



Felipe Fucs Mizrahy

Um estudo sobre discriminação de preços no mercado de eventos online no Brasil. A partir de dados e estratégias de preços da oferta, como podemos medir o efeito da externalidade “*Bandwagon Effect*” sobre a valorização dos consumidores?

MONOGRAFIA

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

No. da matrícula: 1510400

Coordenador de Monografia: Prof. Marcio Garcia

Orientador: Prof. Leonardo Rezende

Novembro de 2019



Felipe Fucs Mizrahy

Um estudo sobre discriminação de preços no mercado de eventos online no Brasil. A partir de dados e estratégias de preços da oferta, como podemos medir o efeito da externalidade “*Bandwagon Effect*” sobre a valorização dos consumidores?

Monografia

No. da matrícula: 1510400

Coordenador de Monografia: Prof. Marcio Garcia

Orientador: Prof. Leonardo Rezende

Novembro de 2019



“Declaro que o presente trabalho é de minha autoria e que não recorri para realizá-lo a nenhuma forma de ajuda externa, exceto quando autorizado pelo professor. ”

“As opiniões expressas neste trabalho são de responsabilidade única e exclusiva do autor. ”

Agradecimentos:

- Dedico a Deus por sempre estar ao meu lado.
- A todos os meus professores da graduação, que foram fundamentais na construção da minha vida profissional.
- Ao professor Leonardo Rezende, pela sua paciência e ensinamentos no desenvolvimento da Monografia.
- Dedico este trabalho também aos meus amigos e familiares.

Resumo

Iremos estudar e complementar uma literatura ainda em desenvolvimento sobre discriminação intertemporal de preços. Para tanto, iremos verificar o mercado de ingressos online brasileiro e as características extremamente singulares do mesmo. Vamos verificar a trajetória de preços dos organizadores de eventos e suas estratégias. A partir da criação de um modelo próprio, buscaremos mostrar que o monopolista ganha poder de mercado ao longo do tempo. Em seguida, elaboraremos um método que utilizará uma base de dados obtida entre 2018 e 2019 para encontrar as valorizações dos consumidores de acordo com a quantidade vendida para encontrar o efeito da externalidade “*Bandwagon effect*”.

Sumário

Resumo	5
I . Introdução e Motivação	8
II Revisão de Literatura	11
III. Modelo	15
III.a Variáveis e Hipóteses	15
III.b Estratégia do Consumidor	15
III.c Estratégia do Monopolista	21
IV. O Método	23
IV.a Identificação do Modelo e Resultados	23
IV.b Discriminação por gênero	27
VII. Base de Dados.....	28
IV Conclusão e Resultados	30
IV Referências.....	31

Índice de Figuras

Figura 1: Regressão do a.linear.....	26
Figura 2: Regressão entre gênero e preço	27
Figura 3: Tabela de Base de Dados de eventos.....	29
Figura 4: Gráfico de variação dos preços	30

I . Introdução e Motivação

Nos últimos anos, a indústria de venda de ingressos online no Brasil cresceu de forma significativa. No ano de 2019, o valor das receitas chegou à 1,192 milhões de dólares e a projeção para 2023 é de 1,954 milhões de acordo com dados obtidos pela “Statistic”. A venda de ingressos online junto ao mercado de eventos cria uma situação muito interessante capaz de agregar muito para a crescente literatura sobre a incerteza da demanda junto à externalidades e seus efeitos nas estratégias dos agentes e reação dos consumidores.

A ideia da incerteza da demanda se baseia no fato de que os consumidores não conhecem de forma plena sua verdadeira valorização, já que a mesma pode sofrer choques que variam muito em diferentes estados da natureza.

Já as externalidades estão relacionadas ao “*Bandwagon effect*”. Ele será o efeito central estudado por este trabalho que pode afetar a valorização dos consumidores de acordo com a quantidade de ingressos vendidas.

Podemos citar como contraponto, a venda de ingressos para eventos esportivos. Nesse mercado temos uma variabilidade menor entre os consumidores, pelo fato desses consumidores possuírem uma elasticidade muito similar e características relacionadas ao time que apoiam as quais os tornam mais homogêneos.

Existem muitas características semelhantes entre um jogo de baseball e uma festa. Podemos traçar um paralelo com o paper “*Illustrations of Price Discrimination in Baseball*”. Ambos possuem uma “Data de expiração”, além disso talvez seja melhor cobrar um ingresso substancialmente mais barato para “encher a casa” e gerar uma externalidade positiva para os espectadores aumentando sua valorização no longo prazo, assim como, introduzir um novo espectador no estádio, dado que a presença do mesmo possui um custo marginal próximo de zero. Podemos citar aqui “*Rosen e Rosenfeld*”, os autores afirmam que uma indústria onde o custo marginal é menor que o custo médio tende a discriminar.

É exatamente o que ocorre no mercado de eventos. Nesse sentido, esse espectador poderia consumir outros produtos como estacionamento e lojas de conveniência colocando a estratégia de preços em uma categoria de uma firma de múltiplos produtos.

No mercado de eventos esportivos os ingressos nunca são exatamente iguais. Seja por diferentes oponentes ou mesmo em relação aos assentos. Já o mercado de eventos que estamos estudando oferece exatamente o mesmo produto. Ou seja se torna extremamente interessante a partir do momento em que podemos utilizar a definição mais estrita de discriminação de preços.

A incerteza é determinante no mercado de eventos. O consumidor descobre sua verdadeira valorização no momento do evento. Antes disso sua valorização final sofre com oscilações de incerteza sobre a qualidade do evento que depende de sua popularidade, as atrações que efetivamente estarão presentes e a animação daqueles a sua volta.

Nos deparamos com um caso ainda pouco claro de interação entre os agentes compradores e vendedores que depende do tempo. Isso nos motiva a encontrar padrões e estratégias usadas nesses mercados, além do uso da tecnologia que permite novas possibilidades de precificação e estratégias para restringir, sinalizar e limitar informação de modo que o monopolista aumente seu *surplus*¹.

O mercado de ingressos possui outras peculiaridades também em relação à sua dinâmica como um todo. Enquanto, em outros mercados, a depreciação afeta negativamente o valor de um produto, seja ele intangível ou não, no mercado de venda de ingressos essa tendência de depreciação ocorre de forma diametralmente oposta como veremos.

Nosso trabalho irá avaliar quanto o “*Bandwagon Effect*”² contribui para essa trajetória de preços crescente. Iremos estudar como a valorização em um determinado instante é afetada pela quantidade de ingressos vendidos em um período anterior.

Nesse sentido, buscaremos apontar evidências que caracterizem uma comprovação ou não da trajetória de preços e das estratégias sugeridas por outros estudos para o monopolista vendedor de ingressos. Na seção **II** teremos a **Revisão de Literatura** onde iremos destacar os principais estudos sobre esse tipo de mercado. Em seguida, na seção **III** iremos apresentar um **Modelo** para avaliar essas estratégias de preços a partir da modificação da Conjectura de Coase.

¹ Palavra vinda do inglês que significa excedente ou adicional.

² O “Bandwagon effect” é um fenômeno psicológico no qual pessoas fazem algo pelo simples fato de outras também estarem fazendo, independentemente de suas próprias crenças. Esse conceito se estende pelas áreas políticas e econômicas.

Mostraremos, que o monopolista deve maximizar o lucro dinamicamente. A trajetória de preços crescente faz o vendedor de ingressos ganhar poder de mercado ao longo do tempo em contraponto com o que acontece na Conjectura de Coase³.

Na seção **IV** iremos apresentar nosso **Método** que irá avaliar o efeito das externalidades sobre o preço final do ingresso a partir de uma base de dados com 18 eventos. Já na seção **V** iremos apresentar os resultados do nosso modelo. Na seção **VI** iremos mostrar a base de dados que foi obtida a partir da observação de eventos durante fevereiro a outubro de 2019. A ideia será verificar a trajetória crescente de preços e extrapolar os resultados obtidos na seção anterior.

Na Seção **VI** iremos mostrar a conclusão de nosso trabalho.

³ Proposta em 1972, a conjectura de Coase tem o objetivo de mostrar que em um mercado de um bem durável com tempo e demanda contínua, o monopolista perde seu poder de mercado ao longo do tempo devido a capacidade dos consumidores em arbitrar entre diferentes períodos.

II Revisão de Literatura

A discriminação de preços é bastante comum na literatura de microeconomia. Sua definição implica diferenciar preços de produtos de acordo com determinada característica do comprador. Existem diferentes formas e tipos de discriminação.

A discriminação de primeiro grau é dificilmente observada ora que é extremamente difícil verificar a verdadeira valorização de cada consumidor.

A discriminação de segundo grau é bastante comum e envolve a quantidade comprada. A ideia é que ao vender mais quantidades, de maneira que cada uma delas possua um preço menor, o produtor consegue obter ganhos de escala em sua produção na medida em que quantidade de produtos compradas for aumentando.

A discriminação de terceiro grau é realizada a partir da diferenciação de determinado consumidor pelo grupo que pertence. Nesse tipo de discriminação o vendedor não consegue observar diretamente a valorização do consumidor. Para tanto ele busca determinados sinais dos mesmos para conseguir se aproximar da valorização máxima de cada consumidor.

Todos esses tipos citados operam sobre o produto final e pertencem ao tipo de discriminação estática de preços. No entanto nosso objeto de estudo busca entender a discriminação dinâmica de preços. Esse tipo de estratégia procura aumentar o lucro do vendedor ao longo do tempo, já que existe uma determinada incerteza da demanda e o mesmo consumidor pode variar significativamente sua valorização ao longo de um curto período de tempo, que não poderia ser explicado apenas pela depreciação do valor do produto ou impaciência do consumidor.

A literatura sobre discriminação intertemporal de preços ainda está em construção. Observar as tendências estratégicas do mesmo foram responsáveis por diversos papers como os de Pascal Courty(2003) "Ticket Pricing Under Demand Uncertainty" e de Rosen e Rosenfield "Ticket Pricing(1997)" que também buscaram entender estas dinâmicas.

O Paper "Ticket Pricing Under Demand Uncertainty" busca estudar as estratégias de um monopolista em vender ingressos em 2 períodos. Ele pode vender para consumidores desinformados por um determinado preço e posteriormente para consumidores informados em outro. Seu modelo é bastante similar ao trabalho de

DeGraba e Lewis Sappington. Ele considera que as valorizações dos consumidores são independentes e identicamente distribuídas.

Uma das conclusões interessantes sobre o seu trabalho é que quando o monopolista enfrenta consumidores homogêneos não é ótimo discriminar preços. Além disso, a ideia de que seja melhor para o monopolista vender ingressos somente próximo ou longe do evento não se sustenta a partir do momento em que nossos consumidores são heterogêneos.

De acordo com o paper, dado que os consumidores não são iguais temos que a mudança de um regime de vendas para 2 períodos possui efeitos antagônicos. O primeiro deles é que a discriminação por parte do monopolista, permite cobrar mais daqueles consumidores que estão dispostos a pagar mais na véspera pelo mesmo ingresso. O segundo efeito é a arbitragem, que permite aos consumidores arbitrar suas escolhas para aumentar seu próprio *surplus*.

Além disso, no período inicial, o monopolista revela as quantidades e preços de ingressos que serão disponibilizadas nos 2 únicos lotes. Entretanto, essa postura é raramente observada na indústria de eventos. As revelações de preços e quantidades são feitas pelo organizador de forma estratégica ao longo do tempo.

Existem algumas limitações no paper “Ticket pricing Under Demand Uncertainty”, ele ignora um aspecto fundamental que será o objeto de estudo central desse trabalho: O “*Bandwagon Effect*”.

O “*Bandwagon Effect*” é um tipo de externalidade que envolve na maior parte do tempo consumidores e tem como principal característica uma condição psicológica ou até social. A ideia é que obter informação sobre algum produto como no nosso caso um evento pode ser custoso. Para diluir esse custo que busca avaliar a qualidade da festa, muitos consumidores partem do princípio que outros consumidores já realizaram essa investida e o fato de terem comprado influencia os mesmos a tomar essa decisão.

Essa externalidade não é completamente irracional. Se esses outros consumidores possuem preferências parecidas, essa abdicação do custo de acumular informação pode ser vantajosa. Além disso, a assimetria de informação entre organizadores de festas e consumidores poderia ser diluída com esse tipo de comportamento social.

Evidenciar essa externalidade não é trivial. Nesse contexto, podemos destacar o paper “Leading the Herd Astray: An Experimental Study of Self-fulfilling Prophecies in

an Artificial Cultural Market”. A ideia dos autores era inverter a popularidade de diversas músicas no mercado online, ou seja avaliar o efeito da música ser denominada “popular” e sua “Self-fulfilling prophecy”⁴.

Essa popularidade artificial se tornou real ao longo do tempo. A ideia é que as pessoas usam a popularidade de um produto como uma sinalização de qualidade. Podemos estender essa literatura para eventos. No sentido em que a popularidade de um evento medida por quantas pessoas compraram em lotes anteriores pode justificar a demanda crescente seguida do aumento de popularidade e conseguinte valorização desse evento.

Além dessa externalidade a provisão de informação do vendedor pode afetar também o comportamento dos consumidores. Nesse sentido, vale destacar o trabalho de Lewis e Sappington “Supplying information to facilitate price discrimination”.

Nesse paper temos uma análise que pode contribuir para o nosso estudo. Prover informação privada para os consumidores se torna interessante no momento em que essa mesma informação adicional aumenta o preço no qual o consumidor está disposto a pagar por determinado produto. No entanto, essa informação pode ter efeitos negativos ou positivos para a valorização do consumidor.

Essa nova informação também ajuda a segmentar o mercado. O monopolista pode conter informação estrategicamente e prover essa informação no momento certo. Isso irá ser definitivo para a venda de ingressos conseguinte. Podemos supor por exemplo que determinada informação não possui efeito uniforme sobre seus consumidores.

Para esse mesmo exemplo, suponhamos um organizador o qual fornece determinada informação de que uma atração estará disponível no evento. No entanto, essa atração não é adorada por todos. Para o consumidor médio essa atração adicional tende a ter um efeito negativo sobre sua valorização. No entanto para determinado nicho desses consumidores temos que essa informação adicional irá aumentar sua valorização. Nesse sentido não são somente os consumidores são a priori heterogêneos, como o efeito de informação adicional também afeta de forma diferente os consumidores. É um mercado extremamente afetado pela incerteza e pelas diferentes características e expectativas dos

⁴ Também conhecido como expectativas autorrealizáveis e indica um tipo de acontecimento onde as expectativas, mesmo não sendo verdadeiras, podem influenciar a realidade pelo simples fato das pessoas acreditarem.

consumidores, que podem estar relacionadas também até com as condições meteorológicas previstas para o evento, assim como o sucesso das versões passadas.

Nesse sentido, não iremos estudar aqui a credibilidade dos organizadores como um fator adicional. Iremos supor que esses organizadores possuem credibilidade suficiente para poder afetar de forma assimétrica a valorização desses consumidores. Nosso principal objetivo será mostrar que a externalidade do “*Bandwagon Effect*” é essencial para determinar a valorização dos consumidores nesse mercado.

Um dos papers que estuda a discriminação de ingressos no mercado esportivo são Rascher Daniel and Schwarz Andrew em “Illustrations of Price Discrimination in Baseball”. Eles buscam mostrar como o uso de estratégias não estáticas de preços, ou seja, levando em conta aspectos dinâmicos como a incerteza da demanda, podem variar dependendo do oponente e até mesmo o dia da semana o qual o jogo irá acontecer.

Como os consumidores sabem que o preço irá aumentar, eles antecipam essa trajetória para realizar suas decisões hoje. Os organizadores e os consumidores sabem que quanto mais próximo do evento mais as pessoas, em média, estão dispostas a pagar pelo mesmo, fato também denominado como “Common Knowledge”⁵.

Dado que os preços sobem, temos que o monopolista irá ganhar cada vez mais poder de mercado. As decisões individuais dos consumidores em comprar hoje não mudam a estratégia ótima do vendedor.

Nosso objetivo nessa próxima seção é provar que nesse tipo de mercado os preços sobem e esse é o único resultado possível capaz de sustentar o mercado de venda de ingressos online. Iremos partir da modificação da “Conjectura de Coase” para alcançar esse objetivo.

⁵ “Common Knowledge” é um conceito de Teoria dos Jogos onde as informações são conhecidas por todos.

III. Modelo

A partir dos preâmbulos matemáticos de “Notes on the Coase Conjecture” de P.Haile de Setembro de 2018 e “Lectures On Pricing” Seção 7 “Coase Conjecture” de R. Preston McAfee da “California Institute Of Tecnology”, iremos mostrar que existe uma diferença substancial entre os resultados que levariam à Coase e os resultados obtidos pelo nosso modelo no mercado de eventos.

Temos um monopolista que vende um bem não durável que gera uma utilidade em algum momento do futuro. O tempo é contínuo e infinito. Vamos considerar também que possuímos uma demanda contínua.

III.a Variáveis e Hipóteses

Nossa variável t indica um momento discreto no tempo que se estende de 0 até um T qualquer. p_t representa o preço do ingresso no instante t . p_{t+1} representa o preço do ingresso no instante $t+1$. v_{it} representa a valorização do indivíduo i em t . v_t representa a valorização do indivíduo exatamente indiferente em adquirir o ingresso em t . $U(p_t, v_{it})$ representa a utilidade de um indivíduo que pagou p_t e possuía uma valorização v_{it} .

No modelo, o tempo é contínuo mas as oportunidades de compra ocorrem em diversos pontos discretos do tempo de modo que as quantidades são cumulativas ao longo de t . Ou seja $Q_t = Q_t - Q_{t-1}$ e necessariamente $Q_{t-1} < Q_t < Q_{t+1}$. Existe uma taxa de desconto δ ao longo do tempo que pondera as utilidades do comprador e vendedor de acordo com a relação com o tempo, seu valor está entre 0 e 1, de modo que $\delta \neq 0$ e $\delta \neq 1$. Lembrando que $Q(v_0)=0$.

III.b Estratégia do Consumidor

A estratégia dos consumidores é comprar se $p_t \leq v_{it}$. Essa estratégia é denominada no livro Church and Ware como “Get While You Can” ou seja sempre que o consumidor obter um *payoff*⁶ positivo ele compra imediatamente.

⁶ Valor final dos resultados.

Para entendermos a demanda de nosso mercado específico precisamos compreender o comportamento dos consumidores ao longo do tempo. No caso de um bem durável o benefício de uma compra no instante t é efetivado em t . No entanto no nosso mercado de venda de ingressos, o benefício de comprar o ingresso hoje é apenas recebido em T ou seja no momento de realização do evento.

Sabemos que a taxa de desconto serve para desvalorizar fluxos futuros a partir do conceito de impaciência para consumo. Caso tenhamos o mesmo preço em diferentes instantes para um mesmo produto, o consumidor sempre estará melhor ou igual ($\delta = 1$) pagando em T , dado que o mesmo não precisou sacrificar consumo presente para adquirir esse mesmo produto. Nesse sentido a desvalorização é feita de forma inversa. Quanto mais afastado do evento estiver sendo efetivada a compra mais o consumidor deve ser compensado por um preço mais baixo. Ou seja, o desconto sobre *payoff* do consumidor segue a seguinte equação:

Onde n é o número total de períodos.

$$U_{it} = (v_{i1} - p_1) \delta^n + (v_{i2} - p_2) * \delta^{n-1} + \dots + (v_{i(n-1)} - p_{i(n-1)}) \delta + (v_{in} - p_n)(1)$$

Lema 1:

“Para um contínuo de consumidores e tempo infinito escolha qualquer $t \in [0, T]$. Para um dado $t+1$ e $t-1$ deve existir um t capaz de gerar uma quantidade vendida positiva em t que implica na existencia de um consumidor indiferente entre adquirir o produto em t ou em $t+1$ ”.

Vamos supor que o Lema 1 não é verdadeiro, ou seja, não existe nenhum consumidor indiferente entre comprar hoje ou amanhã. Agora escolhemos um t qualquer. Para esse mesmo t , no limite da virada de lote, p_t varia de forma descontínua e pré-anunciada de p_t para p_{t+1} . No entanto, as valorizações tampouco mudaram. Sendo assim, $v_{it} \sim v_{it+1}$. Existe um consumidor:

$$U(p_t, v_{it}) > U(p_{t+1}, v_{it})$$

$$\delta(v_{it} - p_t) > v_{it} - p_{t+1}$$

Essa situação não se sustenta e a estratégia “*Get While You Can*” diria que esse consumidor já comprou e saiu do mercado.

$$U(p_t, v_{it}) < U(p_{t+1}, v_{it})$$

$$\delta(v_{it} - pt) < v_{it} - p_{t+1}$$

Essa situação também não se sustenta já que esse consumidor não estaria comprando em t. Mas em algum período posterior.

Como não existe nenhum consumidor indiferente, no limite, não temos nenhum consumidor adquirindo o produto em t. Isso significa que a quantidade vendida é zero o que por definição não pode ocorrer junto ao fato de que geraria uma descontinuidade na função demanda que também não pode existir dado sua continuidade.

Logo, a partir do *Lema 1*, como a taxa de desconto δ está entre 0 e 1 .O consumidor indiferente em t existe e denominando sua valorização como $vt + 1$:

$$U(p_t, v_{t+1}) = U(p_{t+1}, v_{t+1})$$

$$\delta(v_{t+1} - p_t) = v_{t+1} - p_{t+1}$$

Para essa igualdade ser verdadeira temos que $p_{t+1} > p_t \forall \delta \in [0,1]$

$$\delta(v_{t+1} - pt) = (v_{t+1} - p_{t+1})(1)$$

$$\delta v_{t+1} - \delta pt = v_{t+1} - p_{t+1}$$

$$\delta v_{t+1} - v_{t+1} = \delta pt - p_{t+1}$$

$$(\delta - 1)v_{t+1} = \delta pt - p_{t+1}(2)$$

Somando pt dos 2 lados:

$$(\delta - 1)v_{t+1} + pt - \delta pt = -p_{t+1} + pt$$

$$(\delta - 1)v_{t+1} + (\delta - 1)(-pt) = -p_{t+1} + pt$$

$$(\delta - 1)(v_{t+1} - pt) = pt - p_{t+1}(3)$$

Agora vamos supor que em algum dado momento t temos 1 e pelo menos 1 período de compra após t assim como antes de t . De modo que a quantidade total vendida em t é igual a $Q_t - Q_{t-1}$.

Dessa maneira, para uma trajetória crescente de preços o monopolista sempre terá um lucro maior antecipando o preço futuro em 1 período e continuar seguindo a trajetória habitual do que seguindo a trajetória esperada de preços para qualquer quantidade vendida em $t-1$.

Nesse sentido em um caso onde dispensamos conceitos de credibilidade de longo prazo e “*commitment*”⁷, como a única situação que sustenta a nossa restrição é uma trajetória de preços positiva, o monopolista sempre estará melhor ou igual antecipando um p_{t+1} para aumentar seu lucro, ou seja:

$$p_t(Q_t - Q_{t-1}) + \delta p_{t+1}(Q_{t+1} - Q_t) + \delta^2 \pi_{t+2} \leq p_{t+1}(Q_{t+1} - Q_{t-1}) + \delta \pi_{t+2} \\ -(p_t - p_{t+1})Q_{t-1} + (p_t - \delta p_{t+1})Q_t - (1 - \delta)p_{t+1}Q_{t+1} \leq (\delta(1 - \delta)\pi_{t+2})$$

Como $Q_{t-1} < Q_t < Q_{t+1}$. Substituindo Q_t e Q_{t+1} por Q_{t-1} :

$$-(p_t - p_{t+1})Q_{t-1} + (p_t - \delta p_{t+1})Q_{t-1} - (1 - \delta)p_{t+1}Q_{t-1} \leq (\delta(1 - \delta)\pi_{t+2}) \quad (4)$$

Substituindo (3) em (4):

$$-(\delta - 1)(u_{t+1} - p_t)Q_{t-1} + (p_t - \delta p_{t+1})Q_{t-1} - (1 - \delta)p_{t+1}Q_{t-1} \leq (\delta(1 - \delta)\pi_{t+2}) \\ -(\delta u_{t+1} - \delta p_t - u_{t+1} + p_t)Q_{t-1} + (p_t - \delta p_{t+1})Q_{t-1} - (1 - \delta)p_{t+1}Q_{t-1} \\ \leq (\delta(1 - \delta)\pi_{t+2})$$

Podemos agora eliminar $(-p_t Q_{t-1})$ com $p_t Q_{t-1}$ e $\delta p_{t+1} Q_{t-1}$ com $\delta p_{t+1} Q_{t-1}$

⁷ Comprometimento.

$$-\delta u_{t+1}Q_{t-1} + \delta p_t Q_{t-1} + u_{t+1}Q_{t-1} - p_t Q_{t-1} + p_t Q_{t-1} - \delta p_{t+1} Q_{t-1} - p_{t+1} Q_{t-1} + \delta p_{t+1} Q_{t-1} \leq \delta(1 - \delta)\pi_{t+2}$$

Logo:

$$-\delta u_{t+1}Q_{t-1} + \delta p_t Q_{t-1} + u_{t+1}Q_{t-1} - p_{t+1}Q_{t-1} \leq \delta(1 - \delta)\pi_{t+2}$$

$$Q_{t-1}(-\delta u_{t+1} + \delta p_t + u_{t+1} - p_{t+1}) \leq \delta(1 - \delta)\pi_{t+2} \quad (5)$$

Como $-\delta p_t + p_{t+1} = -\delta u_{t+1} + u_{t+1}$ (2), Substituindo (2) em 5:

$$-\delta p_t + \delta p_t + p_{t+1} - p_{t+1} = 0$$

Logo, podemos dividir os 2 lados por $\delta(1 - \delta)$, condicional à hipótese:

$\delta \neq 0$ e $\delta \neq 1$:

$$0 \leq \delta(1 - \delta)\pi_{t+2}$$

Por fim, temos:

$$0 \leq \pi_{t+2}$$

Nesse resultado, independentemente de quanto o monopolista vendeu antes, qual momento do jogo estamos, ou qual valor real de δ o lucro futuro sempre será positivo dado uma antecipação de preços. Ou seja, o monopolista ganha poder de mercado ao longo do tempo, ainda mais interessante que isso é notar que o fato dos consumidores estarem melhor ou igual comprando hoje.

Agora, já mostramos que o monopolista ganha poder de mercado com o tempo. Em nosso caso de bens não duráveis vamos verificar que para o monopolista é sempre melhor discriminar ao longo de t em uma estratégia dinâmica de preços e não estática.

$$\delta(vt - pt) = vt - p_{t+1}$$

$$\begin{aligned}\delta vt - \partial pt &= vt - p_{t+1} \\ p_{t+1} &= -\delta vt + \delta pt + vt \\ p_{t+1} &= (1 - \delta)vt + \partial pt(5)\end{aligned}$$

Podemos então generalizar para qualquer t:

$$p_t = (1 - \delta)v_{t-1} + \partial p_{t-1}$$

Substituindo p_t em 5

$$p_{t+1} = (1 - \delta)vt + \partial((1 - \delta)v_{t-1} + \partial p_{t-1})$$

$$p_{t+1} = (1 - \delta) \sum_{j=0}^{\infty} \partial^j v_{t-j}$$

Generalizando para t:

$$p_t = (1 - \delta) \sum_{j=0}^{\infty} \partial^j v_{t-1-j}$$

Sabemos que para um dado t, $q(vt) - q(v_{t-1})$ é a quantidade total vendida em t. Lembrando que $Q(v_0)=0$.

Logo,

$$\begin{aligned}\pi_t &= \sum_{t=0}^{\infty} \partial^{t-1} \left((1 - \delta) \sum_{j=0}^{\infty} \partial^j v_{t-1-j} \right) (q(vt) - q(v_{t-1})) \\ \pi_t &= (1 - \delta) \left(\sum_{t=0}^{\infty} \partial^{t-1} \sum_{j=0}^{\infty} \partial^j v_{t-1-j} (q(vt)) - \sum_{t=0}^{\infty} \partial^{t-1} \sum_{j=0}^{\infty} \partial^j v_{t-1-j} (q(v_{t-1})) \right)\end{aligned}$$

$$\pi_t = (1 - \delta) \left(\sum_{t=0}^{t=\infty} \delta^{t-1} \sum_{j=0}^{\infty} \partial^j v_{t-1-j} (q(vt)) - \sum_{t=2}^{t=\infty} \delta^{t-1} \sum_{j=0}^{\infty} \partial^j v_{t-1-j} (q(v_{t-1})) \right)$$

$$\pi_t = (1 - \delta) \left(\sum_{t=0}^{t=\infty} \delta^{t-1} \sum_{j=0}^{\infty} \partial^j v_{t-1-j} (q(vt)) - \sum_{t=1}^{t=\infty} \delta^t \sum_{j=0}^{\infty} \partial^j v_{t-j} (q(vt)) \right)$$

$$\pi_t = (1 - \delta) \left(\sum_{t=0}^{t=\infty} \delta^{t-1} (q(vt)) \left(\sum_{j=0}^{\infty} \partial^j v_{t-1-j} - \delta \sum_{j=1}^{\infty} \partial^{j-1} v_{t-j} \right) \right)$$

$$\pi_t = (1 - \delta) \left(\sum_{t=0}^{t=\infty} \delta^{t-1} (q(vt)) \left(\sum_{j=0}^{j=1} (\partial^j v_{t-1-j} - \delta \partial^{j-1} v_{t-j}) \right) \right)$$

$$\pi_t = (1 - \delta) \left(\sum_{t=0}^{t=\infty} \delta^{t-1} (q(vt)) (\partial v_{t-2} - \delta v_{t-1} - v_{t-1} + v_t) \right)$$

III.c Estratégia do Monopolista

$$\text{Max } \pi_t = (1 - \delta) \left(\sum_{t=0}^{t=\infty} \delta^{t-1} (q(vt)) (\partial v_{t-2} - \delta v_{t-1} - v_{t-1} + v_t) \right)$$

Podemos ver que a otimização de um valor para vt não é constante. Ou seja, a otimização do lucro depende de uma estratégia dinâmica do monopolista ao longo de t .

Que é oposta ao resultado de Coase:

$$(1 - \delta) \sum_{t=1}^{t=\infty} \delta^{t-1} (q(vt)) vt$$

Resultado de “Lectures On Pricing” Na Seção 7 “Coase Conjecture” de R. Preston McAfee de “California Institute Of Tecnology”.

No resultado acima, podemos ver que quando temos um bem durável e uma trajetória de preços decrescente o monopolista se depara com uma situação onde a maximização de sua utilidade é compatível com um monopólio estático. Nesse caso uma estratégia dinâmica não tem efeito em extrair mais “*surplus*” dos consumidores.

Outro fator de interesse seria se perguntar porque o monopolista não vende somente para consumidores tarde, uma vez que, de acordo com o resultado de Sapis e DeGraba, o monopolista estaria melhor vendendo tarde para consumidores informados cobrando um preço maior?

A resposta está no fato de termos externalidades. No mundo real as quantidades vendidas de ingressos antecipados para um evento aumentam a utilidade esperada para o mesmo já que um evento cheio é melhor que um evento vazio. Nesse sentido ao vender os preços antecipadamente, o vendedor consegue criar um “*Hype*”⁸ para o evento e aumentar as chances do mesmo dar “*Sold Out*”⁹ no futuro. Além disso essa estratégia tem um lado prático de antecipar pagamento para as atrações do evento que é mais interessante para o monopolista.

Nesse sentido, essa estratégia de vender antecipadamente tem 2 efeitos. O primeiro é aumentar a utilidade esperada dos consumidores do evento. Além disso temos um segundo grande efeito que irá ser internalizado pelos consumidores que é a chance de não ocorrerem vendas em períodos futuros uma vez que o vendedor já tenha vendido todas as unidades disponíveis. Logo, para consumidores indiferentes entre pagar um preço hoje ou amanhã estariam dispostos a pagar hoje caso o risco de “*Sold Out*” seja real e crível. Fator também condizente com a estratégia “*Get While You Can*” dos consumidores.

Dessa maneira, a expectativa de que os preços irão subir faz a demanda se tornar, no limite, inelástica cada vez mais rápido juntamente com um movimento de translação vertical já que o risco de “*Sold Out*” é maior para lotes próximos do evento, ou seja, a demanda estaria ficando cada vez mais inelástica quanto mais se aproxima de T (data do evento). Nesse sentido teremos uma trajetória de preços crescente.

⁸ Palavra de origem estrangeira que significa popularidade mais especificamente para eventos e lançamentos.

⁹ Significa que o produto em questão se esgotou e não existem mais quantidades disponíveis para venda.

IV. O Método

Nosso objetivo agora é verificar quanto o “*Bandwagon Effect*” contribui para a valorização de um evento. Para tanto possuímos uma base de dados com cerca de 18 eventos que ocorreram entre 2018 e 2019. Todos eles possuem características extremamente semelhantes e envolvem o mesmo tipo de público. Para esse mercado temos as informações detalhadas de lotes, preços e quantidades vendidas.

IV.a Identificação do Modelo e Resultados

Para tanto, podemos entender que a explicação da trajetória de preços positivos é a valorização positiva dos consumidores. Entendemos que existe um monopolista Míope¹⁰ e Racional. Esse monopolista maximiza seu lucro e escolhe para todo período um (p,q) . Além disso conhecemos os pontos (p,q) para cada período.

Variáveis do método:

p : preço.

b : coeficiente angular da demanda inversa.

a : coeficiente linear da demanda inversa.

Temos uma demanda inversa:

$$p = -bq + a$$

$$Receita\ Total = (-bq + a)q$$

$$Receita\ Total = -bq^2 + aq$$

$$Max_q = -bq^2 + aq$$

$$\frac{Receita\ Total}{dq} = -2bq + a$$

$$\frac{Receita\ Total}{dq} = -2bq + a = 0$$

$$-2bq + a = 0$$

¹⁰ Comportamento dos agentes em maximizar sua utilidade de forma única e independente de períodos futuros.

$$a = 2bq$$

Conhecemos (p,q) e substituímos na demanda. Temos um sistema linearmente independente com duas variáveis e 2 equações bem simples de ser identificado.

$$p = -bq + 2bq$$

$$-bq + 2bq - p = 0$$

Para todo ponto t conseguimos identificar uma demanda com um coeficiente angular b e um coeficiente linear a. Podemos considerar o coeficiente “a” como uma proxy¹¹ daquele que mais valoriza o evento. Assumimos que esse consumidor com maior valorização é afetado ao longo do tempo da mesma forma que o consumidor médio e sua respectiva valorização. Logo estamos assumindo uma **homogeneidade dinâmica**¹² desses mesmos. O efeito da variável de interesse Q_{t-1} e a externalidade que a mesma gera afeta o “a linear” da mesma maneira que a valorização do consumidor médio.

Logo, o “a linear” será nossa variável dependente. Temos controles como a variável “Ingresso” que representa se o tipo do ingresso é pista ou VIP. Temos também uma *dummy*¹³ que indica se o ingresso é masculino ou feminino. Como acreditamos que os eventos são extremamente parecidos, controlar por efeitos fixos não parece muito relevante.

Como podemos observar, na primeira e segunda regressão da Figura 1 estamos regredindo nossa variável de interesse “a linear” com uma “*dummy*” que indica se o ingresso é masculino. O “Ingresso Pista” evidencia a diferença entre um ingresso para área normal em comparação com a área VIP. A variável Q_{t-1} indica a quantidade de ingressos vendidos no lote anterior incluindo feminino e masculino e podemos observar que a mesma possui um efeito em aumentar a valorização do indivíduo em 0.058 reais por ingresso vendido no lote seguinte. Esse é o efeito “*Bandwagon Effect*” que buscamos estudar desde o começo. O efeito é extremamente significativo.

Logo o coeficiente de Q_{t-1} mede o efeito de nossa externalidade na valorização do consumidor em t a partir de um consumidor a mais comprando o ingresso em um período

¹¹ Basicamente um substituto de uma variável que não pode ser observada empiricamente.

¹² Assumimos que o consumidor com maior valorização reflete adequadamente as características do consumidor médio, por exemplo, quando deparado com uma política de preços crescentes ao longo de t. A principal diferença entre o consumidor médio e o de maior valorização são os valores absolutos da mesma.

¹³ Variável categórica que assume valor numérico.

anterior. Temos que um aumento da quantidade vendida no período anterior aumenta em 0,058 reais a valorização em t .

Ao analisar os eventos individualmente ficou claro que as festas 10 e 1 se diferenciavam das demais por diversos motivos. Logo, se tornou interessante controlar por efeitos fixos além de que tivemos um aumento significativo do R quadrado em torno de 42%. Na última regressão controlamos para uma vasta gama de efeitos fixos e a contribuição para nosso modelo não foi relevante. Temos que a regressão 2 parece melhor explicar as nossas variáveis.

Como podemos observar na tabela da próxima página, tivemos um total de 129 observações que quantificam cada lote e cada festa que foi analisada. Nosso principal resultado foi excelente para evidenciar o efeito em questão. A variável foi significativa a 0.01 de significância.

Figura 1: Regressão com a.linear

	Dependent variable:		
	(1)	(2)	(3)
	a.linear		
Masculino	35.463*** (9.034)	43.761*** (7.807)	44.534*** (7.789)
IngressoIngresso Pista	-137.979*** (16.563)	-107.582*** (16.580)	-111.791*** (16.615)
'QT-1'	0.054*** (0.020)	0.058*** (0.017)	0.048** (0.020)
'1 lote'	-26.075** (10.292)		-17.089** (8.226)
'Festa 10'		101.188*** (14.148)	99.202*** (20.844)
'Festa 11'			18.264 (21.621)
'Festa 12'			14.886 (23.305)
'Festa 13'			-26.219 (23.638)
'Festa 14'			-22.682 (23.738)
'Festa 15'			-6.731 (20.089)
'Festa 1'		53.118*** (12.512)	51.921** (19.874)
'Festa 2'			50.470** (22.728)
'Festa 3'			-20.995 (23.471)
'Festa 4'			-7.409 (22.745)
'Festa 5'			-9.257 (20.811)
'Festa 6'			-12.604 (24.700)
'Festa 7'			-0.064 (22.015)
'Festa 8'			11.707 (21.503)
'Festa 9'			33.146 (27.901)
Constant	243.722*** (16.550)	189.831*** (16.393)	198.811*** (23.044)
Observations	129	129	129
R ²	0.422	0.607	0.694
Adjusted R ²	0.403	0.591	0.640
Residual Std. Error	49.791 (df = 124)	41.236 (df = 123)	38.661 (df = 109)
F Statistic	22.615*** (df = 4; 124)	37.937*** (df = 5; 123)	12.985*** (df = 19; 109)

Note:

*p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

IV.b Discriminação por gênero

Nesse mercado existe claramente uma diferenciação dos ingressos por gênero.

Figura 2 :Regressão da variavel preço com gênero feminino

	<i>Dependent variable:</i>	
	Preço	
	(1)	(2)
'Festa 1'		35.708*** (6.301)
'Festa 10'		30.389*** (7.261)
Feminino	-20.933*** (4.506)	-19.197*** (3.986)
'1 lote'	-13.895*** (5.101)	-10.604** (4.416)
IngressoIngresso Pista	-66.600*** (8.150)	-43.622*** (8.302)
Constant	139.542*** (8.177)	109.294*** (8.646)
Observations	129	129
R ²	0.425	0.582
Adjusted R ²	0.411	0.565
Residual Std. Error	24.730 (df = 125)	21.254 (df = 123)
F Statistic	30.782*** (df = 3; 125)	34.251*** (df = 5; 123)

Note: * p<0.1; ** p<0.05; *** p<0.01

Figura 2 – Criação própria

Podemos observar que os ingressos são em média 20.93 reais mais baratos para o público feminino. Isso indica que a política de preços do monopolista é diferente dentre ambos.

VII. Base de Dados

Agora trazemos uma base com fins ilustrativos e puramente empíricos que ajudam a extrapolar o resultado desses 18 eventos para todo o mercado. A ideia é evidenciar que esse tipo de trajetória de preços é amplamente difundido.

Figura 3 – Tabela e Dados obtidos até 28/06/2019

Id	Sexo	Preço Lote 1	Preço Lote 2	Preço Lote 3	Preço Lote 4	Preço Lote 5
MBM	Feminino	70		R\$80,00	90	100 //
MBM	Masculino	80		R\$90,00	100	110 //
SUBA	Feminino	R\$240,00		250 //		
SUBA	Masculino	R\$310,00		330 //		
INEUF	Feminino	300		R\$310,00	360	370
INEUF	Masculino	320		R\$370,00	390	400
Rock In Rio	Inteira	525				
Rock In Rio	Meia	262				
Inc	Feminino	50		60	70	80
Inc	Masculino	70		80	90	120
RPTNR	Feminino	70		80 //		
RPTNR	Masculino	50		60 //		
KRIQK5	Feminino	50		60	70	80
KRIQK5	Masculino	70		80	90	100
#rooftop	Feminino	60 //				
#rooftop	Masculino	60 //				
S6 Track Boa	Meia	80		90	100	120
Riome	Meia	50		60	70 //	
Amadorobalimedicina ufrj	Unisex	60		70	80	90
Love Sessions	Masculino	80		90		
Love Sessions	Feminino	60		70		
Love Sessions Premium	Masculino	140				
Love Sessions Premium	Feminino	90				
Deep please	Unisex	40		50	60	
Deep please	Vip	80		90	95	
Bunker Festival	Pista	50		55	60	
Bunker Festival	Backstage	80		90	100	
Adoro Frozen	Masculino	70		80		
Adoro Frozen	Feminino	50		60		
Riome	Masculino	70		75	80	
Riome	Feminino	70		75	80	
Riome Backstage	Masculino	120		125	130	
Riome Backstage	Feminino	120		125	130	
LIT	Unisex	65		70	75	80
Rock The Mountain	meia	82				
Rock The Mountain	Inteira	162				
Brota 2 Anos Pista meia	Feminino	40		50		
Brota 2 Anos Pista meia	Masculino	50		60		
Brota 2 Anos Pista Inteira	Feminino	80		100		
Brota 2 Anos Pista Inteira	Masculino	100		120		
Brota 2 Anos Meia Premium	Feminino	100		120		
Brota 2 Anos Meia Premium	Masculino	130		150		
Brota 2 Anos Inteira Premium	Feminino	200		240		
Brota 2 Anos Inteira Premium	Masculino	250		300		
Café de La Musique Rooftop Xian	Feminino	40		50	60	90
Café de La Musique Rooftop Xian	Masculino	50		70	80	120
Café de La Musique Rooftop Xian Sunrise	Feminino	70		80	100	120
Café de La Musique Rooftop Xian Sunrise	Masculino	90		100	120	180
KRIQK5 Consumo	consumo	220		250		
GRAVV	Unisex	40		50	60	70
Seu Vidal	Feminino	240		270	280	
Seu Vidal	Masculino	250		300	310	
Subajovem sp	Feminino	210		250		
Subajovem sp	Masculino	250		290		
Rep Balls	Feminino	40		50		
Rep Balls	Masculino	60		70		
Bunker Festival Inteiro Pista	Unisex	110		120		
Bunker Festival Inteiro Premium	Unisex	180		200		
Qbalez	Feminino	40		50		
Qbalez	Masculino	50		60		
Fill The cup Brazil x Bolivia	Unisex	70		80	90	150
Fill The cup Brazil x Venezuela	Unisex	70		80		
Fill The cup Brazil x Peru	Unisex	70		80	90	100
Fill The cup Brazil Quartas	Unisex	70		80	90	100
Fill The cup Final	Feminino	220		230	250	
Fill The cup Final	Masculino	320		320	340	
Arena Maravilha	Unisex	70		80	90	100
Arena Maravilha	Unisex	70		80	90	100
Arena Maravilha	Unisex	70		80	90	
Que se chama amor no rio	Meia	Masculino	35	45		
Que se chama amor no rio	Meia	Feminino	45	55		
Que se chama amor no rio	Inteira	Masculino	80	90		
Que se chama amor no rio	Inteira	Feminino	100	110		
Love Sessions Inteira	Masculino	160		180		
Love Sessions Inteira	Feminino	120		140		
Love Sessions Inteira Premium	Masculino	180				
Love Sessions Inteira Premium	Feminino	280				
Doce Veneno	Unisex	50/55		60	70	
Bunker Festival Inteira	Pista	110				
Bunker Festival Inteira	Backstage	180				
Vambora meia	Feminino	70				
Vambora meia	Masculino	80				
Vambora Inteira	Feminino	160				
Vambora Inteira	Masculino	140				
Dennis And Friends	Feminino	80		90		
Dennis And Friends	Masculino	100		120		
Sirena	Feminino	90		100		
Sirena	Masculino	120		125		
Labuta	Feminino	50		60	65	
Labuta	Masculino	60		70	75	

Figura 3 – Criação própria

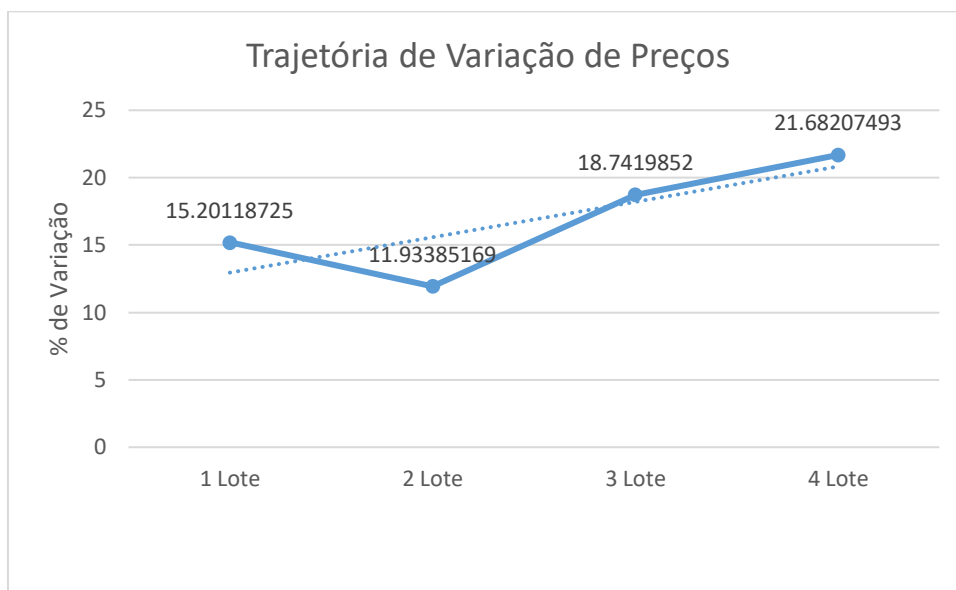


Figura 4— Criação própria

Podemos observar que a estratégia de discriminar em lotes é difundida por todo esse mercado. Em geral a média amostral de variação entre um lote e outro gira em torno de 16,8% de acordo com os dados da Figura 3.

Na Figura 4 podemos observar que a trajetória de preços foi crescente e as maiores variações ocorreram nos últimos períodos o que nos leva a crer que essa valorização média crescente também é convexa. No entanto, essa última afirmação foge do escopo de nosso objetivo e pode ser uma motivação para a literatura futura sobre esse assunto.

IV Conclusão e Resultados

Em nosso método mostramos que o monopolista vendedor de ingressos ganha poder de mercado ao longo de t com uma política crescente de preços. Em seguida no modelo tentamos observar o principal efeito do aumento substancial de preços ao longo do tempo. Os efeitos da taxa de desconto intertemporal e depreciação são infundados por caracterizar tamanha variação observada de preços.

A externalidade “*Bandwagon Effect*” evidencia o que o desconto intertemporal e a depreciação são incapazes de identificar. A influência de Q_{t-1} foi significativa e alterou em cerca de 0,058 reais o ingresso para cada unidade adicional vendida no lote anterior. A partir de outra regressão verificamos que os ingressos femininos são em média 20.93 reais mais baratos que os masculinos.

Logo uma trajetória de preços estática ou fixa não estaria maximizando o lucro do monopolista. Como observamos que o efeito da externalidade do “*Bandwagon Effect*” afeta a valorização dos indivíduos. Devemos esperar que a trajetória de preços também reflita esse movimento do mercado. E foi justamente o que foi evidenciado com a Figura 3, os preços sobem.

Nossos resultados foram bastante interessantes e promissores no sentido de contribuir para um melhor entendimento sobre a incerteza da demanda e como a estratégia de cobrar preços crescentes garante um maior lucro ao vendedor. Outro fator interessante para ser motivação para outros trabalhos gira em torno da questão da provisão de informação para os consumidores e seus efeitos na distribuição e no nível de valorizações da demanda.

Podemos incentivar também uma complementação para esse estudo que envolve a convexidade da trajetória de valorizações. Podemos pensar que a externalidade e o desconto intertemporal não afetam os preços de forma igual ao longo do tempo. Consumidores poderiam ser mais influenciados pela externalidade mais próximo do evento e isso refletiria em uma variação mais abrupta de preços nos lotes finais.

IV Referências

TRACY R. LEWIS AND DAVID E. M. SAPPINGTON ,”Supplying Information to Facilitate Price Discrimination”.

MARK BAGNOLI, STEPHEN W. SALANT AND JOSEPH E. SWIERZBINSKI,” Durable-Goods Monopoly with Discrete Demand”, *Journal of Political Economy*, Vol. 97, No. 6 (Dec., 1989), pp. 1459-1478.

JOHN CONLISK, EITAN GERSTNER AND JOEL SOBELREVIEWED ,” Cyclic Pricing by a Durable Goods”, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 99, No. 3 (Aug., 1984), pp. 489-505.

PASCAL COURTY AND MARIO PAGLIERO.,”The Pricing of Art and the Art of Pricing”,*Pricing Styles in the Concert Industry*.

JEFFREY CHURCH,”INDUSTRIAL ORGANIZATION: A Strategic Approach”.

PASCAL COURTY,” Ticket Pricing Under Demand Uncertainty”.

KORY KROFT, FABIAN LANGE AND MATTHEW J. NOTOWIDIGDO ,“Duration Dependence And Labour Market Conditions: Evidence From A Field Experiment”, *Quarterly Journal of Economics*, August 2013

MATTHEW J. SALGANIK AND DUNCAN J. WATTS,,SOCIAL, “Leading the Herd Astray: An Experimental Study of Self-fulfilling Prophecies in an Artificial Cultural Market”,*Psychology Quarterly*, 2008

JOHN CONLISK EITAN GERSTNER JOEL SOBEL,cyclic pricing by a durable goods monopolist

SHERWIN ROSEN AND ANDREW M. ROSENFELD, "TICKET PRICING," *The Journal of Law and Economics* 40, no. 2 (October 1997).

PASCAL COURTY, "Ticket Pricing under Demand Uncertainty," *The Journal of Law and Economics* 46, no. 2

PATRICK DEGRABA 'BUYING FRENZIES AND SELLER-INDUCED EXCESS DEMAND” *The RAND Journal of Economics* Vol. 26, No. 2 (Summer, 1995), pp. 331-342

RASCHER DANIEL AND SCHWARZ ANDREW, “Illustrations of Price Discrimination in Baseball”,2010.

MARK BAGNOLI ,STEPHEN W. SALANT, AND JOSEPH E.SWIERZBINSKI
“Durable-Goods Monopoly with Discrete Demand”.

P.HAILE ,“Notes on the Coase Conjecture” de Setembro de 2018.

R. PRESTON MCAFEE , “Lectures On Pricing” NaSeção 7 “Coase Conjecture”
,”California Institute Of Tecnology”

SIMON BOARD AND ANDRZEJ SKRZYPACZ,Revenue Management with
Forward-Looking Buyers.