobrir-se contra a desvalorização cambial no mercado futuro de câmbio, e ainda assim obter um ganho líquido após o repagamento do empréstimo ao exterior, auferindo um ganho positivo com uma aplicação nula de recursos (sem correr riscos). Note-se que a ocorrência de uma oportunidade de arbitragem num destes dois casos elimina a possibilidade de arbitragem no outro caso (os casos 1 e 2 são mutuamente exclusivos).

[3] O acréscimo de d em relação ao 1° caso ocorre porque para se obter uma linha de financiamento no exterior tem-se que pagar uma taxa mais alta do que a que se consegue aplicar no exterior. Temos que *d* é uma medida da diferença entre as taxas ativa e passiva do banco estrangeiro devido ao risco de se emprestar para uma instituição brasileira, bem como dos tributos cobrados pelo governo brasileiro para operações de captação de recursos no exterior.

Podemos ignorar o diferencial entre as taxas ativa e passiva do mercado de capitais estrangeiro e derivar a condição conhecida como Paridade Coberta das Taxas de Juros:

$$R\$\left[F.e^{i^*(T-t)} - S.e^{i(T-t)}\right] = R\$\left[S.e^{i(T-t)} - F.e^{i^*(T-t)}\right] = 0$$

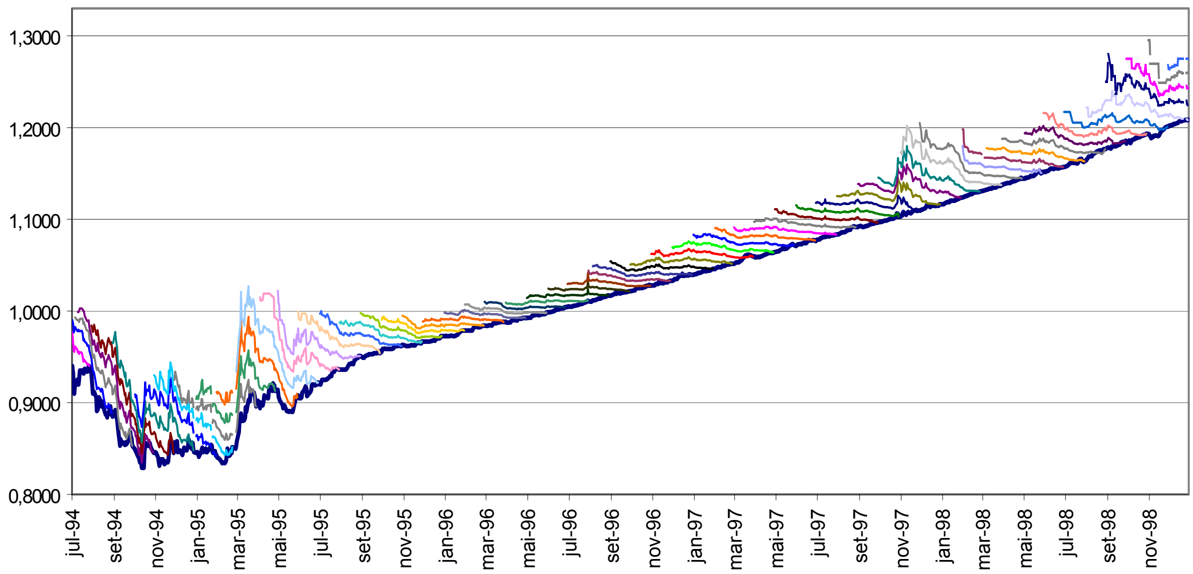
$F.e^{i^*(T-t)} - S.e^{i(T-t)} = S.e^{i(T-t)} - F.e^{i^*(T-t)}$, temos que $F = \dfrac{S.e^{i(T-t)}}{e^{i^*(T-t)}}$

Ou seja, $F = S.e^{(i-i^*)(T-t)}$ (1)

Como os mercados financeiros estão atentos a todas as oportunidades de arbitragem, espera-se que nenhum dos dois casos ocorra além de um período de tempo muito curto. Quando a oportunidade de arbitragem surge, os arbitradores rapidamente identificam-na, operam e fazem com que ela desapareça. Quando isto ocorre e os ganhos de arbitragem são nulos, vale a condição de Paridade Coberta das Taxas de Juros. Podemos citar também a Condição de Paridade Descoberta das Taxas de Juros. Esta última pressupõe não só a primeira, como também a inexistência do risco cambial.

A Figura 1 mostra o comportamento do dólar futuro em relação ao dólar spot. A série em negrito (que corre por baixo) é a série do dólar à vista. As séries que correm por cima são os preços do dólar futuro. Estes mostram que à medida que se aproxima a data de vencimento de um contrato futuro, o preço de tal contrato converge para o preço do dólar spot. A característica mais marcante dessa figura é o fato de que o dólar futuro está consistentemente acima do dólar à vista, para ele convergindo à medida que se aproxima do vencimento do contrato futuro. As oscilações do dólar futuro são bastante semelhantes às do dólar spot. Note também que no último dia de negociação as duas séries apresentam o mesmo valor (com raras exceções nas quais surge então uma oportunidade de arbitragem) como seria de se esperar, afinal, no último dia de negociação do contrato futuro de câmbio se está negociando o valor do dólar no próprio dia. Nesta figura, temos, numa data qualquer, além da cotação do dólar à vista, a cotação de todos os contratos futuros com negociação naquela data. Todos os contratos futuros têm o mesmo comportamento qualitativo. Eles sobem e descem seguindo os movimentos do dólar pronto, e convergem por cima para o dólar pronto à medida que seu vencimento se aproxima.

Figura 1 - Futuro & Spot (Jul94-Dez98)



Vale a pena ressaltar que o retorno do ativo "contrato futuro de dólar" apresenta uma correlação positiva com o risco agregado da economia brasileira, pois rende mais justamente quando a grande maioria dos demais ativos está sofrendo violentas perdas de valor devido à suposta catástrofe macroeconômica. Em outras palavras, o contrato futuro de dólar também pode ser visto como um hedge contra o risco agregado. Logicamente, quanto mais distantes do vencimento do contrato futuro estivermos, maior será o risco envolvido e, conseqüentemente, maior será o prêmio de seguro exigido pelos investidores. Logo, este prêmio de risco declina à medida que o vencimento do contrato se aproxima, isto pode ser visto pela tendência declinante dos preços do dólar futuro nos gráficos. Esse prêmio de seguro é a cunha entre o preço do dólar futuro e a expectativa do dólar pronto no vencimento do contrato. Em períodos de maior incerteza, tal cunha aumenta, diminuindo em períodos menos conturbados da economia, porém, dada à importância da âncora cambial em nosso processo de estabilização, tal cunha sempre é relevante.

Em relação à questão de se o dólar futuro é um bom previsor do dólar pronto no futuro foi possível perceber que, se o dólar futuro fosse efetivamente um previsor adequado do dólar spot no futuro, o mercado deveria não somente errar, como deveria errar sistematicamente e na mesma direção. Esse viés é o centro do nosso estudo. Objetivamos entender o que realmente está por trás deste viés.

III – DECOMPOSIÇÃO DO FORWARD PREMIUM E DO FORWARD RATE FORECAST ERROR EM SEUS RESPECTIVOS COMPONENTES

Torna-se necessária uma definição mais formal das ferramentas financeiras que iremos usar ao longo do trabalho. Em relação ao câmbio à vista e futuro, não é necessário nenhuma explicação adicional, porém, outras ferramentas serão utilizadas e estes podem requerer um tratamento inicial mais detalhado. São elas, o *forward premium* e o *forward rate forecast error* (ao qual vamos nos referir simplesmente como *forecast error*).

Primeiramente vamos definir o forward premium como sendo a diferença (em logaritmos) entre o câmbio futuro e o spot, $fp_t^k = \left(f_t^k - s_t\right)$. Podemos fazer a sua decomposição em prêmio de risco e depreciação esperada.

$$fp_t^k = \left(f_t^k - s_t\right) = \left(f_t^k - s_t\right) + E\left(s_{t+k}\right) - E\left(s_{t+k}\right) = \left(f_t^k - E\left(s_{t+k}\right)\right) + \left(E\left(s_{t+k}\right) - s_t\right)$$

Dessa forma, podemos decompor o forward premium, pois temos que o prêmio de risco cambial é definido como $rp_t^k = \left(f_t^k - E\left(s_{t+k}\right)\right)$, e a depreciação esperada é $\Delta s_{t+k}^e = \left(E\left(s_{t+k}\right) - s_t\right)$. Logo, temos que o forward premium é a soma do prêmio de risco e da depreciação esperada da taxa de câmbio, $fp_t^k = rp_t^k + \Delta s_{t+k}^e$.

Ao longo das próximas seções será interessante reescrever essa condição de igualdade como,

$$rp_t^k = fp_t^k - \Delta s_{t+k}^e \qquad (1)$$

Esta decomposição se mostra útil, pois permite a análise bem intuitiva do comportamento dos componentes do forecast error.

Vamos definir, $\Delta s_{t+k} - \Delta s_{t+k}^e = (s_{t+k} - s_t) - (E(s_{t+k}) - s_t) = s_{t+k} - E(s_{t+k}) = \eta_{t+k}^k$. Temos então que $\Delta s_{t+k} - \Delta s_{t+k}^e = \eta_{t+k}^k$. Dessa forma, o termo η_{t+k}^k é o desvio do que realmente ocorreu no mercado cambial em termos de variação da taxa spot em relação as expectativas a priori sobre tais movimentos.

Uma vez definido tal desvio das expectativas, podemos detalhar melhor outra ferramenta financeira que será largamente utilizada nesse trabalho, o forecast error, ao qual será referido como fe_t^k.

$$fe_t^k = \left(f_t^k - s_{t+k}\right) = \left(f_t^k - s_{t+k}\right) + E(s_{t+k}) - E(s_{t+k}) = \left(f_t^k - E(s_{t+k})\right) + \left(E(s_{t+k}) - s_{t+k}\right)$$

$$fe_t^k = rp_t^k - \eta_{t+k}^k$$

Essa definição do forecast error como sendo prêmio de risco menos o desvio de expectativas dos agentes se mostrará muito útil quando formos utilizar métodos estatísticos para encontrar o prêmio de risco cambial (que é um termo não observável) possibilitando, através do forward premium, encontrar a depreciação esperada. Uma forma alternativa de verificar a tendenciosidade do mercado futuro de câmbio consiste na percepção da importância relativa dos desvios dentro da decomposição do forecast error.

O forecast error também pode representado como a diferença (em logaritmos) entre o forward premium e a variação efetivamente observada da taxa spot, $fe_t^k = f_t^k - s_{t+k} = \left(f_t^k - s_t\right) - \left(s_{t+k} - s_t\right) = fp_t^k - \Delta s_{t+k}$, de forma reduzida, $fe_t^k = fp_t^k - \Delta s_{t+k}$

IV – MEDINDO O PRÊMIO DE RISCO E A DEPRECIAÇÃO ESPERADA[4]

Nesta Seção vamos identificar o prêmio de risco no mercado de câmbio brasileiro. A metodologia a plicada aqui foi desenvolvida em Wolff (1987) e utilizada também por Cheung (1993) através de um modelo de extração de sinal. A partir deste modelo foi possível obter uma medida do prêmio de risco do mercado de câmbio brasileiro. Utilizando tal medida do prêmio de risco, foi possível também estimar a taxa de depreciação esperada.

Iremos utilizar a taxa de câmbio à vista e a cotação do dólar futuro para vencimento um mês à frente negociado na BM&F. As taxas correspondem ao primeiro dia útil do mês e estão cotadas em reais por dólar. A amostra inclui 45 observações correspondentes ao período abril 1995 - dezembro 1998. Usamos este período para evitar misturar distintos regimes cambiais. Como se sabe, do início do Plano Real (julho 1994) até março 1995 vigorou um regime de flutuação cambial. De abril 1995 a dezembro 1998 vigorou um regime semelhante a um *crawling-peg*. Após janeiro 1999 voltou a vigorar a livre flutuação.

As análises econométricas que faremos ao longo das próximas seções dependem crucialmente da estacionariedade das séries. Para examinar a existência de raízes unitárias nas nossas séries utilizamos, como é usual, o teste de Dickey-Fuller Aumentado (ADF). Na Tabela 1 apresentamos um resumo dos testes ADF para as três séries a serem utilizadas na nossa análise. Em todos os casos, foi possível rejeitar a hipótese nula de existência de uma raiz unitária.

Tabela 1- Teste Dickey-Fuller Aumentado (ADF)

Período: 1995:04 - 1998:12

	$s_{t+1} - s_t$	$f_t - s_{t+1}$	$f_t - s_t$
Estatística do teste	-5,706	-6,534	-3,710
Nível de significância	1%	1%	1%
Número de defasagens	4	2	8
Constante	Sim	Sim	Sim
R^2 da regressão	0,937	0,782	0,502

A Tabela 2 apresenta um resumo das principais estatísticas das séries. Como esperado, as autocorrelações de $(s_{t+1} - s_t)$ são todas próximas a zero. A série $(f_t - s_{t+1})$ apresenta autocorrelação positiva. Lembre que $(f_t - s_{t+1})$ é o prêmio de risco menos o desvio de expectativas, que, sob hipótese de expectativas racionais deve ser um "ruído branco". Baseado no comportamento de $(f_t - s_{t+1})$, sob hipótese de racionalidade, há evidência de autocorrelação no prêmio de risco, um prêmio de risco alto neste mês seria um indicador de que deveria se esperar um prêmio de risco alto também no mês seguinte.

[4] Está seção está fortemente baseada em Garcia e Olivares (1999)

Por outro lado, a série $(f_t - s_t)$ mostra uma autocorrelação de primeira ordem de 0,70 e uma autocorrelação de segunda ordem de 0,57. Dado que $(f_t - s_t)$ é o prêmio de risco cambial mais a taxa de depreciação esperada da taxa de câmbio spot, $E_t(s_{t+1} - s_t)$, as autocorrelações de $(f_t - s_t)$ indicam que o prêmio de risco e/ou a depreciação esperada apresentam autocorrelação positiva.

Tabela 2 - Resumo das Principais Estatísticas das Séries

Período: 1995:04 - 1998:12

$s_{t+1} - s_t$			$f_t - s_{t+1}$			$f_t - s_t$		
Média		0,65	Média		0,34	Média		0,99
Desvio padrão		0,36	Desvio padrão		0,48	Desvio padrão		0,49
Defasagem	AC	P-Value*	Defasagem	AC	P-Value*	Defasagem	AC	P-Value*
1	-0,08	0,599	1	0,49	0,001	1	0,70	0,000
2	-0,03	0,848	2	0,18	0,001	2	0,57	0,000
3	-0,08	0,888	3	-0,01	0,005	3	0,37	0,000
4	0,10	0,882	4	0,09	0,009	4	0,18	0,000
5	-0,05	0,931	5	0,09	0,017	5	0,05	0,000
6	0,07	0,952	6	0,01	0,032	6	-0,04	0,000
7	-0,06	0,970	7	-0,08	0,049	7	-0,08	0,000
8	-0,07	0,979	8	-0,15	0,050	8	-0,15	0,000
9	-0,03	0,989	9	-0,07	0,071	9	-0,13	0,000
10	0,02	0,995	10	0,00	0,106	10	-0,11	0,000
11	-0,00	0,998	11	-0,08	0,136	11	-0,09	0,000
12	-0,00	0,999	12	-0,08	0,168	12	-0,14	0,000

* O P-Value para a k-ésima defasagem corresponde à estatística Q do teste da hipótese nula de que as primeiras k autocorrelações são simultaneamente iguais a zero.

Podemos começar a especificar o modelo econométrico que iremos utilizar. Um dos objetivos do trabalho é analisar se a tendenciosidade do mercado futuro de câmbio pode ser, pelo menos em parte, explicada, por erros sistemáticos de previsão dos investidores. Porém para podermos realizar tal inferência, torna-se necessário entender o que tais agentes econômicos estão projetando em relação ao câmbio no futuro. As expectativas sejam elas racionais ou não, não podem ser observadas diretamente, porém podemos estimar tais informações.

Iremos utilizar o forecast error para determinar o prêmio de risco que os agentes estão exigindo. Uma vez estimado o prêmio de risco, poderemos utilizar a nossa série do forward premium para estimar por diferença a taxa de depreciação esperada, pois o forward premium consiste na soma do prêmio de risco cambial mais a taxa de depreciação esperada. Dessa forma poderemos partir para análises mais formais em relação às expectativas dos agentes.

Torna-se possível à especificação do modelo a ser utilizado em forma de espaço de estado:

$$fe_t^k = f_t^k - s_{t+k} = rp_t^k + v_{t+k} \qquad (2)$$

$$rp_t^k = \alpha + \phi rp_{t-1}^k + z_t \qquad (3)$$

$$\begin{pmatrix} z_t \\ v_t \end{pmatrix} \sim N.i.d.\left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} Q^2 & 0 \\ 0 & R^2 \end{pmatrix}\right] \qquad (4)$$

Sendo $v_{t+k} = \Delta s^e_{t+k} - \Delta s_{t+k} - = \left(E(s_{t+k}) - s_t\right) - \left(s_{t+k} - s_t\right) = E(s_{t+k}) - s_{t+k} = -\eta^k_{t+k}$, o termo de erro da equação (2) nada mais é do que o simétrico algébrico dos desvios de expectativas dos agentes em relação aos movimentos futuros do câmbio.

O modelo estrutural original utiliza o Filtro de Kalman para estimar a série de estado (o prêmio de risco cambial). Vamos mostrar que tal modelo pode ser especificado de uma forma alternativa. Podemos representar a estrutura original através de um modelo ARMA (1,1) com intercepto utilizando um operador de defasagem (Vide Apêndice A).

Em relação ao modelo estrutural anteriormente definido, temos que a Eq. (2) indica que o erro de previsão resultante da utilização da taxa do mercado futuro como um previsor da futura taxa à vista (forecast error) consiste em um componente de prêmio de risco e um componente de desvio do tipo “ruído branco”, devido à aparição de nova informação entre *t* e *t+k*. A idéia é considerar o prêmio de risco cambial como sendo uma componente não-observável passível de ser estimada. Na terminologia dos modelos de extração de sinal, o componente de prêmio, rp^k_t, seria o sinal que nós gostaríamos de identificar, enquanto o componente de desvio, $v_{t+k} = -\eta_{t+k}$ seria o ruído que é adicionado ao sinal. Uma vantagem importante desta metodologia é a de livrar-nos da necessidade de modelar explicitamente o valor esperado da taxa de câmbio à vista (Wolff, 2000).

A estimação do modelo composto pelas Eqs. (2) – (4) tem que ser feita pelo método de Máxima Verossimilhança, utilizando o algoritmo do Filtro de Kalman[5]. A estimação do modelo depende dos parâmetros ϕ, Q^2 e R^2 . Esses serão estimados pelo método de Máxima Verossimilhança. O Filtro de Kalman irá estimar a série de prêmio de risco, rp_t^k, que é a nossa série de estado. Em termos gerais, a nossa medida do prêmio de risco pode ser um processo ARMA (p,q), portanto, um problema adicional ao problema de estimação é a identificação do modelo ARMA apropriado. A estratégia utilizada por Wolff (1987 e 2000) se baseia na identificação preliminar, utilizando as autocorrelações da série do forecast error, dos processos ARMA que seriam compatíveis com o processo gerador do forecast error, levando em conta o fato de que este é a soma de rp_t^k com um termo "ruído branco".

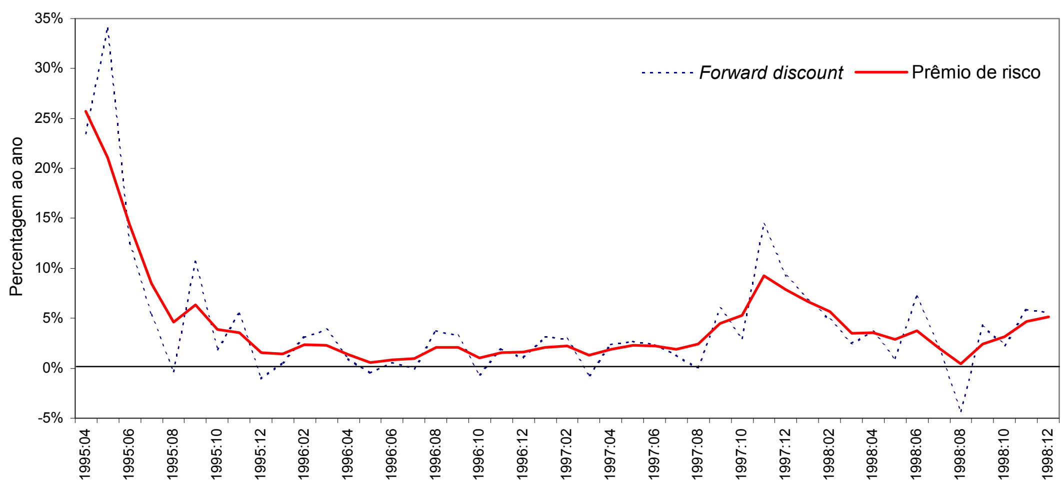
O que apresentamos aqui como a nossa medida do prêmio de risco é a série suavizada resultante da estimação do modelo composto pelas equações (2) – (4), considerando que o processo que melhor identifica o prêmio de risco cambial é um AR (1) com intercepto.

5 A imposição de uma correlação nula entre Z_t e v_t não é necessária, tendo sido feita para facilitar a estimação.

Em relação à estimação do modelo estrutural, o coeficiente ϕ que estimamos foi de 0,979588. Essa estimação torna o processo quase estacionário e, possivelmente, o coeficiente é estatisticamente igual a 1. Isso invalidaria inclusive as transformações no modelo estrutural que o transformaram num ARMA (1,1) com intercepto. Obtivemos um desvio padrão de 0,052526 para a série das observações (forecast error). O R^2 da regressão é 0,33004. A variância do erro de previsão é de 0,00275894.

A Figura 2 deixa claro o fato de que a nossa estimativa do prêmio de risco não é mais do que a série do forecast error suavizada.

Figura 2: Prêmio de risco estimado pelo Filtro de Kalman



Observe que, embora o forecast error tenha sido negativo em alguns meses, o prêmio de risco foi sempre positivo. A nossa série de prêmio de risco estimada tem uma média de 0,34 e desvio-padrão de 0,35 pontos percentuais por mês.[6] Utilizando o teste ADF foi possível rejeitar a hipótese nula de existência de uma raiz unitária na série

[6] Uma taxa média de 0,34 pontos percentuais por mês equivale a uma taxa média anual de 4,33 pontos

estimada do prêmio de risco. A hipótese nula de existência de uma raiz unitária foi fortemente rejeitada ao nível de significância de 1%. O valor da estatística t do teste ADF com uma defasagem foi -7,44. O valor crítico ao nível de significância de 1% é -3,59.

A queda observada a partir de abril 1995 pode ser explicada como uma redução do prêmio de risco cambial associada a ganhos de credibilidade do novo regime de crawling-peg. Ao longo de 1996 e do primeiro semestre de 1997, o prêmio de risco mantém-se estável. No segundo semestre, com o início da crise na Ásia, o prêmio de risco aumenta, alcançando o seu pico em novembro 1997. A partir dessa data, o prêmio de risco começa a cair novamente, alcançando o seu nível mais baixo em agosto de 1998. No período setembro 1998 - dezembro 1998 o prêmio de risco cambial cresce, o que é coerente com a deterioração das perspectivas quanto às economias emergentes que se seguiu à moratória russa, antecedendo a crise que levou à adoção do regime de taxa de câmbio flutuante em janeiro de 1999. Observe que a evolução descrita acima da nossa medida do prêmio é perfeitamente compatível com a nossa explicação de que o prêmio de risco do mercado futuro reflete o grau de instabilidade macroeconômica.

A nossa estimativa do prêmio de risco cambial pode ser utilizada para obter uma estimativa da taxa de depreciação esperada. Vale lembrar que o forward premium é a soma do prêmio de risco cambial e a expectativa de depreciação. Dessa forma, usando a série de valores observados do forward premium e a série de valores estimados do prêmio de risco cambial é possível, por diferença, estimar uma série de valores para a

---

percentuais.

taxa de depreciação esperada. A Figura 3 mostra o resultado dessa decomposição. A Figura 4 apresenta a mesma decomposição como proporção do forward premium.

Figura 3: Decomposição do *Forward Premium*

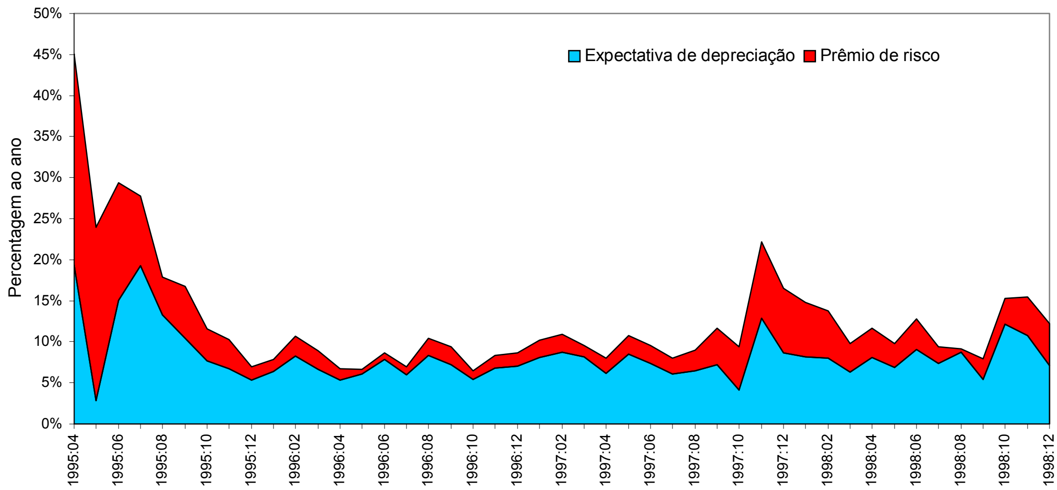
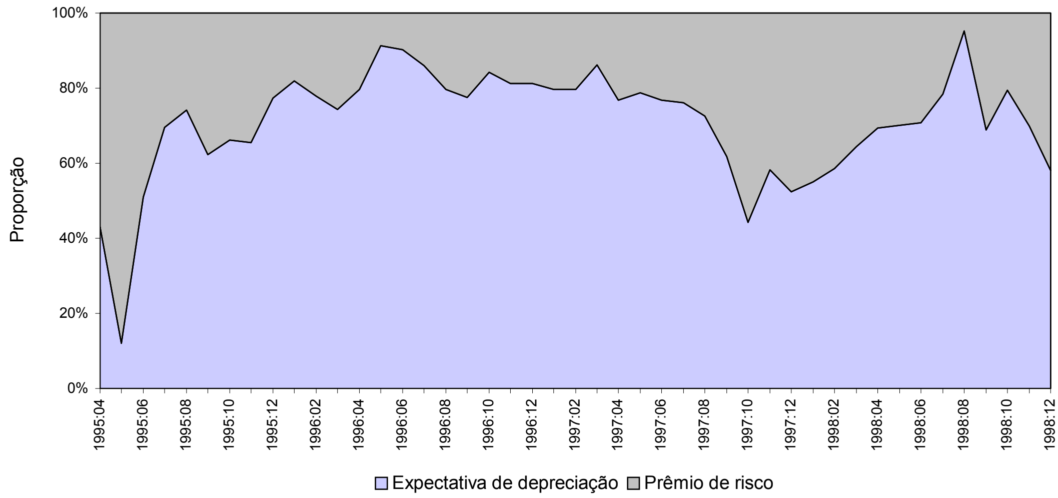


Figura 4: Decomposição do *Forward Premium*



Podemos observar na Figura 4 que a expectativa de depreciação explica a maior parte do forward premium, tendo um comportamento mais estável do que o prêmio de risco. A médias e o desvio-padrão da expectativa de depreciação foi de (8,27%; 3,33%). A médias e o desvio-padrão do prêmio de risco foi de (4,33%; 4,96%). A depreciação média que de fato ocorreu no período foi de 8,19%, e o desvio-padrão foi de 4,89%. Este resultado é compatível com o regime de crawling-peg vigente no Brasil durante o período de análise.

Nesta seção obtivemos, num primeiro momento, uma estimativa do prêmio de risco cambial utilizando um modelo de extração de sinal. Em segundo lugar, e utilizando a nossa série estimada do prêmio de risco cambial juntamente com a série observada do forward premium, obtivemos uma série estimada da taxa de depreciação esperada. A decomposição do forward premium nas suas duas componentes, prêmio de risco cambial e taxa de depreciação esperada, mostrou esta última componente como respondendo por uma parcela maior do próprio forward premium. Note que o desvio-padrão da estimativa do prêmio de risco é maior do que o desvio-padrão da estimativa da expectativa de depreciação.

V – A REGRESSÃO DO VIÉS DO MERCADO FUTURO DE CÂMBIO[7]

O teste mais popular da não tendenciosidade do mercado de câmbio futuro é uma regressão da variação na taxa de câmbio à vista sobre o forward premium:

$$\Delta s_{t+k} = \alpha + \beta . fp_t^k + u_{t+k}^k \qquad (6)$$

onde Δs_{t+k} é a depreciação percentual do câmbio (a variação no log da taxa de câmbio spot) durante k períodos e fp_t^k é o atual forward premium por k períodos (log da taxa de câmbio forward menos o log da taxa de câmbio spot, $f_t^k - s_t$). Essa é, inclusive, uma das equações que Fama utilizou em seu artigo de 1984. A evidência de que o coeficiente do forward premium é diferente de zero implicaria que o prêmio a termo observado em *t* tem informação sobre a variação futura da taxa à vista, a ser observada em *t+k*.

A hipótese nula é de que $\beta = 1$. Alguns autores também incluem na hipótese nula $\alpha = 0$. Em outras palavras, a taxa de câmbio à vista efetivamente verificada no futuro seria igual a taxa forward mais um termo de erro puramente randômico u_{t+k}^k.

[7] A análise que será desenvolvida ao longo das próximas seções foi baseada em Frankel (1989).

Uma vez estimada a regressão (6) podemos testar a hipótese nula de não tendenciosidade do forward premium, $\beta = 1$ (e se quisermos incluir, $\alpha = 0$). Podemos inclusive testar se não somente $\beta = 1$ como se $\beta = 0$, algo que diversos outros autores também concluíram. É importante também analisar como o coeficiente dessa equação se comportou ao longo da amostra. Iremos realizar um teste de estabilidade analisando a estimação recursiva dos coeficientes, apresentando tais resultados graficamente. Apresentamos os resultados da estimação na Tabela 3. Apresentamos os resultados da análise recursiva na Figura 5. Como informação adicional devemos mencionar que a estatística de Durbin-Watson foi de 2,22 não indicando problema de autocorrelação serial nos resíduos.

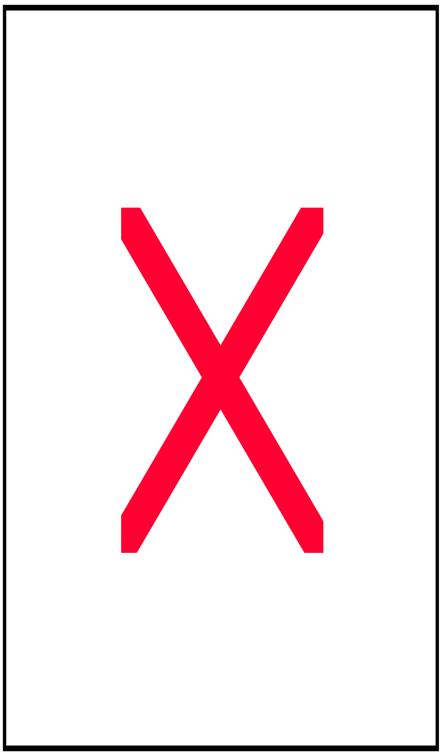
A estimativa de β é positiva e significante, porém estatisticamente menor do que 1 (estatística t = -29,06).

Tabela 3 - Principais Resultados da Regressão (Equação 6)

Período: 1995:04 - 1998:12

	α	β	R^2
Coeficiente	0,0409	0,3259	0,2331
P - valor	0,0021	0,0232	

Figura 5 – Análise Recursiva dos Coeficientes da Regressão (Equação 6)



O resultado dessa estimação pode ser complementado pela análise recursiva da estabilidade estrutural dos coeficientes da regressão.

Como esperávamos podemos perceber que o coeficiente α é consistentemente positivo sendo que pelo seu valor relativamente baixo, o seu intervalo de confiança aceita valores zero ou negativos para toda a estimação.

O coeficiente β também é fortemente positivo, sendo que inclusive, o seu intervalo de confiança e seu intervalo de confiança raramente aceita valores negativos para a estimação.

Os autores discordam, no entanto, sobre a razão desse viés. Longworth (1981) e Bilson (1981), por exemplo, assumem que não existe prêmio de risco (os investidores são neutros ao risco) de forma que o forward premium mede de forma precisa as expectativas dos investidores em relação aos movimentos do câmbio spot. Dessa forma eles interpretam o viés como uma quebra da hipótese das expectativas racionais. Bilson descreve o achado de β menor que um como um sinal de especulação excessiva, significando que os investidores poderiam se beneficiar se reduzissem a magnitude das suas expectativas em relação à variação da taxa de câmbio, pois eles a estariam superestimando. Por outro lado, Hsieh (1984) e a maioria dos outros autores assumem que os investidores não cometem erros sistemáticos na amostra, de modo que o viés é evidência de um prêmio de risco que varia no tempo. No caso especial de $\beta = 0$, a taxa de câmbio segue um passeio aleatório e os investidores se beneficiariam se escolhessem $\Delta s^{e}_{t+k} = 0$.

Coeficientes β positivos porém menores do que 1 implicam que a previsão ótima da taxa de câmbio spot coloca um peso positivo tanto na taxa spot corrente quanto na taxa forward. Coeficientes β iguais a zero constituem a hipótese do passeio aleatório onde o forward premium não melhora a capacidade de previsão dos movimentos futuros da taxa de câmbio spot. Coeficientes β negativos indicam que a taxa spot tende a se mover na direção oposta à prevista via forward premium.

Os resultados obtidos nos levaram a rejeitar a hipótese nula de não-tendenciosidade do mercado futuro de câmbio. Existe um viés no mercado em relação às previsões via forward premium. Cabe agora tentar identificar a origem desse viés.

Uma segunda, porém equivalente, especificação do modelo é uma regressão do forecast error, que é a diferença entre o forward premium e a variação na taxa spot ($fe^{k}_{t} = fp^{k}_{t} - \Delta s_{t+k}$) sobre o forward premium:

$$fp_t^k - \Delta s_{t+k} = \alpha_1 + \beta_1 . fp_t^k + u_{t+k}^k \qquad (7)$$

onde $\alpha_1 = -\alpha$ e $\beta_1 = 1 - \beta$. A hipótese nula passa a ser $\alpha_1 = \beta_1 = 0$. O termo de erro u_{t+k}^k é puramente aleatório.

Tabela 4 - Principais Resultados da Regressão (Equação 7)

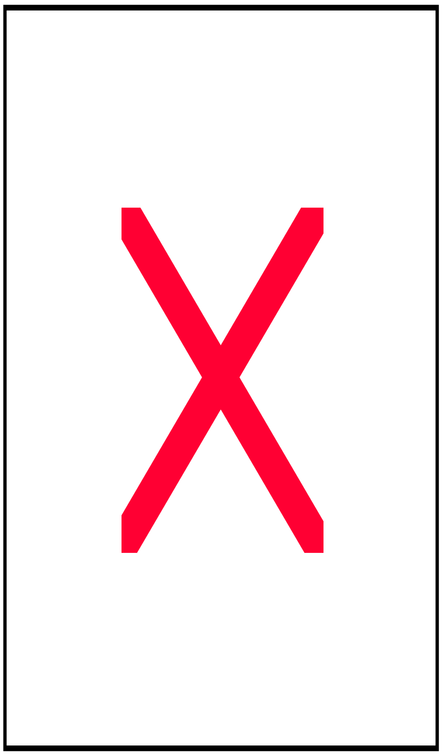
Período: 1995:04 - 1998:12

	α_1	β_1	**R^2**
Coeficiente	-0,0409	0,6741	0,5653
P - valor	0,0021	0,0000	

Apresentamos os resultados-padrão da estimação da regressão 7 na Tabela 4. A análise recursiva apresentada na Figura 6 corrobora os resultados achados pelos testes de hipótese. A estatística Durbin-Watson foi de 2,22.

Como mostramos, os coeficientes dessa nova equação respeitam as relações $\alpha_1 = -\alpha$ e $\beta_1 = 1 - \beta$. Nossas conclusões qualitativas, como não poderia deixar de ocorrer, se mantiveram e continuamos a rejeitar a hipótese de não-tendenciosidade do mercado futuro de câmbio em favor da hipótese de que o mercado futuro é um previsor viesado das mudanças futuras na taxa de câmbio spot. Ambas os coeficientes são estatisticamente diferentes de zero. Pela rejeição da hipótese nula podemos concluir que existe especulação excessiva no mercado de câmbio futuro. O resultado qualitativo, como não poderia deixar de ser, rejeita a hipótese de não tendenciosidade, resultado esse que havíamos achado na análise anterior.

Figura 6 – Análise Recursiva dos Coeficientes da Regressão (Equação 7)



Podemos perceber que o coeficiente α_1 é consistentemente negativo apesar de que o seu intervalo de confiança aceite valores positivos para os primeiros valores da estimação. Isso nos ajuda a visualizar a rejeição da hipótese nula de $\alpha_1 = 0$

O coeficiente β_1 é fortemente positivo, sendo que inclusive, o seu intervalo de confiança raramente aceita valores zero ou negativos (mais uma vez, tal fato acontece no começo das estimações recursivas do coeficiente).

VI - DECOMPOSIÇÃO DO COEFICIENTE DO VIÉS DO FORWARD PREMIUM

Através dos dados sobre expectativas podemos realizar essa decomposição de forma direta. Nós podemos alocar parte do desvio da hipótese nula de $\beta = 1$ a cada uma das alternativas: erros sistemáticos e a presença de um prêmio de risco.

Podemos encontrar o limite em probabilidade do coeficiente β na equação (6), bem como a derivação da decomposição desse coeficiente (Vide Apêndice C).

$$\beta = \frac{\operatorname{cov}\left(\Delta s_{t+k}, fp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)} \tag{8}$$

Ou, para incluir as expectativas na análise:

$$\beta = \frac{\operatorname{cov}\left(\eta_{t+k}^k, fp_t^k\right) + \operatorname{cov}\left(\Delta s_{t+k}^e, fp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)} \tag{9}$$

Este é o limite em probabilidade que iremos utilizar para nossa análise, onde η_{t+k}^k é o desvio das expectativas dos participantes do mercado, e Δs_{t+k}^e é a expectativa dos movimentos futuros do câmbio feita pelo mercado. Com um pouco de álgebra podemos escrever o coeficiente β como sendo 1 (a hipótese nula) menos um termo que surge da falha das expectativas racionais, menos um outro termo que surge do prêmio de risco, dessa forma podemos analisar como se comporta a parte responsável pelo desvio da hipótese nula e o que esse viés realmente representa:

$$\beta = 1 - b_{re} - b_{rp} \qquad (10)$$

onde $$b_{re} = \frac{-\operatorname{cov}\left(\eta_{t+k}^{k}, fp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)} \quad \text{e} \quad b_{rp} = \frac{\operatorname{var}\left(rp_t^k\right) + \operatorname{cov}\left(\Delta s_{t+k}^{e}, rp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)}$$

Com a ajuda dos dados sobre as expectativas, ambos os termos são observáveis. Se não existirem erros sistemáticos de previsão teremos que $b_{re} = 0$, de forma que os investidores possuem expectativas que são racionais e são formadas de forma consistente com o real processo pelo qual a taxa de câmbio spot é determinada. Se não existir prêmio de risco (ou de forma mais fraca, se o prêmio de risco for descorrelatado do forward premium) temos que $b_{rp} = 0$, ou seja, os investidores consideram ativos denominados em diferentes moedas como substitutos perfeitos.

De acordo com nossos dados, achamos $b_{re} = 0.0453$ e $b_{rp} = 0.6289$. Os valores positivos para b_{re} sugerem a possibilidade de que os investidores tendem a dar importância demasiada a outros fatores, no sentido de que eles poderiam ter melhorado a qualidade das suas previsões se dessem maior importância à taxa de câmbio corrente e menos importância à taxa de câmbio futura. Pelos valores encontrados, podemos perceber que no mercado de câmbio futuro, o desvio da não-tendenciosidade encontrado pode ser alocado tanto a existência de um prêmio de risco quanto à quebra das expectativas racionais dos agentes (especulação excessiva). Devemos, porém manter uma análise qualitativa e perceber que o componente associado ao componente de risco explica relativamente mais do viés, o que é coerente com a realidade das finanças internacionais no sentido de que um título brasileiro carrega uma carga de risco maior do que um papel análogo norte-americano.

Os resultados aqui obtidos através dessa decomposição são interessantes, mas gostaríamos de saber se são estatisticamente significantes. Queremos inferir em que medida o prêmio de risco e/ou erros sistemáticos de previsão explicam o viés do forecast error.

VII - O PRÊMIO DE RISCO EXPLICA ALGO DO VIÉS DO MERCADO FUTURO DE CÂMBIO? (SUBSTITUIÇÃO PERFEITA ENTRE ATIVOS DENOMINADOS EM DIFERENTES MOEDAS)

Através da decomposição do coeficiente em $\beta = 1 - b_{re} - b_{rp}$ nós fomos capazes de obter estimativas para os componentes do viés da taxa forward. Agora é chegado o momento de analisar mais formalmente se o prêmio de risco cambial tem correlação com o forward premium. Na próxima seção, faremos o mesmo teste só que envolvendo os erros sistemáticos de previsão e o forward premium.

De forma análoga à regressão padrão, nós podemos regredir nossa medida de depreciação esperada sobre o forward premium:

$$\Delta\hat{s}^{e}_{t+k} = \alpha_2 + \beta_2 . fp^{k}_{t} + \varepsilon^{k}_{t} \qquad (11)$$

A hipótese nula de que a correlação entre o prêmio de risco e o forward premium é zero, implica que $\beta_2 = 1$. Temos que (Vide Apêndice D):

$$\beta_2 = \frac{cov\left(\Delta s^{e}_{t+k}, fp^{k}_{t}\right)}{var\left(fp^{k}_{t}\right)} \qquad (12)$$

e $\beta_2 = 1 - b_{rp}$, onde $b_{rp} = \dfrac{\mathrm{var}\left(rp^{k}_{t}\right) + \mathrm{cov}\left(\Delta s^{e}_{t+k}, rp^{k}_{t}\right)}{\mathrm{var}\left(fp^{k}_{t}\right)}$

Como $\beta_2 = 1 - b_{rp}$, temos então que $\beta = 1 - b_{re} - b_{rp} = \beta_2 - b_{re}$, de forma que um achado de que $\beta_2 = 1$ implica que as nossas estimativas para a parte do viés atribuída ao prêmio de risco via decomposição do coeficiente β não são estatisticamente diferentes de zero, o que por sua vez implica que, todo o viés pode ser estatisticamente atribuído a quebras das expectativas racionais dos agentes.Além da hipótese de que não existe um prêmio de risco que varia no tempo, a equação (11) também nos permite testar a hipótese de que o prêmio de risco tem média zero: $\alpha_2 = 0$. A hipótese de que o prêmio de risco é igual a zero é dada por $\Delta s^e_{t+k} = fp^k_t$.

Resta a saber como interpretar o erro da regressão ε^k_t. Como explicamos anteriormente, estamos utilizando o tratamento tradicional existente na literatura referente a expectativas onde estas são tidas como uma única expectativa homogeneamente tida por todos os agentes. Dessa forma, o erro da regressão é um componente aleatório de erro da pesquisa das expectativas, $\Delta \hat{s}^e_{t+k} = \Delta s^e_{t+k} + \varepsilon^k_t$, onde Δs^e_{t+k} é a não observável real expectativa dos agentes em relação à variação da taxa de câmbio spot. Note que no teste de (11) usando os nossos dados sobre expectativas, as propriedades do termo de erro ε^k_t serão invariantes a qualquer problema do peso que afeta, ao invés, a distribuição ex-post da variação da taxa de câmbio spot que efetivamente aconteceu. Esse problema refere-se a uma situação na qual um evento parece coerente com a distribuição ex-post da variação da taxa de câmbio, porém não é detectável ex-ante pela ausência do evento estatístico na amostra.

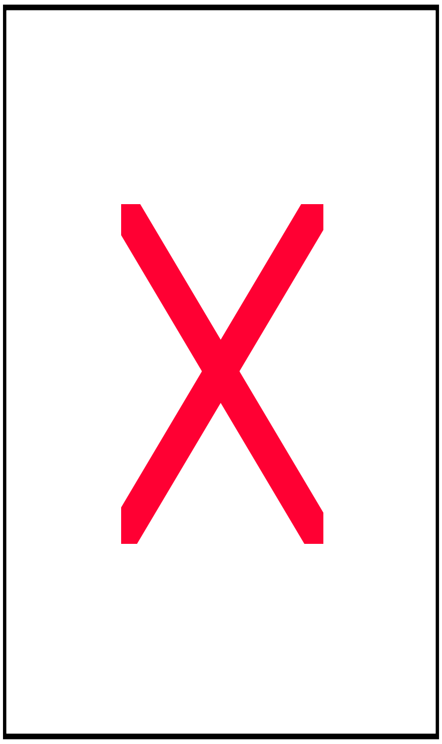
Tabela 5 - Principais Resultados da Regressão (Equação 11)

Período: 1995:04 - 1998:12

	α_2	β_2	R^2
Coeficiente	0.0359	0.3712	0.6501
P - valor	0,0000	0,0000	

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 5 foi possível rejeitar que o prêmio de risco tenha média zero. Em relação à hipótese de que a correlação entre o prêmio de risco e o forward premium é zero, $(\beta_2 = 1)$, esta hipótese também é fortemente rejeitada, sendo o coeficiente estatisticamente menor do que um (estatística t = -9,95).

Figura 7 – Análise Recursiva dos Coeficientes da Regressão (Equação 11)



O resultado dessa estimação pode ser complementado pela análise recursiva da estabilidade estrutural dos coeficientes feita na Figura 7.

Como esperávamos podemos perceber que o coeficiente α_2 é consistentemente positivo e seu intervalo de confiança raramente aceita valores zero ou negativos, acontecendo somente no começo das estimações recursivas do coeficiente.

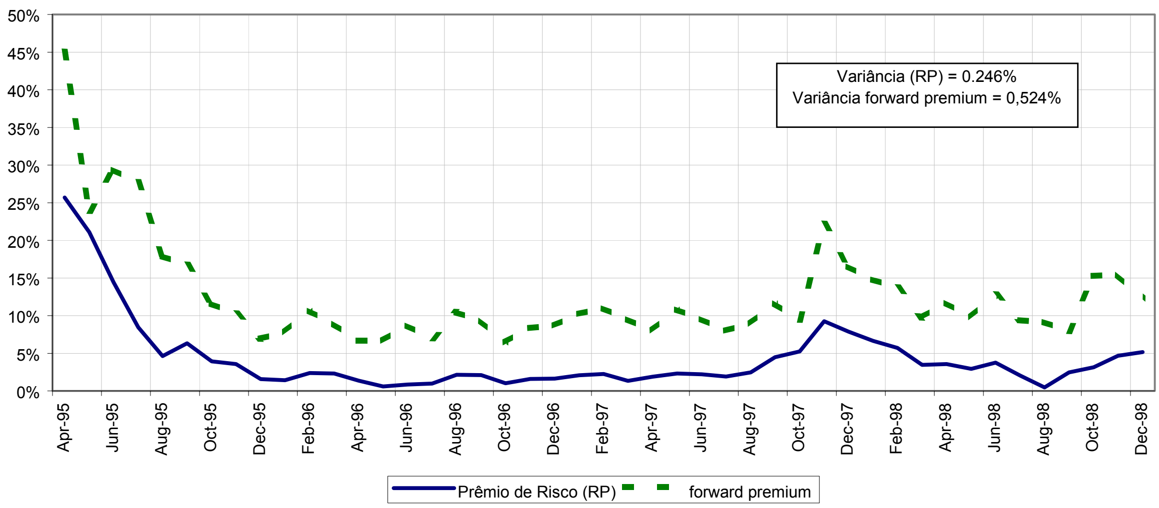
O coeficiente β_2 também é fortemente positivo, sendo que inclusive, o seu intervalo de confiança nem chega a aceitar valores negativos para os nenhum dos valores da estimação.

A equação (11) também pode ser interpretada como um teste direto da paridade descoberta da taxa de juros. Se nós eliminarmos a possibilidade de oportunidades de arbitragem vale a paridade coberta da taxa de juros $\left(F = S.e^{(i-i^*)(T-t)}\right)$. Na paridade descoberta da taxa de juros, ao invés de usarmos o mercado futuro de câmbio, a relação de igualdade entre as taxas de juros doméstica e internacional é dada pelo valor esperado do câmbio spot no futuro $\frac{S.e^{i(T-t)}}{E_t(S_{t+k})} = e^{i^*(T-t)}$, reorganizando a equação e tirando o log, chegamos então que $s^e_{t+k} - s_t = \Delta s^e_{t+k} = i^k_t - i^{*k}_t$.Assim, o forward premium é exatamente igual à diferença entre as taxas de juros nominal doméstica e estrangeira. Isso é facilmente verificado. Podemos tirar o log dessa igualdade em ambos os lados da equação, de forma que $\log(F) = \log\left(S.e^{(i-i^*)(T-t)}\right)$, para simplicar a análise vamos considerar $(T-t) = 1$ de forma que $f = s + i - i^*$. Assim, temos então que $f - s = fp^k_t = i^k_t - i^{*k}_t$. A hipótese nula *($\beta_2 = 1$)* torna-se então uma afirmação da paridade descoberta das taxas de juros: $\Delta s^e_{t+k} = i^k_t - i^{*k}_t$. Em outras palavras, os investidores são tão sensíveis a diferenças nas taxas de retorno esperado que acabam por eliminar tais diferenças via variações na taxa de câmbio à vista. Uma outra forma de expressar a hipótese nula é que ativos domésticos e estrangeiros são substitutos perfeitos no portfólio dos investidores.

Os dados demonstram evidência de que os ativos denominados em diferentes moedas não são substitutos perfeitos. Encontramos evidência de que realmente existe um prêmio de risco exigido pelos investidores para reter títulos em diferentes moedas, sendo esse prêmio o diferencial de rendimento entre tais títulos. Rejeitamos fortemente a hipótese de Paridade Coberta da Taxa de Juros (UIP – Uncovered Interest Parity).

Existe evidência de um termo constante no prêmio de risco: α_2 é grande e significativamente maior do que zero (3,59%). Os testes rejeitam à relação de paridade descoberta a um nível de significância que é menor do que 1%. Isso indica que existe um risco cambial associado ao mercado futuro, pois como evidenciamos anteriormente, a paridade descoberta pressupõe a inexistência do risco cambial. Podemos visualizar o aparente termo constante do prêmio de risco plotando num mesmo gráfico o prêmio de risco e o forecast error. Podemos ver um prêmio de risco relativamente constante e um forecast error mais variável. Isso é mostrado na Figura 5 onde a questão da variância das séries está destacada.

Figura 5: Prêmio de Risco Vs. Erro de Previsão da Taxa Forward



VIII - OS ERROS DE EXPECTATIVAS EXPLICAM ALGO DO VIÉS DO FORWARD PREMIUM? (TESTE DE EXPECTATIVAS RACIONAIS)

Nesta seção vamos testar formalmente a hipótese de que existem erros sistemáticos de previsão que possam explicar o viés nas previsões dos movimentos da taxa de câmbio via forward premium. Vamos analisar a possibilidade de existência de uma especulação excessiva por parte dos investidores.

Provavelmente o teste mais potente de expectativas racionais é o que pergunta se os investidores estariam melhores se dessem maior ou menor importância à taxa de câmbio spot contemporânea ao invés de outras variáveis no seu conjunto informacional. Frankel e Froot (1985, 1987) testam se as expectativas alocam pouca importância na taxa de câmbio spot contemporânea e muita importância em outras variáveis específicas como a taxa de câmbio spot defasada *(lagged)*, a taxa de câmbio de equilíbrio de longo prazo e a taxa de câmbio esperada defasada *(lagged expected spot rate).*

$$\Delta\hat{s}^{e}_{t+k} - \Delta s_{t+k} = \alpha + d.\Delta\hat{s}^{e}_{t+k} + v^{k}_{t+k} \qquad (13)$$

Essa é a equação que Bilson (1981) e outros autores tinham em mente, que nós já denominamos como teste de especulação “excessiva” (equação (6)), com a diferença de que nós estamos agora medindo à expectativa de depreciação dos investidores pelos dados referentes às suas expectativas e não pelo ambíguo forward premium.

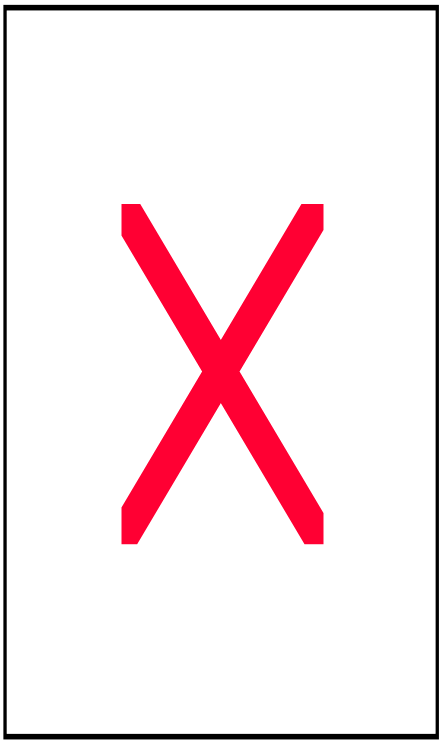
A hipótese nula é $\alpha = 0, d = 0$ e o termo de erro é a medida de erro na pesquisa sobre expectativas menos as mudanças inesperadas na taxa de câmbio à vista, $v_{t+k}^{k} = \varepsilon_{t}^{k} - \eta_{t+k}^{k}$.

Tabela 6 - Principais Resultados da Regressão (Equação 13)

Período: 1995:04 - 1998:12

	α	d	R^2
Coeficiente	0,0186	-0,2168	0,0656
P - valor	0,1004	0,0894	

Figura 8 – Análise Recursiva dos Coeficientes da Regressão (Equação 13)



O coeficiente α é positivo para toda a estimação. Seu intervalo de confiança aceita valores zero ou negativos. Essa possibilidade do valor real do coeficiente assumir valores nulos ou negativos pode ser vista pelo p-valor de 0,1004 Os resultados obtidos somente foram capazes de nos levar a rejeitar a hipótese nula de $d = 0$, mesmo assim a um nível de significância em torno de 9% (Vide Tabela 6). Os testes indicam que $d < 0$, sendo inclusive que as estimativas recursivas dos coeficientes da inclinação da regressão nos permitem perceber que estes sempre foram menores do que zero (a hipótese nula).

O coeficiente *d* é fortemente negativo, o limite superior do seu intervalo de confiança se situa ao redor de valores nulos para o coeficiente, o que, assim como para o coeficiente do intercepto pode ser explicado pelo alto p-valor (porém menor do que o do intercepto) de 0,0894.

Dessa forma que os investidores poderiam, em média, ficar em melhor situação se dessem maior peso à taxa de câmbio spot contemporânea e menor peso a outras informações que eles consideram pertinente (entre elas o forward premium) como indicador dos movimentos futuros do câmbio.

Em outras palavras aceitamos a hipótese de especulação excessiva. Testes da hipótese de que não existem erros sistemáticos de expectativas, $d = 0$ rejeitam ao nível de significância de 9%. Resultados desse tipo parecem constituir uma rejeição da hipótese de racionalidade nas expectativas. Existe um componente de quebra de expectativas no sentido de que os agentes comentem erros sistemáticos de previsão, porém tais erros não são capazes sozinhos de explicar todo o viés da não tendenciosidade do mercado futuro de câmbio. Vamos ver agora que podemos obter evidências mais fortes.

IX - OUTRO TESTE DE ESPECULAÇÃO EXCESSIVA

Outro teste de expectativas racionais, que está livre do problema dos erros de medida (Pois os erros de medida aleatórios das expectativas na equação (13) também apareceram do lado direito da equação, de forma que, sob a hipótese nula, os erros de medida geram um viés das nossas estimativas de *d*), consiste em substituir $\Delta\hat{s}^{e}_{t+k}$ no lado direito da equação (11) pelo forward premium fp_t^k :

$$\Delta\hat{s}^{e}_{t+k} - \Delta s_{t+k} = \alpha_1 + \beta_1 . fp_t^k + v_{t+k}^k \qquad (14)$$

Existem diversas razões para fazer a substituição sugerida em (14). Nós sabemos, pelos resultados anteriores, que a depreciação esperada é altamente correlacionada com o forward premium fp_t^k (essa correlação é igual a 0.8063). Como fp_t^k está livre de erros de medida, esse instrumento é um bom candidato para uma variável de controle. Realmente, se é possível para nós enquanto econometristas verificar a cotação precisa de fp_t^k , também é possível que façamos o mesmo enquanto possíveis especuladores. A hipótese nula, de expectativas racionais consiste em $\alpha_1 = 0$ e $\beta_1 = 0$. O termo de erro é a medida de erro na pesquisa sobre expectativas menos as mudanças inesperadas na taxa de câmbio à vista. Sob hipótese nula, continuamos a ter que $v_{t+k}^k = \varepsilon_t^k - \eta_{t+k}^k$.

O resultado dessa regressão, apresentado na Tabela 7, bem como a análise recursiva da estabilidade dos coeficientes, apresentada na Figura 9, não possibilitou rejeitar a hipótese nula de expectativas racionais.

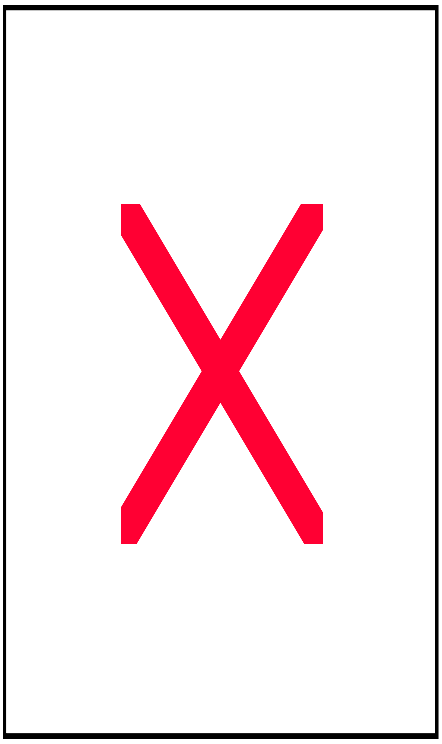
Mostramos que o forward premium não contém informação significante sobre a diferença entre a variação esperada pelos investidores e a variação efetivamente ocorrida da taxa de câmbio spot. Dessa forma não é possível perceber que os investidores, em alguma medida, utilizam a informação fornecida pelo forward premium para construir suas expectativas em relação aos movimentos futuros do câmbio.

Tabela 7 - Principais Resultados da Regressão (Equação 14)

Período: 1995:04 - 1998:12

	α_1	β_1	R^2
Coeficiente	-0,0050	0,0453	0,0135
P - valor	0,5934	0,6284	

Figura 9 – Análise Recursiva dos Coeficientes da Regressão (Equação 14)



Como esperávamos podemos perceber que o coeficiente α_1 situa-se ao redor de zero, o que é consistente com o seu p-valor de 0,5934 que nos indica que sob nenhum nível de significância razoável podemos rejeitar a hipótese nula de que o coeficiente é estatisticamente igual a zero.

O coeficiente β_1 também se situa ao redor de zero. Mais uma vez isso é coerente com o seu p-valor de 0,6284, ainda maior que o p-valor do intercepto, indicando que o coeficiente é estatisticamente igual a zero.

A equação (14) tem uma relevância adicional no contexto da nossa decomposição da regressão de não tendenciosidade da taxa de câmbio futura na seção 2, pois o coeficiente β_1 é igual ao desvio da não tendenciosidade devido a erros sistemáticos de previsão b_{re} (Vide Apêndice E). Dessa forma, a equação (14) pode nos ajudar a analisar se valores altos achados para b_{re} são estatisticamente significantes. De acordo com os resultados, as estimativas de b_{re} puderam ser medidas com precisão. Os dados continuam a não rejeitando a hipótese de expectativas racionais. De acordo com as estimativas de que b_{re} é estatisticamente igual a que zero, nós não podemos rejeitar a hipótese de que todo o viés é atribuído ao prêmio de risco. Esses resultados indicam que o mercado futuro de câmbio e os agentes envolvidos não cometem erros sistemáticos de previsão.

X - CONCLUSÃO

Fomos capazes de mostrar que o mercado futuro de câmbio, no caso de ser usado como previsor dos movimentos futuros do câmbio spot, nos dará previsões viesadas. Com base no modelo econométrico de extração de componentes não-observáveis, foi possível estudar a natureza do prêmio de risco cambial do Real frente ao Dólar Americano. Obtivemos evidência de que o prêmio de risco varia no tempo, porém com valores persistentes, sugeridos pela correlação serial positiva.

Isso nos leva a conclusão geral de que, ao contrário do que é assumido na prática convencional, a parte correspondente aos erros de previsão do forecast error captura não somente um prêmio de risco que varia no tempo, mas expectativas em relação aos movimentos futuros do câmbio que são, possivelmente, especulativas, daí a rejeição da racionalidade das expectativas dos agentes em um dos testes realizados anteriormente.

Fomos capazes de mostrar que realmente o mercado cambial trabalha com um prêmio de risco cambial que separa a rentabilidade esperada dos diversos agentes em diferentes mercados. A suposição da não-existência de tal diferencial de risco não é razoável, pois para economias em desenvolvimento e com histórico de moratória da dívida externa como a brasileira, os agentes possuem uma percepção de tal risco e efetivamente a consideram nas suas ações. Acaba surgindo assim um *spread* entre os rendimentos dos títulos em diferentes moedas.

A verificação da existência do prêmio de risco cambial não é o único componente importante do viés do mercado futuro de câmbio. Existe dentro desse mercado, uma formação de expectativas em relação ao comportamento do câmbio no período do contrato negociado. Analisamos até que ponto essas expectativas embutidas nas taxas negociadas nos contratos futuros são consistentes com o real processo pelo qual a taxa spot é determinada. Tanto o prêmio de risco cambial quanto os erros de previsão foram responsáveis por partes positivas da explicação do viés do mercado futuro. Podemos expressar isso de outra forma, dizendo que o nível de significância dos componentes do viés associados aos erros sistemáticos e ao prêmio de risco indicam que ambos os componentes possuem informação relevante a esse desvio da nossa hipótese nula de eficiência do mercado cambial futuro.

A rejeição da hipótese de expectativas racionais (que ocorreu em somente um dos nossos testes e mesmo assim a um nível de significância menor do que gostaríamos de ter obtido) poderia nos sugerir que um especulador poderia ter realizado lucros excessivos apostando contra o mercado. A estratégia "apostar contra o mercado" é muito mais prática se expressa como "apostar contra o (observável) forward premium" ao invés de "fazer o oposto do que quer que seja que você vinha fazendo".

Esses resultados indicam que o mercado futuro de câmbio e os agentes envolvidos não cometem erros sistemáticos de previsão, ou se cometem, esses erros são pouco significativos. Esse tipo de resultado é coerente com o período analisado, onde a regra de variação do câmbio era mais previsível. Dessa forma, o desvio do coeficiente da não-tendenciosidade do mercado de cambio se deve primordialmente à existência de um prêmio de risco cambial que separa o retorno esperado de ativos em diferentes moedas.

REFERÊNCIAS

BANSAL, Ravi e Magnus Dahlquist (2000). "The Forward Premium Puzzle: Different Tales from Developed and Emerging Economies". *Journal of International Economics*, 51, 115-144.

BILSON, John (1981). "The Speculative Efficency Hypothesis". *Journal of Business, LIV,* 435-451.

---------------------------, (1985). "Macroeconomic Stability and Flexible Exchange Rates". *American Economic Review,* LXXV, 62-67.

CHEUNG, Yin-Wong (1993). "Exchange Rate Risk Premiums". *Journal of International Money and Finance*, 12, 182-194.

FAMA, Eugene F. (1984). "Forward and Spot Exchange Rates". *Journal of Monetary Economics*, 14, 319-338.

FRANKEL, Jeffrey A. e Kenneth A. Froot. (1989). "Forward Discount Bias: Is it an Exchange Risk Premium?" *Quarterly Journal of Economics,*

------------------------------- (1986). "Interpreting Tests of Forward Discount Bias using Survey Data on Exchange Rate Expectations", *NBER Working Paper No. 1963*

GARCIA, Márcio G.P. (1997). "A Macroeconomia do Dólar Futuro". *Resenha BM&F*, 118, 37-45.

------------------------------- e Gino Olivares (1999). "O Prêmio de Risco da Taxa de Câmbio no Brasil durante o Plano Real", XXI Encontro Nacional de Econometria, Sociedade Brasileira de Econometria, vol. 1, 464-481.

------------------------------ e Tatiana Didier (2000). "Very High interest Rates and the Cousin Risks: Brazil during the Real Plan", Texto para discussão do Departamento de Economia da PUC-Rio No. 0441 (Dez/2000).

HODRICK, Robert e Sanjay Srivastava (1984). "An Investigation of Risk and Return in Forward Foreign Exchange", *Journal of International Money and Finance,* III, 5-30.

HSIEH, David (1984). "Tests of Rational Expectations and No Risk Premium in Forward Exchange Markets", *Journal of International Economics,* XVII, 173-184.

HULL, John C. (1997). *Options, Futures, and Other Derivatives*. Terceira Edição. Prentice Hall, New Jersey.

KONING, Camiel de e Stefan straetmans (1997). "Variation in the Slope Coefficient of the Fama Regression for Testing Uncovered Rate Parity: Evidences from Fixed and Time-Varying Coefficient Approaches", *Tinbergen Institute Department of Applied Economics.*

LEWIS, Karen K. (1995). "Puzzles in International Financial Market". Em: Rogoff, Kenneth, e Gene Grossman, (eds.): *Handbook of International Economics*, vol. 3, North-Holland, Amsterdam.

LONGWORTH, David (1981). Testing the Efficiency of the Canadian-U.S. Exchange Market Under the Assumption of No Risk Premium", *Journal of Finance,* XXXVI, 43-49.

MEESE, Richard e Kenneth Rogoff (1983). "Empirical Exchange Rate Models of the Seventies: Do they Fit out of Sample", *Journal of International Economics,* XIV, 3-24.

WOLFF, Christian C. P. (1987). "Forward Foreign Exchange Rates, Expected Spot Rates, and Premia: A Signal-Extraction Approach". *The Journal of Finance*, 42, 395-406.

------------------------------- (2000). "Measuring the Forward Exchange Risk Premium: Multi-Country Evidence from Unobserved Components Models". *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 10, 1-8.

APÊNDICE A: UMA ESPECIFICAÇÃO ALTERNATIVA DO MODELO ESTRUTURAL

O modelo estrutural original utilizava o Filtro de Kalman para estimar a série de estado (o prêmio de risco cambial). Vamos mostrar que tal modelo pode ser especificado de uma forma alternativa. Podemos representar a estrutura original através de um modelo ARMA (1,1) com intercepto.

É interessante reescrever o modelo estrutural aqui para facilitar a visualização das manipulações matemáticas que iremos fazer.

$$fe_t^k = f_t^k - s_{t+k} = rp_t^k + v_{t+k}$$

$$rp_t^k = \alpha + \phi rp_{t-1}^k + z_t$$

$$\begin{pmatrix} z_t \\ v_t \end{pmatrix} \sim N.i.d.\left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} Q^2 & 0 \\ 0 & R^2 \end{pmatrix}\right]$$

Partindo do modelo estrutural original podemos gerar um processo ARMA (1,1) com intercepto utilizando um operador de defasagem.

$$rp_t^k = \alpha + \phi rp_{t-1}^k + z_t$$

$$(1-\phi L)rp_t^k = \alpha + z_t$$

$$rp_t^k = \frac{\alpha + z_t}{(1-\phi L)}$$

$$fe_t^k = \frac{\alpha + z_t}{(1-\phi L)} + v_t$$

$$(1-\phi L)fe_t^k = \alpha + z_t + (1-\phi L)v_t$$

Dessa forma temos que o processo estocástico que estamos estudando pode ser representado por uma estrutura que contém um termo AR (1), $(1-\phi L)fe_t^k$, um intercepto α e um termo que corresponde a um ruído branco mais um termo MA (1), $z_t + (1-\phi L)v_t$. Iremos então estimar um processo ARMA (1,1) com intercepto da seguinte forma:

$$(1-\phi L)fe_t^k = \alpha + (1+\theta L)\varepsilon_t \text{, onde } \varepsilon \sim N.i.d.(0, \sigma^2)$$

Ou de forma equivalente,

$$fe_t^k = \alpha + \phi fe_{t-1}^k + \varepsilon_t + \theta\varepsilon_{t-1} \text{, onde } \varepsilon \sim N.i.d.(0, \sigma^2)$$

Podemos perceber por essa equação que não iremos estimar diretamente o prêmio de risco cambial. Isso pode ser resolvido se calculamos as previsões 1 passo à frente tanto para o modelo estrutural quanto para o ARMA (1,1) com intercepto e depois os igualando. Iremos analisar o comportamento da expectativa do modelo em *t* dado que toda a informação até *(t-1)* é conhecida. Devemos analisar o valor condicionado a I_{t-1} em ambos os modelos.

No modelo estrutural temos que:

$E\left(fe_t^k / I_{t-1}\right) = E\left(\alpha + \phi rp_{t-1}^k + z + v_t / I_{t-1}\right)$, de forma que, $E\left(fe_t^k / I_{t-1}\right) = \hat{\alpha} + \hat{\phi} rp_{t-1}^k$.

No processo ARMA (1,1) com intercepto temos que:

$$E\left(fe_t^k / I_{t-1}\right) = E\left(\alpha + \phi fe_{t-1}^k + \varepsilon_t + \theta\varepsilon_{t-1} / I_{t-1}\right)$$

$$E\left(fe_t^k / I_{t-1}\right) = \hat{\alpha} + \hat{\phi} fe_{t-1}^k + \hat{\theta}\varepsilon_{t-1}$$

Igualando as previsões condicionadas nos dois modelos será possível isolar o componente de risco cambial.

$$E\left(fe_t^k / I_{t-1}\right) = \hat{\alpha} + \hat{\phi} rp_{t-1}^k = \hat{\alpha} + \hat{\phi} fe_{t-1}^k + \hat{\theta}\varepsilon_{t-1}$$

$$\hat{\phi} rp_{t-1}^k = \hat{\phi} fe_{t-1}^k + \hat{\theta}\varepsilon_{t-1}$$

Dessa forma, temos que:

$$rp_{t-1}^k = \frac{\hat{\phi} fe_{t-1}^k + \hat{\theta}\varepsilon_{t-1}}{\hat{\phi}}$$

Essa é a série de prêmio cambial que iremos estimar via modelo ARMA (1,1) com intercepto ao invés do modelo estrutural e ela é a mesma que seria estimada via Filtro de Kalman no modelo original.

Podemos calcular alguns outros momentos de ambos os processos estocásticos que eventualmente podem se mostrar úteis.

Considerando o modelo estrutural, podemos calcular a variância tanto da série do forecast error quanto da nossa série estimada de prêmio de risco:

$$\text{var}\left(rp_t^k\right) = \phi^2 \ \text{var}\left(rp_{t-1}^k\right) + \text{var}\left(z_t\right),$$

como o processo é estacionário, temos que $\text{var}\left(rp_t^k\right) = \text{var}\left(rp_{t-1}^k\right)$

$$\left(1-\phi^2\right)\text{var}\left(rp_t^k\right) = \text{var}\left(z_t\right)$$

$$\text{var}\left(rp_t^k\right) = \frac{\text{var}\left(z_t\right)}{\left(1-\phi^2\right)}$$

$$\text{var}\left(rp_t^k\right) = \frac{Q^2}{\left(1-\phi^2\right)}$$

Essa é a variância incondicional do processo estocástico. Dessa forma, temos então a variância do forecast error:

$$\text{var}\left(fe_t^k\right) = \text{var}\left(rp_t^k\right) + \text{var}\left(v_t\right)$$

$$\text{var}\left(fe_t^k\right) = \frac{Q^2}{\left(1-\phi^2\right)} + R^2$$

Podemos calcular a variância do forecast error para o nosso modelo ARMA (1,1) com intercepto.

$fe_t^k = \alpha + \phi fe_{t-1}^k + \varepsilon_t + \theta\varepsilon_{t-1}$, onde $\varepsilon \sim N.i.d.\left(0, \sigma^2\right)$

$E\left(fe_t^k\right) = \alpha + \phi E\left(fe_{t-1}^k\right)$, mais uma vez, como o processo é estacionário, $E\left(fe_t^k\right) = E\left(fe_{t-1}^k\right)$

$$\left(1-\phi\right)E\left(fe_t^k\right) = \alpha$$

$$E\left(fe_t^k\right)=\frac{\alpha}{(1-\phi)}=\mu$$

Esse é o valor esperado do forecast error. Para facilitar a derivação da variância do forecast error, convém definir $\alpha=\mu(1-\phi)$.

Dessa forma temos que:

$$fe_t^k=\mu(1-\phi)+\phi fe_{t-1}^k+\varepsilon_t+\theta\varepsilon_{t-1}$$

$$\left(fe_t^k-\mu\right)=\phi\left(fe_{t-1}^k-\mu\right)+\varepsilon_t+\theta\varepsilon_{t-1}$$

$$\operatorname{var}\left(fe_t^k\right)=E\left[\left(fe_t^k-\mu\right)^2\right]=\phi^2E\left[\left(fe_{t-1}^k-\mu\right)^2\right]+\theta^2E\left[\left(\varepsilon_{t-1}\right)^2\right]+E\left[\left(\varepsilon_t\right)^2\right]+2\phi\theta E\left[\left(fe_{t-1}^k-\mu\right)\varepsilon_{t-1}\right]+2\phi E\left[\left(fe_{t-1}^k-\mu\right)\varepsilon_t\right]+2\theta E\left[\varepsilon_t\varepsilon_{t-1}\right]$$

$$\operatorname{var}\left(fe_t^k\right)=\phi^2\operatorname{var}\left(fe_t^k\right)+\theta^2\sigma^2+\sigma^2+2\phi\theta E\left[\left(fe_{t-1}^k-\mu\right)\varepsilon_{t-1}\right]$$

mas como $E\left[\left(fe_{t-1}^k-\mu\right)\varepsilon_{t-1}\right]=E\left[\phi\left(fe_{t-2}^k-\mu\right)\varepsilon_{t-1}+\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1}+\theta\varepsilon_{t-2}\varepsilon_{t-1}\right]=E\left[\left(\varepsilon_{t-2}\right)^2\right]=\sigma^2$, temos que:

$$\operatorname{var}\left(fe_t^k\right)=\phi^2\operatorname{var}\left(fe_t^k\right)+\left(\theta^2+1\right)\sigma^2+2\phi\theta\sigma^2$$

$$\left(1-\phi^2\right)\operatorname{var}\left(fe_t^k\right)=\left(1+\theta^2+2\phi\theta\right)\sigma^2$$

$$\operatorname{var}\left(fe_t^k\right)=\frac{\left(1+\theta^2+2\phi\theta\right)\sigma^2}{\left(1-\phi^2\right)}$$

É importante frisar que a transformação que vamos mostrar aqui somente é possível (estará correta) se o processo estocástico que gera a série de estado estiver corretamente identificado. Matematicamente a derivação é perfeita, porém para que suas conclusões estejam corretas, é necessário que a suposição inicial (o modelo estrutural) esteja corretamente especificado. Caso contrário não podemos chegar a uma conclusão definitiva.

Analisando tal situação, como os modelos são equivalentes, temos que o coeficiente ϕ estimado deve ser o mesmo. Caso tal coeficiente seja diferente entre as estimações das duas especificações do modelo, é uma indicação de que o processo estocástico gerador da série de estado que estamos trabalhando não é o por nós especificado.

Em relação ao nosso modelo, podemos tentar analisar em que medida o modelo estrutural especificado (e naturalmente o processo ARMA derivado) corretamente identificam o processo pelo qual o prêmio de risco cambial é formado.

Para facilitar a análise, iremos repetir aqui as informações principais em relação à estimação do modelo original via Filtro de Kalman.

Em relação à estimação do modelo estrutural, o coeficiente ϕ que estimamos foi de 0,979588. Essa estimação torna o processo quase estacionário e, possivelmente, o coeficiente é estatisticamente igual a 1. Isso invalidaria inclusive as transformações no modelo estrutural que o transformaram num ARMA (1,1) com intercepto. Obtivemos um desvio padrão de 0,052526 para a série das observações (forecast error). O R^2 da regressão é 0,33004. A variância do erro de previsão é de 0,00275894.

Devemos analisar a informação que o coeficiente ϕ estimado de 0,979588 nos fornece. Esse valor, muito próximo de um, torna o processo praticamente e, possivelmente estatisticamente não estacionário. Dessa forma, a transformação do modelo estrutural original em um ARMA (1,1) com intercepto não é válida. Vamos mostrar indicações de que o modelo não pode ser transformado devido à especificação inadequada da lei de formação do prêmio de risco, porém, devemos deixar espaço para a possibilidade de que a impossibilidade da transformação aqui mostrada e, sua conseqüente equivalência dos resultados, é fruto de um processo que é efetivamente estacionário.

Vamos agora analisar a estimação do modelo ARMA (1,1) com intercepto e ver de que forma os resultados se comportam.

Em relação à estimação do ARMA, o coeficiente ϕ que estimamos foi de 0,598553 sendo estatisticamente significante à um nível superior a 1%. O R^2 da regressão é 0,526529.

Podemos ver que os resultados são bem diferentes. Como a derivação matemática nos prova que os modelos são equivalentes, isso nos indica que a especificação que estamos utilizando para modelar o prêmio de risco não é compatível com sua verdadeira lei de formação (ou como mencionamos anteriormente, o processo é estatisticamente não estacionário). Devemos buscar identificar de forma mais precisa um modelo que capte melhor o comportamento do forecast error e do prêmio de risco cambial.

Em estudos econométricos, sempre se tenta chegar ao modelo que mais provavelmente represente a verdadeira lei de formação acerca do objeto de estudo, porém nem sempre tal tarefa obtém êxito. Esse problema parece trivial, porém devemos lembrar que, como a série de estado é um termo não observável, nem sempre é possível encontrar com precisão sua lei de formação. Esse problema de especificação é freqüentemente encontrado na grande maioria das estimações econométricas, pois ainda que sempre utilizemos a maior quantidade possível de informação para identificar os reais processos geradores da nossa realidade, nem sempre as equações que utilizamos são perfeitamente coerentes com os reais processos geradores da realidade que nos cerca. Mesmo tendo obtido evidências de que o nosso modelo não é a forma mais eficiente de especificação, ele nos permite obter uma estimativa para o prêmio de risco que é coerente com o que a teoria econômica esperaria para a sua lei de formação e que nos permite, posteriormente, analisar a eficiência do mercado futuro de câmbio.

APÊNDICE B: FORMALIZAÇÃO TEÓRICA DA CAPITALIZAÇÃO CONTÍNUA

Faremos aqui algumas ressalvas teóricas buscando formalizar o que foi dito em relação à modalidade de composição utilizada.

Sendo $S(t)$ o valor do investimento em dado tempo *t* e a taxa de juros *r* saberíamos que:

$$\frac{\partial S(t)}{\partial t} = rS(t) \quad \text{e} \quad S(0) = S_0$$

Sendo a equação diferencial de fácil resolução chegamos a resposta da taxa de juros à capitalização contínua como sendo:

$$S(t) = S_0.e^{rt}$$

De maneira análoga podemos assumir as convenções acima e o número de capitalizações anuais como sendo *m* podemos chegar a:

$$S(t) = S_0\left(1 + r/m\right)^{mt}$$

E fazendo *m* tender ao infinito, ou seja, tornando a capitalização contínua:

$$\underset{m \to \infty}{Lim} \; S_0\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mt} = S_0 . e^{rt}$$

APÊNDICE C: LIMITE EM PROBABILIDADE DE β NA EQ. (6) E DECOMPOSIÇÃO DO VIÉS

Sendo a regressão $\Delta s_{t+k} = \alpha + \beta . fp_t^k + u_{t+k}^k$.

Podemos encontrar o limite em probabilidade do coeficiente β na equação. Iremos usar a própria regressão do modelo, bem como, alguns resultados e suposições elementares a respeito das propriedades do erro u_{t+k}^k :

$$\Delta s_{t+k} = \alpha + \beta . fp_t^k + u_{t+k}^k$$

$$E\left(u_{t+k}^k\right) = 0$$

$$E\left(\Delta s_{t+k}\right) = \alpha + \beta . E\left(fp_t^k\right)$$

$$\Delta s_{t+k} - E\left(\Delta s_{t+k}\right) = \beta . \left[fp_t^k - E\left(fp_t^k\right)\right] + u_{t+k}^k$$

$$\operatorname{cov}\left(u_{t+k}^k , fp_t^k\right) = 0$$

Podemos então deduzir o limite em probabilidade do coeficiente β:

$$\operatorname{cov}\left(\Delta s_{t+k}, fp_t^k\right) = E\left\{\left[\Delta s_{t+k} - E\left(\Delta s_{t+k}\right)\right].\left[fp_t^k - E\left(fp_t^k\right)\right]\right\} =$$

$$= E\left\langle\left\{\beta.\left[fp_t^k - E\left(fp_t^k\right)\right] + u_{t+k}^k\right\}.\left[fp_t^k - E\left(fp_t^k\right)\right]\right\rangle =$$

$$= E\left\{\beta.\left[fp_t^k - E\left(fp_t^k\right)\right]^2 + u_{t+k}^k.\left[fp_t^k - E\left(fp_t^k\right)\right]\right\} =$$

$$= E\left\{\beta.\left[fp_t^k - E\left(fp_t^k\right)\right]^2 + \left(u_{t+k}^k - E\left(u_{t+k}^k\right)\right).\left[fp_t^k - E\left(fp_t^k\right)\right]\right\} =$$

$= \beta.\operatorname{var}\left(fp_t^k\right) + \operatorname{cov}\left(u_{t+k}^k, fp_t^k\right)$, Ou seja,

$$\operatorname{cov}\left(\Delta s_{t+k}, fp_t^k\right) = \beta.\operatorname{var}\left(fp_t^k\right) + \operatorname{cov}\left(u_{t+k}^k, fp_t^k\right)$$

$$\beta = \frac{\operatorname{cov}\left(\Delta s_{t+k}, fp_t^k\right) - \operatorname{cov}\left(u_{t+k}^k, fp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)}$$

$$\beta = \frac{\operatorname{cov}\left(\Delta s_{t+k}, fp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)} \qquad (8)$$

Usando que $\Delta s_{t+k} - \Delta s_{t+k}^e = \eta_{t+k}^k$, temos que:

$$\beta = \frac{\operatorname{cov}\left(\Delta s_{t+k}^e + \eta_{t+k}^k, fp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)}$$

$$\beta = \frac{\operatorname{cov}\left(\eta_{t+k}^k, fp_t^k\right) + \operatorname{cov}\left(\Delta s_{t+k}^e, fp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)} \qquad (9)$$

Este é o limite em probabilidade que iremos utilizar para nossa análise, onde η_{t+k}^{k} é o desvio das expectativas dos participantes do mercado, e Δs_{t+k}^{e} é a expectativa dos movimentos futuros do câmbio feita pelo mercado. Com um pouco de álgebra podemos escrever o coeficiente β como sendo 1 (a hipótese nula) menos um termo que surge da falha das expectativas racionais, menos um outro termo que surge do prêmio de risco, dessa forma podemos analisar como se comporta a parte responsável pelo desvio da hipótese nula e o que esse viés realmente representa:

$$\beta = \frac{\operatorname{cov}\left(\eta_{t+k}^{k}, fp_t^k\right) + \operatorname{cov}\left(\Delta s_{t+k}^{e}, fp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)}$$

$$= \frac{\operatorname{cov}\left(\eta_{t+k}^{k}, fp_t^k\right) + \operatorname{cov}\left(fp_t^k - rp_t^k, fp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)}$$

$$= \frac{\operatorname{cov}\left(\eta_{t+k}^{k}, fp_t^k\right) + \operatorname{var}\left(fp_t^k\right) - \operatorname{cov}\left(fp_t^k, rp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)}$$

$$= \frac{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right) + \operatorname{cov}\left(\eta_{t+k}^{k}, fp_t^k\right) - \operatorname{cov}\left(\Delta s_{t+k}^{e} + rp_t^k, rp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)}$$

$$= \frac{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right) + \operatorname{cov}\left(\eta_{t+k}^{k}, fp_t^k\right) - \operatorname{var}\left(rp_t^k\right) - \operatorname{cov}\left(\Delta s_{t+k}^{e}, rp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)}$$

$$= \frac{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)} + \frac{\operatorname{cov}\left(\eta_{t+k}^{k}, fp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)} - \left(\frac{\operatorname{var}\left(rp_t^k\right) + \operatorname{cov}\left(\Delta s_{t+k}^{e}, rp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)}\right)$$

$$\beta = 1 - \ b_{re} - b_{rp} \qquad (10)$$

Onde, $$b_{re} = \frac{-\operatorname{cov}\left(\eta_{t+k}^{k}, fp_{t}^{k}\right)}{\operatorname{var}\left(fp_{t}^{k}\right)} \ ; \qquad b_{rp} = \frac{\operatorname{var}\left(rp_{t}^{k}\right) + \operatorname{cov}\left(\Delta s_{t+k}^{e}, rp_{t}^{k}\right)}{\operatorname{var}\left(fp_{t}^{k}\right)}$$

APÊNDICE D: LIMITE EM PROBABILIDADE E DECOMPOSIÇÃO DO COEFICIENTE DA EQ. (11)

Sendo a regressão $\Delta\hat{s}^e_{t+k} = \alpha_2 + \beta_2 . fp^k_t + \varepsilon^k_t$. Vamos mostrar que $\beta_2 = 1 - b_{rp}$.

$$\operatorname{cov}\left(\Delta\hat{s}^e_{t+k}, fp^k_t\right) = E\left\{\left[\Delta\hat{s}^e_{t+k} - E\left(\Delta\hat{s}^e_{t+k}\right)\right].\left[fp^k_t - E\left(fp^k_t\right)\right]\right\} =$$

$$= E\left\langle\left\{\beta_2 .\left[fp^k_t - E\left(fp^k_t\right)\right] + \varepsilon^k_t\right\}.\left[fp^k_t - E\left(fp^k_t\right)\right]\right\rangle = E\left\{\beta_2 .\left[fp^k_t - E\left(fp^k_t\right)\right]^2 + \varepsilon^k_t .\left[fp^k_t - E\left(fp^k_t\right)\right]\right\} =$$

$$= E\left\{\beta_2 . \operatorname{var}\left(fp^k_t\right) + \left(\varepsilon^k_t - E\left(\varepsilon^k_t\right)\right).\left[fp^k_t - E\left(fp^k_t\right)\right]\right\} = \beta_2 . \operatorname{var}\left(fp^k_t\right) + \operatorname{cov}\left(\varepsilon^k_t, fp^k_t\right)$$

Assim temos que, $\operatorname{cov}\left(\Delta\hat{s}^e_{t+k}, fp^k_t\right) = \beta_2 . \operatorname{var}\left(fp^k_t\right) + \operatorname{cov}\left(\varepsilon^k_t, fp^k_t\right)$

$$\beta_2 = \frac{\operatorname{cov}\left(\Delta\hat{s}^e_{t+k}, fp^k_t\right) - \operatorname{cov}\left(\varepsilon^k_t, fp^k_t\right)}{\operatorname{var}\left(fp^k_t\right)}, \text{ Como } \operatorname{cov}\left(\varepsilon^k_t, fp^k_t\right) = 0$$

$$\beta_2 = \frac{\operatorname{cov}\left(\Delta\hat{s}^e_{t+k}, fp^k_t\right)}{\operatorname{var}\left(fp^k_t\right)} = \frac{\operatorname{cov}\left(\Delta s^e_{t+k} + \varepsilon^k_t, fp^k_t\right)}{\operatorname{var}\left(fp^k_t\right)} = \frac{\operatorname{cov}\left(\Delta s^e_{t+k}, fp^k_t\right) + \operatorname{cov}\left(\varepsilon^k_t, fp^k_t\right)}{\operatorname{var}\left(fp^k_t\right)}$$

$$\beta_2 = \frac{cov\left(\Delta s^e_{t+k}, fp^k_t\right)}{var\left(fp^k_t\right)} \qquad (12)$$

Usando que $fp^k_t = rp^k_t + \Delta s^e_{t+k}$, temos que:;

$$\beta_2 = \frac{\operatorname{cov}\left(fp_t^k - rp_t^k, fp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)} = \frac{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right) - \operatorname{cov}\left(fp_t^k, rp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)}$$

$$\beta_2 = \frac{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)} - \left[\frac{\operatorname{cov}\left(fp_t^k, rp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)}\right] = 1 - \left[\frac{\operatorname{cov}\left(fp_t^k, rp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)}\right]$$

$$= 1 - \left[\frac{\operatorname{cov}\left(\Delta s_{t+k}^e + rp_t^k, rp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)}\right] = 1 - \left[\frac{\operatorname{var}\left(rp_t^k\right) + \operatorname{cov}\left(\Delta s_{t+k}^e, rp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)}\right]$$

$\beta_2 = 1 - b_{rp}$, Onde $b_{rp} = \dfrac{\operatorname{var}\left(rp_t^k\right) + \operatorname{cov}\left(\Delta s_{t+k}^e, rp_t^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)}$

Como mostramos, $\beta_2 = 1 - b_{rp}$, temos então que $\beta = 1 - b_{re} - b_{rp} = \beta_2 - b_{re}$.

APÊNDICE E: LIMITE EM PROBABILIDADE DO COEFICIENTE NA EQ. (14)

Sendo a equação, $\Delta\hat{s}^{e}_{t+k} - \Delta s_{t+k} = \alpha_1 + \beta_1 . fp^{k}_{t} + v^{k}_{t+k}$.

Podemos decompor decompor seu coeficiente de forma a mostrar que o seu coeficiente é igual ao desvio da não tendenciosidade devido à erros sistemáticos de previsão b_{re}.

$$\operatorname{cov}\left(fp^{k}_{t}, \Delta\hat{s}^{e}_{t+k} - \Delta s_{t+k}\right) = E\left\{\left[fp^{k}_{t} - E\left(fp^{k}_{t}\right)\right]\left[\left(\Delta\hat{s}^{e}_{t+k} - \Delta s_{t+k}\right) - E\left(\Delta\hat{s}^{e}_{t+k} - \Delta s_{t+k}\right)\right]\right\} =$$

$$= E\left\langle\left[fp^{k}_{t} - E\left(fp^{k}_{t}\right)\right]\left\{\beta_1 .\left[fp^{k}_{t} - E\left(fp^{k}_{t}\right)\right] + v^{k}_{t+k}\right\}\right\rangle = E\left\{\beta_1 .\left[fp^{k}_{t} - E\left(fp^{k}_{t}\right)\right]^2 + .\left[\left[fp^{k}_{t} - E\left(fp^{k}_{t}\right)\right] v^{k}_{t+k}\right]\right\}$$

$$= E\left\langle \beta_1 .\left[fp^{k}_{t} - E\left(fp^{k}_{t}\right)\right]^2 + \left\{\left[fp^{k}_{t} - E\left(fp^{k}_{t}\right)\right]\left[v^{k}_{t+k} - E\left(v^{k}_{t+k}\right)\right]\right\}\right\rangle = \beta_1 . \operatorname{var}\left(fp^{k}_{t}\right) + \operatorname{cov}\left(fp^{k}_{t}, v^{k}_{t+k}\right)$$

$$\operatorname{cov}\left(fp^{k}_{t}, \Delta\hat{s}^{e}_{t+k} - \Delta s_{t+k}\right) = \beta_1 . \operatorname{var}\left(fp^{k}_{t}\right) + \operatorname{cov}\left(fp^{k}_{t}, v^{k}_{t+k}\right)$$

$$\beta_1 = \frac{\operatorname{cov}\left(fp^{k}_{t}, \Delta\hat{s}^{e}_{t+k} - \Delta s_{t+k}\right) - \operatorname{cov}\left(fp^{k}_{t}, v^{k}_{t+k}\right)}{\operatorname{var}\left(fp^{k}_{t}\right)}$$

Usando que $\beta_1 = \operatorname{cov}\left(fp^{k}_{t}, v^{k}_{t+k}\right) = 0$, temos que $\beta_1 = \dfrac{\operatorname{cov}\left(fp^{k}_{t}, \Delta\hat{s}^{e}_{t+k} - \Delta s_{t+k}\right)}{\operatorname{var}\left(fp^{k}_{t}\right)}$

Mas como, $\operatorname{cov}\left(fp_t^k, \Delta\hat{s}_{t+k}^e - \Delta s_{t+k}\right) = \operatorname{cov}\left(fp_t^k, \Delta\hat{s}_{t+k}^e\right) - \operatorname{cov}\left(fp_t^k, \Delta s_{t+k}\right)$

$$= \operatorname{cov}\left(fp_t^k, \Delta s_{t+k}^e \in_t^k\right) - \operatorname{cov}\left(fp_t^k, \Delta s_{t+k}\right) = \operatorname{cov}\left(fp_t^k, \Delta s_{t+k}^e\right) + \operatorname{cov}\left(fp_t^k, \varepsilon_t^k\right) - \operatorname{cov}\left(fp_t^k, \Delta s_{t+k}\right)$$

$$= \operatorname{cov}\left(fp_t^k, \Delta s_{t+k} - \eta_{t+k}^k\right) - \operatorname{cov}\left(fp_t^k, \Delta s_{t+k}\right)$$, (Pois, $\operatorname{cov}\left(fp_t^k, \varepsilon_t^k\right) = 0$)

$$= \operatorname{cov}\left(fp_t^k, \Delta s_{t+k}\right) - \operatorname{cov}\left(fp_t^k, \eta_{t+k}^k\right) - \operatorname{cov}\left(fp_t^k, \Delta s_{t+k}\right) = -\operatorname{cov}\left(fp_t^k, \eta_{t+k}^k\right)$$

$$\beta_1 = \frac{\operatorname{cov}\left(fp_t^k, \Delta\hat{s}_{t+k}^e - \Delta s_{t+k}\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)} = \frac{-\operatorname{cov}\left(fp_t^k, \eta_{t+k}^k\right)}{\operatorname{var}\left(fp_t^k\right)} = b_{re}$$