

Pontifícia Universidade Católica
do Rio de Janeiro



DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

**AVALIAÇÃO DE ATIVOS, EQUITY PREMIUM PUZZLE
E A REALIDADE BRASILEIRA**

Flavia Barros das Chagas
9614241

Orientador: Prof. Marcio G. P. Garcia

Novembro de 1999

Meus agradecimentos

- Ao Prof. Márcio Garcia, pelo incentivo e competente orientação .

- Ao Prof. Cristiano Fernandes, pela atenção e ajuda indispensável.

- Ao colega Frederico Sampaio pela grande colaboração.

ÍNDICE

I) INTRODUÇÃO.....	2
II) MODELOS DE PRECIFICAÇÃO DE ATIVOS	
II.a) CAPM.....	4
II. b) CCAPM.....	8
III) LITERATURA NORTE AMERICANA	
III.a) DESCOBERTA DO EQUITY PREMIUM PUZZLE - por MEHRA & PRESCOTT	10
III.b) OUTROS TRABALHOS DA LITERATURA NORTE AMERICANA...	17
IV) A LITERATURA BRASILEIRA	
IV. a) TRABALHOS RECENTES.....	20
IV.b) UMA DISCUSSÃO SOBRE TAXA LIVRE DE RISCO.....	27
V) RELEITURA DA REALIDADE BRASILEIRA	
V.a) OS DADOS.....	33

V.b) PROCEDIMENTO: O MODELO.....	36
V.c) RESULTADOS.....	37
VI) CONCLUSÃO.....	39
VII) BIBLIOGRAFIA.....	40
VIII)ANEXOS	
VIII.a) PROBABILIDADES DE TRANSIÇÃO: A CADEIA DE MARKOV...	41
VIII.b) TABELAS.....	44

I) INTRODUÇÃO

Um dos tópicos que ainda é centro de debate na literatura econômica é o *Equity Risk Premium Puzzle*, o Paradoxo do Prêmio de Risco das Ações. Este tema foi primeiramente identificado e estudado por Prescott e Mehra (1985). A partir de então vários trabalhos foram feitos no sentido de explicar o fenômeno, de se desvendar o suposto mistério que rondava na Economia Financeira.

Este trabalho consistirá num estudo sobre a literatura sobre “Equity Premium Puzzle” e na estimação para dados da economia brasileira com finalidade de saber se há ou não a ocorrência deste paradoxo no Brasil, e se houver, traçar uma discussão sobre as maneiras de explicá-lo. A identificação ou não do paradoxo se dá verificando os parâmetros comportamentais gerados pelo modelo para que se repliquem as médias pontuais amostrais dos retornos dos ativos financeiros.

A monografia consistirá de quatro grandes unidades: a primeira consiste em uma breve descrição da teoria e dos modelos de precificação de ativos CAPM e CCAPM e suas características. Na unidade seguinte é feita uma revisão da literatura internacional, com especial ênfase no estudo que primeiramente identificou o paradoxo (Mehra e Prescott, 1985). Ainda, serão examinados outros estudos, para que se possa traçar um panorama dos *approaches* e resultados obtidos. Em seguida é feito o mesmo, só que abordando a literatura brasileira. Apresenta também uma discussão sobre as características da taxa livre de risco e sobre qual seria esta taxa para o Brasil. Na quarta unidade finalmente, será feita uma estimação utilizando-se dados brasileiros num

modelo de CCAPM - o usado no *paper* original - para identificar a existência ou não do “*Equity Premium Puzzle*” na realidade brasileira.

II) MODELOS DE PRECIFICAÇÃO DE ATIVOS

II.a) CAPM

A formalização matemática da relação entre risco e retorno mais difundida e utilizada no mercado de capitais é aquela disposta no CAPM - Capital Asset Pricing Model, desenvolvido por Sharpe (1964) e Lintner (1965) - um caso específico do Arbitrage Price Theory de um só fator. O CAPM institucionaliza a idéia intuitiva de que os investidores pedem retornos proporcionais aos riscos que tomam. Segundo o CAPM, o retorno esperado de uma ação é igual ao retorno de um ativo livre de risco mais um prêmio a ser pago sobre o risco daquela ação.

“CAPM: Teoria de que num portfolio diversificado de ativos, a avaliação de uma *security* depende não somente de seu retorno, mas de que forma ela contribui para o risco total. O valor da *security* será maior quanto menor for o seu Coeficiente Beta, este mede a relação entre retornos de uma *security* em particular e o retorno do portfolio do mercado.”

(Oxford Dictionary of Economics, pp 48)

A melhor e mais usada medida de risco de uma ação quando aos investidores é possível formar, ou possuir, a carteira do mercado (o “portfolio de mercado”) - ou carteiras semelhantes aos índices amplos de mercado (S&P 500 para os EUA, Ibovespa para o Brasil, por exemplo) é o Beta da ação: β_i é usado como medida da contribuição da ação i ao risco da carteira, pois mede a sensibilidade de uma variação

do retorno de uma ação individual à variação do retorno da carteira de mercado. O coeficiente Beta magnifica o efeito de uma variação do mercado sobre a variação da ação. É o índice de risco sistemático. Quanto maior o Beta de uma ação, maior deve ser o seu retorno de equilíbrio, pois o investidor é recompensado por arcar com o risco sistemático. Não é toda a variância dos retornos que afeta os retornos esperados, mas só a parte das variâncias de retornos que não podem ser extinta através da diversificação. O cálculo do Beta da ação i é o seguinte:

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(R_i, R_m)}{\sigma^2(R_m)}$$

e, por construção, $\sum X_i \beta_i = 1$, onde X_i é a participação do ativo i no portfolio de mercado.

Os Betas são influenciados por vários fatores, dentre eles: (a) natureza cíclica das receitas das empresas - ações altamente cíclicas, de empresas que se dão muito bem em fase de expansão do ciclo econômico e vão muito mal em fase de contração, possuem β 's mais elevados; (b) alavancagem operacional e (c) alavancagem financeira - as empresas mais alavancadas possuem betas maiores.

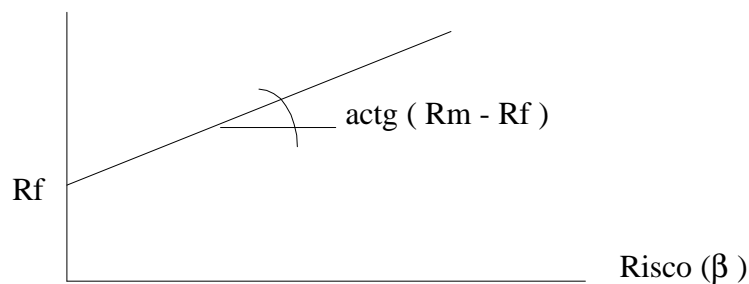
A equação do CAPM descreve a Security Market Line (retorno esperado de todos os ativos - ou de portfolios - de uma economia):

$$R_i = R_f + \beta_i (R_m - R_f)$$

onde: R é o retorno esperado do ativo i , R_f é a taxa de retorno do ativo livre de risco, R_m é a taxa de retorno do portfólio de mercado e $(R_m - R_f)$ é o prêmio de risco de mercado.

A Security Market Line descreve uma reta pois o retorno esperado do portfólio é uma combinação linear dos retornos do mercado e do ativo livre de risco.

Retorno Esperado do
Portfólio % (R_p)



O modelo do CAPM assume diversas hipóteses cuja explicitação se faz importante, como salienta Gruber (1981):

- 1) Não há custos de transação (*friction cost*) na compra e venda;
- 2) Os ativos são infinitamente divisíveis, ou seja, investidores podem ter qualquer posição num investimento, independente do tamanho de sua riqueza;
- 3) Ausência de imposto de renda de pessoa física (os resultados se manteriam se imposto de renda e imposto sobre capital fossem de mesmo tamanho). Isto

significa que o indivíduo é indiferente quanto à forma de pagamento que irá receber (dividendo ou ganho de capital);

- 4) Um único indivíduo não pode afetar o preço de uma ação com seu movimento de compra ou venda;
- 5) Os investidores tomam suas decisões utilizando somente valores esperados e desvios padrões dos retornos nos seus portfólios;
- 6) São permitidas *short sales* ilimitadas (em qualquer montante de qualquer ação);
- 7) É permitido conceder e tomar empréstimo de forma ilimitada à taxa livre de risco;
- 8) Os investidores se preocupam com a média e variância dos retornos (ou preços dentro de um determinado período) e todos os investidores definem o período relevante da mesma maneira;
- 9) Todos os investidores têm expectativas iguais com respeito aos INPUTS necessários para a decisão do portfólio;
- 10) Todos os ativos são precificáveis.

Muitas das hipóteses do CAPM violam condições do mundo real. O que não invalida o modelo, pois as diferenças em relação à realidade não são suficientes para anular ou prejudicar o seu poder de explicação sobre o processo de precificação de ativos. Os efeitos de modificar as hipóteses do CAPM têm sido estudados na literatura econômica e financeira. Uma das possíveis alterações ao modelo interessam de forma particular no presente estudo: o Consumption Oriented CAPM (CCAPM).

A) CCAPM

Ao contrário do CAPM, que é um modelo estocástico no qual se supõe que o agente consome toda a sua dotação no período seguinte ao investimento nos ativos, este modelo molda os preços dos ativos financeiros de acordo com o padrão de consumo do agente ao longo do tempo.

O CCAPM também assume uma série de hipóteses: que os investidores maximizam uma função de utilidade de multi períodos para um consumo durante toda a vida, têm expectativas homogêneas sobre as características dos retornos dos ativos, há um único bem de consumo na economia, existe um mercado de capitais que permite aos investidores terem um padrão de consumo tal que eles não podem todos melhorarem através de negócios adicionais.

Mostra-se, a partir de então, que os retornos dos ativos devem ser linearmente relacionados à taxa de crescimento de consumo agregado per capita se os parâmetros da relação linear puderem ser considerados constantes ao longo do tempo. Ainda, que os resíduos da relação linear não são correlatados à taxa de crescimento do consumo no agregado, possuem média zero e não apresentam auto-correlação.

O retorno de um ativo através do CCAPM é descrito como:

$$R_{i,t} = \alpha_i + \beta_i C_t + e_{i,t}$$

onde C_t é a taxa de crescimento do consumo agregado per capita no tempo t , $R_{i,t}$ é a taxa de retorno do ativo i no período t . Considerando-se que $E(e_{i,t}) = 0$, a covariância entre os resíduos e o índice é zero $E(e_{i,t}, C_t) = 0$, e $\beta_i = \frac{\text{Cov}(R_{i,t}, C_t)}{\text{Var}(C_t)}$

A condição de equilíbrio é:

$$R_i = \bar{R}_z + \gamma_i \beta_i$$

onde γ_i é o Beta do preço de mercado do consumo e \bar{R}_z é o retorno esperado de um portfólio com beta de consumo zero.

Este modelo é diretamente análogo à forma simples do CAPM. A taxa de crescimento do consumo per capita substitui a taxa de retorno do portfólio de mercado como fator que influencia a série temporal de retornos, e portanto, os retornos de equilíbrio.

Tais modelos intertemporais, como o CCAPM, possibilitam que níveis de consumo e poupança escolhidos num determinado período afetem os retornos dos ativos e os níveis de consumo em períodos futuros.

III) A LITERATURA NORTE AMERICANA

III.a) A DESCOBERTA DO “EQUITY PREMIUM PUZZLE” POR MEHRA E PRESCOTT

O estudo que identificou o fenômeno que ficou conhecido como *Equity Premium Puzzle* foi o de Mehra e Prescott (1985), a partir de dados para a economia dos Estados Unidos no período entre 1889 e 1978. O paradoxo encontrado consiste no fato de que as ações (representadas neste estudo pelo índice do S&P) remuneraram em mais que a soma do retorno de um ativo livre de risco (representado pelos títulos do Tesouro Norte-Americano) com o devido prêmio do risco que o investidor se propôs a tomar, há um excesso de retorno das ações não explicável. Verificou-se que para os dados empíricos da economia americana somente um nível de aversão ao risco muito grande, acima do razoável, justificariam tal prêmio de risco para as ações. Cabe, neste momento, fazer uma breve descrição dos procedimentos que foram realizados.

Os autores utilizaram um modelo CCAPM, procurando extrair as esperanças não condicionadas dos retornos dos ativos da economia norte americana por meio de taxas de crescimento do consumo per capita. Consideram uma economia competitiva, uma variante do modelo de trocas puras de Lucas (1978), com taxa de crescimento de consumo e taxa de retorno dos ativos de equilíbrio estacionárias.

Obtiveram dados das séries de média anual do Standard & Poor's Composite Index, do Deflator de Consumo de bens não duráveis e serviços, de Dividendos anuais reais para a série do S&P, de Consumo real per capita de bens não duráveis e serviços,

de retorno nominal de títulos de curto prazo do Tesouro Norte-Americano (Prime Commercial Paper, Treasure Certificates e Treasure Bills). A partir destas séries foram montadas as que foram efetivamente utilizadas no *paper*: de retorno real médio do S&P, de retorno real do título livre de risco, de taxa de crescimento do consumo no período em porcentagem e o prêmio de risco - calculado como a diferença entre o retorno real do S&P e do retorno real do ativo livre de risco. Todas as séries foram tratadas anualmente.

Na modelagem intertemporal, a economia possui um agente representativo que ordena suas preferências sobre um consumo aleatório da seguinte forma:

$$E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t) \right\}, \quad 0 < \beta < 1$$

onde C_t é o consumo per capita, $E_0 \{.\}$ é o operador esperança condicional à informação disponível no tempo zero e β é o fator subjetivo de desconto do tempo. A função de utilidade U é crescente e côncava, e é aditiva e separável no tempo. O agente representativo procura maximizar intertemporalmente esta utilidade.

Assume-se um mercado perfeitamente competitivo onde são negociadas participações no capital da firma e um título que confere a seu portador direito de consumir uma unidade do bem no período seguinte. Supõe-se que esta unidade produtiva seja a única. O retorno da ação desta firma é, por conseguinte, o retorno de mercado, e o produto desta firma, que é y_t (é também o dividendo da firma no período t). O bem de consumo produzido é definido como perecível, e portanto o

consumo estará restrito a níveis menores ou iguais à produção total. A produção y_t é inteiramente exógena. Sua taxa de crescimento está sujeita a cadeia de Markov, ou seja, $y_{t+1} = x_{t+1} y_t$, onde $x_{t+1} \in \{ \lambda_1, \dots, \lambda_n \}$ é a taxa de crescimento e a sua probabilidade é $\Pr \{ x_{t+1} = \lambda_j ; x_t = \lambda_i \} = \phi_{ij}$. As ações são negociadas ex-dividendos ou ex-juros. O consumo de equilíbrio segue o processo $\{ y_t \}$ e o sistema de equilíbrio de preços é definido com representação discreta, não contínua.

Ao se resolver o problema de maximização, são obtidas as condições de primeira ordem do agente representativo:

$$P_t^e = \beta E_t \{ [U'(C_{t+1}) / U'(C_t)] \cdot [P_{t+1}^e + D_{t+1}] \}, \quad e$$

$$P_t^f = \beta E_t \{ U'(C_{t+1}) / U'(C_t) \}$$

onde P_t^e é o preço da ação, P_t^f é o preço do ativo sem risco, D_t é o dividendo pago pela ação, e U' é a primeira derivada da função utilidade U . Pode-se reescrever a condição de primeira ordem (CPO) na forma mais comum de ser encontrada na literatura:

$$U'(C_t) = \beta E_t [(1+R_{t+1}) \cdot U'(C_{t+1})]$$

O lado esquerdo da equação se refere à utilidade marginal de se consumir uma unidade monetária a menos no período t . O lado direito, à utilidade marginal esperada de investir esta unidade monetária no ativo I em t , vendê-lo em $t+1$ e consumir o rendimento $(1+R_{t+1})$. A otimização iguala o custo marginal ao benefício marginal.

O agente apresenta aversão relativa ao risco constante e determinada pela função utilidade potência:

$$U(C) = C^{1-\alpha} - 1 / (1 - \alpha), \quad 0 < \alpha < \infty,$$

onde α representa a aversão relativa ao risco. Ela mede a curvatura da função U , e quando assume valor um, torna a utilidade logarítmica.

Substituindo a função utilidade potência nas CPOs, obtem-se:

$$P_t^e = \beta E_t [(C_{t+1}^{-\alpha} / C_t^{-\alpha}) \cdot (P_{t+1}^e + D_{t+1})], \quad e$$

$$P_t^f = E_t \beta [(C_{t+1} / C_t)^{-\alpha}]$$

Na condição de equilíbrio $C_t = D_t$, o que fornece:

$$P_t^e(C_t, x_t) = \beta E_t \{ (C_{t+1}^{-\alpha} / C_t^{-\alpha}) [P_{t+1}^e(C_{t+1}, x_{t+1})] \}, \quad e$$

$$P_t^f(C_t, x_t) = \beta E_t (C_{t+1} / C_t)^{-\alpha}$$

Redefinindo o estado quando $C_t = c$ e $x_t = \lambda_i$ por (c, i) :

$$P^e(c, i) = \beta \sum_{j=1}^n \phi_{ij} (\lambda_j c)^{-\alpha} [P^e(\lambda_j c, j) + c\lambda_j] c^\alpha, \quad ,$$

Considerando que o preço $P^e(c, i)$ é homogêneo de grau 1 em c , representa-se a função como:

$$P^e(c, i) = w_i c,$$

onde w_i é uma constante. Fazendo a substituição, e dividindo por c , encontra-se o seguinte sistema de n equações lineares e n incógnitas:

$$w_i = \beta \sum_{j=1}^n \phi_{ij} \lambda_j^{(1-\alpha)} [w_j + 1] \quad ,$$

Os autores chegam à seguinte expressão para o retorno da ação no período, dado o estado corrente $(c; i)$ e próximo estado $(\lambda_j c; j)$:

$$r_{ij}^e = \frac{P^e(\lambda_j c; j) + \lambda_j c - P^e(c; i)}{P^e(c; i)}$$

O retorno esperado R de ação ($e = \text{equity}$) no período no estado i é:

$$R_i^e = \sum_{j=1}^n \phi_{ij} r_{ij}^e$$

O retorno do ativo sem risco no estado corrente $(c; i)$ é dado por:

$$R^f_i = \frac{1}{p^f_i - 1}, \quad \text{onde } p^f_i = \beta \sum_{j=1}^n \phi_{ij} \lambda_j^{-\alpha}$$

Sendo π o vetor das probabilidades estacionárias em i , os retornos esperados para ação e para os títulos são respectivamente:

$$R^e = \sum_{i=1}^n \pi_i R^e_i \quad \text{e} \quad R^f = \sum_{i=1}^n \pi_i R^f_i$$

O prêmio de risco é dado por $(R^e - R^f)$.

Os autores restringem a cadeia de Markov a dois estados:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 1 + \mu + \delta & \lambda_2 &= 1 + \mu - \delta \\ \phi_{11} &= \phi_{22} = \phi & \phi_{12} &= \phi_{21} = (1 - \phi) \end{aligned}$$

Os parâmetros α e β definem as preferências; e μ , δ e ϕ definem a tecnologia ($\delta > 0$ e $0 < \phi < 1$). Esta parametrização foi escolhida porque permite que sejam feitas variações independentes na taxa de crescimento média do produto y_t mexendo-se somente em μ , no consumo alterando-se δ , e na correlação serial das taxas de crescimento ajustando-se ϕ .

Os parâmetros foram selecionados de tal forma que a média, o desvio padrão e a correlação serial de 1ª ordem da taxa de crescimento do consumo do modelo se encaixasse nos valores da amostra para a economia norte-americana no período entre

1889 e 1978. Os valores da amostra foram, respectivamente, 0,018; 0,036 e -0,14. Os valores dos parâmetros resultantes foram: $\mu = 0,018$; $\delta = 0,036$ e $\phi = 0,43$. Dados estes valores, a natureza do teste realizado por Mehra e Prescott foi achar os parâmetros α (coeficiente de aversão relativa ao risco) e β (fator de desconto intertemporal) para as taxas média de retorno do ativo livre de risco e média do prêmio de risco do modelo que se encaixasse com as observadas nos EUA.

A intuição do coeficiente de aversão ao risco é denotar o desejo que o consumo seja constante em diferentes estados e períodos. Quanto maior for, menor será a propensão a substituir o consumo intertemporalmente, ou seja, maior será o desejo de que o processo de consumo seja suavizado pelo tempo. O fator de desconto, por sua vez, denota o que Sampaio (1999) chamou de “grau de paciência” do agente: quanto mais paciente, mais ele abre mão do consumo presente por consumo futuro. Os autores limitaram α no intervalo (0, 10) e β no intervalo (0, 1).

A média do retorno real do ativo relativamente sem risco, segundo os dados para os EUA, foi de 0,80% e o retorno real médio do S&P foi de 6,98%, e portanto o prêmio de risco encontrado foi de 6% Os resultados obtidos, que se mostraram robustos, foram claramente inconsistentes com as previsões modelo : o maior prêmio de risco obtido pelo modelo é de 0,35%.

Os autores concluíram que as ações não se mostravam arriscadas o suficiente para justificar uma diferença tão grande de retornos em relação aos títulos do Tesouro Americano. Somente altos coeficientes de aversão relativa ao risco acima do razoável explicaria o prêmio histórico médio das ações.

III.b) OUTROS TRABALHOS DA LITERATURA NORTE AMERICANA

A partir de então, vários trabalhos foram sendo desenvolvidos na tentativa de desvendar tal paradoxo. Vários caminhos de pesquisa foram sendo traçados na busca de uma explicação.

Uma das possíveis explicações poderia residir num erro de especificação do modelo usado no estudo de Mehra e Prescott (1985). Constantinides (1982) testou se a heterogeneidade dos agentes, desconsiderada por Mehra e Prescott seria a causa do paradoxo. A resposta foi negativa.

Um segundo caminho apontado pelos próprios autores é a introdução de algumas características que fizessem certos tipos de comércio intertemporal entre os agentes possíveis. Na ausência de tais mercados pode haver a variabilidade do consumo individual, ainda que haja pouca variação no consumo agregado. O fato de certos tipos de contrato poderem ser não-impostos é uma razão para a não existência de tais mercados (que, de outra forma surgiriam, para dividir o risco). Um modelo de equilíbrio competitivo que contemplasse estas características poderia racionalizar o grande prêmio de risco das ações do mercado americano. Para testar esta teoria seria necessário que os dados sobre o consumo fossem divididos por faixas de renda ou faixas etárias.

Outro trabalho desenvolvido foi o de Phillippe Weil (1989), utilizando os mesmos dados de Mehra e Prescott (1985). Philippe tentou explicar o paradoxo de prêmio das ações através do fim da dependência, que estava implícita no modelo usado por Mehra e Prescott (1985), entre a elasticidade de substituição intertemporal e o coeficiente de aversão relativa ao risco. Ele considera ambos constantes, mas não relacionados.

No entanto, esta medida se mostrou incapaz de resolver o paradoxo. Ainda, este trabalho salienta um novo paradoxo, que ficou denominado como “riskfree rate puzzle”: Por que, se os consumidores são avessos à substituição intertemporal, conforme estimativas feitas sugeriam, a taxa livre de risco é tão baixa? O paradoxo da taxa livre de risco consiste no porquê da necessidade de taxas de desconto intertemporais negativas para a reprodução do nível amostral médio de taxas de juros.

Uma alternativa diferente foi utilizada por Cecchetti, Lam e Mark (1998) para tentar explicar o comportamento do prêmio de risco das ações. Eles examinam duas distorções de expectativa, ambas com fundamento empírico. Primeiramente, assumem que os agentes usam simples “regras de bolso” para formar suas estimativas subjetivas da média das probabilidades de transição na dinâmica da economia. Esses valores subjetivos se desviam sistematicamente das estimativas de máxima verossimilhança obtida com os dados de crescimento de consumo per capita para a economia americana. Segundo, que são permitidas flutuações aleatórias das expectativas dos agentes sobre as probabilidades de transição em torno de sua média subjetiva. Através disto o modelo considera a idéia de que as pessoas no mundo real ocasionalmente

interpretam, erroneamente, pseudo-sinais como novas informações, induzindo mudanças nas suas expectativas, gerando mudança dos preços dos ativos.

Os autores utilizam a utilidade aditiva com aversão relativa ao risco constante, sendo seu coeficiente menor que dez; e um processo de Markov de dois estágios governando o crescimento do consumo per capita.

Através das duas distorções de expectativas consideradas, foram capazes de conciliar as médias, os desvios-padrões e as correlações do prêmio das ações e da taxa livre de risco, assim como a persistência e a previsibilidade de excessos de retornos das ações no longo prazo.

IV) A LITERATURA BRASILEIRA

IV.a) TRABALHOS RECENTES

A pesquisa sobre a existência do “equity premium puzzle” também foi realizada para a realidade brasileira. Darei destaque a dois dos mais recentes trabalhos, o de Alencar (1999) e Sampaio (1999) .

Em Alencar (1999) Ele procura ajustar um modelo de agente representativo aos dados brasileiros de 1980 a 1998. Foram utilizados dados para retorno da bolsa foram médias trimestrais de retorno do Ibovespa deflacionados pelo IGP-DI. O retorno do ativo relativamente sem risco foi representado por médias trimestrais de retorno das LBCs, a taxa Selic, também deflacionados pelo IGP-DI. Para criar a série de taxa de crescimento do consumo de não duráveis e serviços utilizou a produção e o saldo do comércio exterior como aproximação.

Adota a hipótese de mercado sem fricção - inexistem custos de transação e restrições de crédito. É utilizado um conceito de fator estocástico de desconto - equivalente, no trabalho, à taxa marginal de substituição intertemporal - sendo qualquer variável aleatória M que represente corretamente os preços dos “payoffs” através da seguinte fórmula:

$$q_t = E [P_{t+1} \cdot M_{t+1}]$$

onde q_t é o preço em t do payoff P_{t+1} , realizado no período seguinte. Para gerar candidatos ao fator de desconto, emprega-se um modelo de escolha intertemporal de um agente representativo que pode negociar livremente o ativo i e que maximiza a expectativa descontada de uma função de utilidade separável no tempo:

$$\text{Max } E_t \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j U(C_{t+j}) \right\},$$

$$\text{sujeito a } A_{i,j+1} = (R_{i,j+1}) \cdot (A_{i,j} + Y_j - C_j)$$

onde β é o fator de desconto intertemporal, $U(C_{t+j})$ é a utilidade do consumo em $t+j$, $A_{i,j}$ é a quantidade do ativo i que o agente possui em j , $R_{i,j+1}$ é o retorno bruto $(1 + R_{\text{líquido}})$ que o ativo i proporciona para quem aplicar em j , Y é a renda e C é o consumo.

A partir da condição de primeira ordem para o comportamento ótimo do consumidor (a equação de Euler: $U'(C_t) = \beta E_t [(R_{i,j+1}) \cdot U'(C_{t+1})]$) e dividindo ambos os lados por $U'(C_t)$, chega-se a:

$$1 = E_t [(R_{i,j+1}) \cdot M_{t+1}], \quad \text{onde } M_{t+1} = \beta U'(C_{t+1}) / U'(C_t)$$

Ou seja, o modelo considera o fator de desconto como sendo equivalente à razão das utilidades marginais descontada, conhecida como TMSI (taxa marginal de substituição intertemporal). O autor restringe o fator estocástico de desconto a valores

sempre positivos, o que acaba por ser consistente com a não saciedade - taxas marginais sempre positivas.

As fronteiras de volatilidade mínima para o fator estocástico são construídas baseadas no modelo de Hansen e Jagannathan (1991), a partir de uma equação vetorial:

$$t = E[(R_t) \cdot M_t]$$

sendo t um vetor de 1's de dimensão N , e R_t um vetor de retornos em t de N ativos (assumindo que R_t tem uma matriz de variância-covariância Ω não singular, ou seja, nenhum ativo ou combinação de ativos é incondicionalmente sem risco). A média do fator estocástico de desconto é um parâmetro desconhecido $E[M_t]$. Hansen e Jagannathan constroem um candidato a fator estocástico de desconto $M_t^*(E[M_t])$ como uma combinação linear dos retornos dos ativos, de forma que a variância de $M_t^*(E[M_t])$ represente um limite inferior para as variâncias de qualquer fator estocástico de desconto com média $E[M_t]$. O candidato a fator de desconto de mínima variância dado por Hansen e Jagannathan é:

$$M_t^*(E[M_t]) = E[M_t] + E(R_t - E(R_t))' \cdot M_t \beta_m$$

onde $\beta_m = \Omega^{-1} \cdot (t - E[M_t]E[R_t])$

O autor faz uso das fronteiras e uma série de testes sobre elas (testes da distância vertical à fronteira, e da distância ótima) porque são importante instrumento não paramétrico para se testar a validade do candidato a TMSI: as fronteiras restringem a volatilidade que o fator estocástico de desconto deve possuir, e são usadas para testar a rejeição ou não de qualquer candidato a fator de desconto.

Em seguida, faz a estimação direta dos parâmetros γ e β a partir dos dados disponíveis (nas fronteiras, procurava encontrar um γ mínimo dados um β que levasse o candidato a fator de desconto para a fronteira) através do Método Geral dos Momentos, que exige a especificação de uma forma funcional da TMSI.

As equações (de Euler) estimadas foram:

$$1 = E [(R_{Ibov}) \beta (C_{t+1}/C_t)^{-\gamma}]$$

$$1 = E [(R_{selic}) \beta (C_{t+1}/C_t)^{-\gamma}]$$

$$0 = E [(R_{Ibov} - R_{selic}) \cdot (C_{t+1}/C_t)^{-\gamma}]$$

Foram realizadas estimações simultâneas das duas primeiras equações e de cada uma separadamente. Ainda, foram feitas estimações com instrumentos. Os usados são as taxas dos retornos e do crescimento do consumo defazadas, em maiores e menores *lags* para verificar a robustez dos resultados.

Os resultados obtidos com a equação que envolve o Selic foram muito razoáveis: um fator de desconto temporal da ordem de 0,99 ao trimestre e um coeficiente de aversão ao risco da ordem de 2.

A equação que envolve o Ibovespa gerou um baixo fator de desconto, da ordem de 0,94 ao trimestre e um coeficiente de aversão ao risco entre 3,5 e 4.

A estimação com emprego simultâneo das duas primeiras equações apresentou β em torno de 0,98 e 0,99 e valores para γ entre 1 e 3, pois a equação da Selic teve mais peso para a geração dos resultados que a do Ibovespa.

A dos excessos de retornos foi a que forneceu maiores valores para γ . Foram encontradas estimativas para o coeficiente de aversão ao risco entre 5 e 30. Embora os valores serem menores que os apresentados nos Estados Unidos - o autor compara os dados brasileiros com estatísticas básicas (média e variância) americanas anuais: retorno do S&P 500 da bolsa americana, dos títulos americanos de 3 meses e o crescimento do consumo de bens não duráveis - são altos o suficiente para mostrar a dificuldade para se explicar o alto prêmio existente no país. O autor conclui, portanto, que o “equity premium puzzle” se verifica no Brasil, mas de uma forma mais branda.

Ao analisar os resultados, são apontados três fatores que os teriam afetado de formas significativas e distintas:

- (a) a alta volatilidade do Ibovespa, a ponto de afugentar os investidores, de tal sorte que tem que oferecer retornos realmente mais elevados, justificando assim o elevado prêmio (um menor γ) sem exigir alta aversão ao risco;

- (b) a alta volatilidade do fator estocástico de desconto alcançada com baixos valores do coeficiente de aversão ao risco, por causa do padrão de consumo (como altera acréscimo e decréscimo frequentemente, não deve ser avesso ao risco). No modelo usado, quanto maior a aversão ao risco, menos a elasticidade de substituição intertemporal γ .
- (c) Menor correlação do Ibovespa e maior correlação do Selic com o crescimento do consumo. O Ibovespa torna-se mais atrativo (pois oferece com maior probabilidade retornos bons em períodos ruins, de baixo crescimento do consumo). Seria, então, exigido menor excesso de retorno da bolsa. O elevado prêmio se justificaria por alta aversão ao risco (um maior γ).

Ainda, cita como fontes de erro a qualidade da série de consumo que utiliza - dados de produção como proxy do consumo de não duráveis, ignorando a formação de estoques; o pequeno tamanho do mercado acionário brasileiro, que até fins da década de oitenta estava sujeito à ineficiência e manipulação do valor dos ativos; e os altos índices de inflação até meados da década de noventa cujas distorções podem não ter sido totalmente expurgadas pela deflacionalização das séries.

O intuito do trabalho de Sampaio (1999) foi de investigar as implicações das características empíricas dos retornos dos ativos financeiros brasileiros sobre os modelos de apreçamento intertemporais, investigar se os paradoxos mais importantes descritos na literatura norte americana se repetiam com os dados brasileiros de retorno: tanto o Equity Premium Puzzle . O autor usou duas versões de um mesmo modelo: o origina de Mehra e Prescott e um modelo adaptado com processo de

dotação de *Markov Switching*. Não fez parte do objetivo do trabalho testar formalmente a validade do modelo, mas sim verificar os valores que os parâmetros comportamentais assumiriam.

Foram realizadas as duas versões para séries de taxa de crescimento do consumo, que chama de “dados originais” e para a série dessazonalizada. Os argumentos puristas que defendem o uso da série original seguem a idéia de que no modelo o agente representativo maximiza a utilidade do que é realmente consumido. Além disso, sendo intertemporal, a relação entre consumo e rendimentos deve valer em qualquer período de tempo. No entanto, existem, marcadamente, períodos do ano em que a utilidade marginal do consumo difere dos demais (em dezembro devido ao Natal, por exemplo). A dessazonalização viria filtrar este tipo de influência.

Usando os dados sem ajuste sazonal nem o *equity premium puzzle* nem o *freerisk rate puzzle* foram detectados. O coeficiente de aversão ao risco necessário para se replicar a média histórica dos retornos nas duas metodologias (6,1 no modelo original e 5,4 no *Markov Switching*) situa-se numa faixa razoável. Já o fator de desconto requerido foi demasiadamente baixo (0,69 e 0,76 anuais, respectivamente). Segundo o autor, isso se deve ao fato de os agentes encararem os títulos públicos brasileiros como ativos arriscados, tornando-os uma má *proxy* do ativo sem risco, diferentemente do que ocorre com os títulos do Tesouro americano. O maior retorno requerido pelos ativos financeiros precisa ser compensado, no modelo, por uma taxa de desconto intertemporal mais alta - o que o autor chamou de “*Brazilian Puzzle*”.

A sazonalização dos dados , entretanto, elevou o nível do coeficiente de aversão ao risco necessário para replicação das médias dos retornos, ficando bem acima do razoável (33,2 no modelo original e 43 no *Markov Switching*).

IV.b) UMA DISCUSSÃO SOBRE TAXA LIVRE DE RISCO

Antes de seguir para meus procedimentos, é relevante a discussão em torno de um dos conceitos envolvidos na precificação de ativos sob o modelo do CAPM e no “equity premium puzzle”, e sua aplicabilidade a realidade brasileira: a taxa de risco livre para o Brasil.

Damodaram discorre sobre o conceito de taxa livre de risco. Para que um ativo tenha retorno assim considerado deve, a princípio, apresentar duas características. A primeira é não ter risco de *default* associado ao seu fluxo de caixa. Isso faz com que o único título que pode se candidatar a ser livre de risco é o público, porque é o governo que controla a emissão de moedas. A segunda é de não ter risco de reinvestimento. Por exemplo, suponha que uma pessoa esteja tentando estimar o retorno esperado em cinco anos e procura uma taxa livre de risco. A taxa de um título do tesouro de seis meses, mesmo sem oferecer risco de *default*, tem um risco de reinvestimento por não saber qual será a taxa do título do tesouro em seis meses.

A taxa livre de risco usada para se chegar aos retornos esperados tem que ser medida consistentemente com os fluxos de caixa. Se os fluxos são em dólares nominais, a taxa livre de risco deve ser a dos *Treasure Bonds* dos EUA. O que

determina a escolha da taxa não é o domicílio da firma ou do projeto, mas a moeda em que seus fluxos são estimados. Quando o retorno de um mesmo projeto ou firma é medido usando moedas diferentes, considerando-se a paridade de poder de compra, as diferenças nas taxas de juros deveriam refletir diferenças nas expectativas de inflação. De modo que uma taxa de desconto baixa derivada de uma baixa taxa livre de risco seria totalmente compensada pelo declínio na taxa de crescimento nominal esperada dos fluxos de caixa, e o valor se manteria constante. No entanto, se a diferença entre os juros não reflete inflação esperada, os valores encontrados podem ser diferentes.

Sob a condição de inflação alta e instável, a avaliação de ativos é feita em termos reais. Os retornos dos títulos públicos deixam de ser livres de risco, pois embutem a volatilidade da inflação esperada. Mas há o argumento de que, enquanto o capital puder ter fluxo livre entre as economias com altos retornos reais, não deve haver diferença entre as taxas reais livres de risco, por arbitragem. Considerado isto, a taxa real livre de risco para os EUA (estimada a partir de um título do Tesouro indexado à inflação) poderia ser utilizada como em qualquer mercado. Se a economia é fechada, há fricções e restrições para movimento de capital, a taxa esperada de retorno real no longo prazo deveria ser igual à taxa real esperada de crescimento da economia de longo prazo em equilíbrio.

Quando há riscos de moratória do país, obter taxas livres de risco é mais complicado. Uma das alternativas apontadas por Damodaram é que se o país oferece contratos *forward* denominados em dólar na moeda local, pode-se usar a paridade da taxa de juros e a taxa de empréstimo em dólar para chegar à taxa local, conforme mostrado a seguir:

$$\text{Taxa Foward}_{\text{FC}, \$} = \text{Taxa Spot}_{\text{FC}, \$} (1 + \text{Taxa de Juros}_{\text{FC}})^t / (1 + \text{Taxa de Juros}_{\$})^t$$

onde:

Taxa Foward_{FC, \$} é a taxa *forward* em moeda estrangeira/ dólar,

Taxa Spot_{FC, \$} é a taxa *spot* em moeda estrangeira/ dólar,

Taxa de Juros_{FC} é a taxa de juros em moeda estrangeira, e

Taxa de Juros_{\$} é a taxa de juros em dólar

Tal estudo foi desenvolvido com os dados brasileiros. Em Garcia e Valpassos (1998), há uma discussão sobre a atratividade dos títulos públicos domésticos para os investidores estrangeiros. Os autores usam o CID - *Covered Interest Parity Differential* - de Frankel (1991) medida desta atratividade, que compensaria o risco do país.

O CID é definido como o retorno em dólares remanescente após a dedução do forward discount e da taxa de juros internacional. Primeiramente, são considerados dados mensais para o período de 1991 a 1997: da taxa de juros doméstica brasileira *overnight* (i), do mercado de dólar futuro para computar o *forward discount*, já que não há um mercado de *forward* líquido. Para cada mês foi usada a desvalorização esperada sinalizada pelo mercado de futuro no primeiro dia de cada mês (f). A taxa de juros internacional é a da US Treasury bill (i^*). A equação pela qual estimam o CID, em percentual por ano, é:

$$\text{CID} = \left[\frac{(1+i) - 1}{31} \right] \cdot 100$$

$$(1+f).(1+i^*)$$

Segundo reportam de Frankel (1991), o CID é a melhor medida para o prêmio de risco de um país “porque captura todas as barreiras à integração dos mercados financeiros através das fronteiras dos países: os custos de transação, custos de informação, controles de capital, risco de moratória e risco de controle futuro de capitais”. O CID pode ser calculado de várias maneiras, uma vez que pode refletir uma das várias formas com que um investidor estrangeiro pode se posicionar no mercado de renda fixa brasileiro sem incorrer no risco cambial.

No trabalho, o CID foi estimado, em seguida, de três formas diferentes. A primeira utilizou como taxa doméstica o CDI, e como prêmio de *foward* - desvalorização nominal esperada - foram usados dados do mercado de câmbio futuro da BM&F, sendo seu retorno descontado de uma taxa de juros internacional, no caso a LIBOR . Na segunda o risco do país foi gerado através do retorno no mercado secundário dos títulos brasileiros negociados no mercado internacional, no caso o IDU, descontado da LIBOR . Para dados recentes, foi feita a estimação substituindo o IDU pelo *C-Bond*. A terceira, finalmente, utilizou no lugar dos títulos brasileiros negociados fora os que são negociados no mercado local mas que dão retorno, na moeda local, indexado ao dólar, no caso NTN-D e NBC-E.

Comparando-se os resultados, é perceptível uma diferença sistemática: exceto em períodos depois da crise mexicana (primeiro semestre de 1995) e asiática (segundo semestre de 1997), as medidas do CID construídas a partir do mercado

futuro são maiores que as outras - diferença que se reduziu muito após a reversão da crise russa.

A diferença pode ser explicada pelo risco de *default*, impostos, risco de *spread* de taxa de câmbio e o efeito da estrutura a termo. As NTN-Ds são mais longas que o mais longo contrato de dólar futuro (3 meses) - um CID gerado por NTN-D maior que o gerado por dólar futuro reflete a expectativa dos agentes de um decréscimo futuro no diferencial na taxa de juros.

A diferença entre o CID gerado por IDU e os outros dois encontra três fatores explicativos: (a) as restrições impostas pelo Imposto de entrada, o IOF, e pelo Imposto de Renda (20% sobre os investimentos em renda fixa, em 1/1/98); (b) a diferença entre as taxas de câmbio comercial e flutuante - No mercado de futuros, só se usa dólar comercial. Mas, quando um investidor estrangeiro entra no Brasil, tem que comprar dólar flutuante, e ele irá perder caso o governo decidir desvalorizar o câmbio flutuante mais rapidamente que o comercial; (c) o risco de *default*, que varia de acordo com a percepção dos investidores estrangeiros de que o comprometimento e capacidade do governo brasileiro honrar com a dívida externa é maior que com a dívida interna.

O diferencial da taxa de juros, estimado por Garcia e Valpassos de diferentes maneiras, deve ser levado em conta na determinação da real taxa livre de risco para o Brasil. Pois, por arbitragem, se o país não oferecesse risco, a taxa de juros oferecida pelos títulos brasileiros deveria ser igual à taxa de juros internacional coberta pela

diferença cambial. Num país como o Brasil não se pode considerar risco soberano igual a zero.

V) RELEITURA DO EQUITY PREMIUM PUZZLE PARA A REALIDADE BRASILEIRA

Neste trabalho vou refazer os procedimentos de Mehra e Prescott, utilizando os dados para a economia brasileira.

V.a) DADOS

Os dados utilizados seguiram a mesma metodologia de tratamento de Sampaio (1999). Foram utilizadas as seguintes séries de dados para a construção das séries trimestrais efetivamente usadas:

1) Para a construção da série de consumo :

(a) Produção física mensal de bens de consumo não duráveis e semi-duráveis da indústria nacional fornecida pelo IBGE, para o período entre janeiro de 1980 e julho de 1999.

(b) Índice de PIB trimestral da categoria de serviços do IBGE, para o período entre 1980.I e 1999.II.

(c) Exportação e Importação de bens de consumo não-duráveis, fornecidos pela Funcex, para o período entre janeiro de 1980 e julho de 1999.

(d) População residente no país, fornecida pelo IBGE, para o período entre 1980 e 1996.

A série de consumo agregado foi formada, ponderando-se (a), (b) e (c), de acordo com a estrutura de valor adicionado das contas nacionais consolidadas. As

exportações foram subtraídas e as importações foram somadas à produção doméstica para se apurar a proxy usada para o consumo, sendo que a produção foi defazada de um mês - considerando-se que o que é produzido em t é consumido em $t+1$. Não foi necessário deflacioná-la, pois as séries são fornecidas em *quantum*. Optei por usar a série não dessazonalizada, para que fosse refletido o real comportamento do consumo. Em seguida, dividiu-se esta série pela população, a fim de se obter a série de consumo per capita. Foram assumidas hipóteses para a taxa de crescimento da população para 1997 (1,28%), 1998 (1,24%) e 1999 (1,20%) e interpolou-se a população nos trimestres através da composição geométrica das taxas anuais.

Estatísticas da Taxa de Crescimento do Consumo

Gráfico da Taxa de Crescimento do Consumo

2) Para a construção da série de retornos reais das ações:

(a) Retornos nominais mensais do Ibovespa, fornecidos pela Economatica, para o período entre janeiro de 1980 e julho de 1999.

(b) Taxa de inflação mensal medida pelo IGP-DI, da Fundação Getúlio Vargas, para o período entre janeiro de 1980 e julho de 1999.

O IGP-DI foi usado para deflacionar a série. Este procedimento é especialmente importante devido ao histórico de alta inflação brasileira presente no período considerado.

3) Para a construção da série de retornos reais do ativo (considerado) sem risco, além da série de inflação supramencionada:

(a) Taxas nominais mensais do Selic (taxa de juros que remunera as LBCs de 120 dias), fornecidas pela Economática, para o período entre janeiro de 1980 e julho de 1999.

O IGP-DI também foi usada para deflacionar a série.

Estatísticas dos Retornos Reais

Gráfico dos Retornos Reais

V.b) PROCEDIMENTO: O MODELO

Após a construção das séries e do cálculo de suas estatísticas, a etapa seguinte foi a obtenção das probabilidades de transição das taxas de crescimento do consumo. O processo de consumo assumido foi o de Markov, com dois estágios. Analogamente ao trabalho original, foram assumidos os seguintes estados:

$$\lambda_1 = 1 + \mu + \delta$$

$$\lambda_2 = 1 + \mu - \delta$$

$$\phi_{11} = \phi_{22} = \phi$$

$$\phi_{12} = \phi_{21} = (1 - \phi)$$

Os coeficientes trimestrais da amostra para o Brasil foram média $\mu = 0,003$; desvio padrão $\delta = 0,070$ e correlação serial de 1a ordem de $-0,117$. Portanto, temos

$\lambda_1 = 1,073$ e $\lambda_2 = 0,933$. Como o processo de Markov considerado é ergódico, o cálculo das probabilidades de transição resultam em:

$$\phi = (\rho + 1) / 2$$

Obtiveram-se as probabilidades $\phi_{11} = \phi_{22} = \phi = 0.44$ e $\phi_{12} = \phi_{21} = (1 - \phi) = 0.56$. A partir destes parâmetros, foram calculados α (coeficiente de aversão relativa ao risco) e β (fator de desconto intertemporal) de acordo com a modelagem proposta por Mehra e Prescott.

V.c) RESULTADOS

Os resultados obtidos usando as séries trimestrais foram $\alpha = 6.92$ e $\beta = 0.98$. Entretanto, estes parâmetros geram níveis de retorno das ações e do ativo livre de risco muito baixos: -4.8% e -9.7% respectivamente. Elevando-se os níveis dos retornos, e para isso o coeficiente de paciência dos indivíduos é reduzido para $\beta = 0.853$, chegando-se a um valor de $\alpha = 6.4$, indicando que não há evidências da existência do “equity premium puzzle” no Brasil. O fator de desconto se encontra dentro do intervalo (0,1), e o coeficiente de aversão relativa ao risco (constante neste modelo) está dentro dos limites impostos pelos autores do original (0,10).

Nos EUA foi necessária a utilização de $\alpha = 18.3$ e $\beta = 1.12$ (uma taxa de desconto intertemporal negativa) para que o modelo replicasse o prêmio histórico.

Fixando β em um nível tido como adequado de 0.98, o α requerido é de 17.5, mas os retornos das ações e do ativo livre de risco obtidos pelo modelo situam-se bem acima dos retornos amostrais. Para α pertencente ao intervalo de (0,10), o prêmio do modelo é inferior ao amostral.

Estatísticas dos EUA

Comparando com os dados americanos, percebe-se que a aversão relativa ao risco exigida para a reprodução do prêmio pago pelas ações no Brasil é baixa. Segundo Sampaio (1999), que também detectou esta característica, em função da alta volatilidade do consumo brasileiro, existe forte incentivo precaucionário à poupança. Esse fato reduz bastante os rendimentos dos ativos no modelo. Para elevá-los é preciso diminuir o peso do consumo futuro na utilidade dos agentes.

V) CONCLUSÃO

O intuito deste trabalho foi investigar se o “equity premium puzzle” se faz presente na realidade brasileira. Foi empregado o mesmo modelo original de Mehra e Prescott (1985), que primeiro detectou o paradoxo usando os dados históricos norte-americanos: CCAPM, com função de utilidade com coeficiente de aversão relativa ao risco constante.

O paradoxo do prêmio das ações não foi encontrado. Para que se replicasse o prêmio das ações, o coeficiente de aversão ao risco ficou dentro dos limites tidos como razoáveis pelos autores. O fator de desconto intertemporal requerido foi de 0.853 trimestral. A provável causa deste fato, segundo Sampaio (1999), que também encontrou esta característica no seu estudo, é que os agentes encaram nossos títulos públicos como ativos arriscados - conforme ressaltado na seção III.b - o que os torna uma *proxy* ruim de ativo sem risco, diferentemente dos *Treasure Bills* americanos. Este comportamento deriva da instabilidade econômica do período considerado no estudo.

VII) BIBLIOGRAFIA:

Alencar, A., “Testando CCAPM com dados brasileiros”, Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (1999)

Cecchetti, S., Lam, P., Mark, N., “Asset Pricing Distorted Beliefs: Are Equity Returns Too Good to be True ?”, NBER Working Papers, 6354 (1998)

Damodaram, A., “Estimating Free Risk Rates”, Stern School of Business Paper, in <http://www.stern.nyu.edu/~adamodar/workingpapers>

Hamilton, J. D., “Time Series Analysis”, Princeton University Pr, (1994), pp. 677-703

Garcia, M., e Valpassos, M.V., “Capital Flows, Capital Controls and Currency Crisis: The case of Brazil in the Nineties”, Texto para Discussão, Departamento de Economia da PUC-Rio, 389 (1998), pp.11-18.

Gruber, M., e Elton, E., “Modern Portfolio Theory and Investment Analysis”, John Winsley & Sons Ed., Fifth Edition 1995 (1981), pp. 295-367

Mehra, R., e Prescott, E., “The Equity Premium: A Puzzle”, Journal of Monetary Economy, 15, 2 (1985), pp. 145-161

Ross, S., Westerfield, R. e Jaffe, J., “Corporate Finance”, Ed Atlas (1995), pp. 183-257

Sampaio, F., “Existe ‘Equity Premium Puzzle’ no Brasil ?”, Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1999.

Wheil, P., “The Equity Premium Puzzle and the Risk Free Rate Puzzle”, Journal of Monetary Economics, 24, 3 (1989), pp. 401-42

VIII) ANEXOS

VIII.a) PROBABILIDADES DE TRANSIÇÃO: A CADEIA DE MARKOV

O modelo utilizado por Mehra e Prescott assume que os níveis de y_t são inteiramente exógenos e que sua taxa de crescimento está sujeita a cadeia de Markov ergódica (e o consumo de equilíbrio segue o processo $\{ y_t \}$).

A cadeia de Markov é a modelagem mais simples de variáveis estocásticas discretas. Dizer que a taxa de crescimento de y_t está sujeita a cadeia de Markov de n estados significa que: $y_{t+1} = x_{t+1} y_t$, onde $x_{t+1} \in \{ \lambda_1, \dots, \lambda_n \}$ é a taxa de crescimento e a probabilidade de transição entre os estados é definida por

$$\Pr \{ x_{t+1} = \lambda_j ; x_t = \lambda_i \} = \phi_{ij}. \text{ A soma } \phi_{i1} + \phi_{i2} + \phi_{i3} + \dots + \phi_{in} = 1.$$

Os autores restringem a cadeia de Markov a dois estados (sendo μ a média da taxa de crescimento do consumo e δ o seu desvio padrão) :

$$\lambda_1 = 1 + \mu + \delta$$

$$\lambda_2 = 1 + \mu - \delta$$

$$\phi_{11} = \phi_{22} = \phi$$

$$\phi_{12} = \phi_{21} = (1 - \phi)$$

A matriz P das probabilidades de transição é, portanto:

$$P = \begin{bmatrix} \phi & (1 - \phi) \\ (1 - \phi) & \phi \end{bmatrix}$$

A fato da cadeia ser ergódica significa que para calcular a média da variável estocástica em um tempo t , basta somente uma observação do fenômeno (uma única série temporal), pois a média desta observação, pela ergodicidade, é igual à média de várias observações desta variável no tempo t .⁽¹⁾ O vetor ($n \times 1$) de probabilidades ergódicas é denotado por $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$. No caso considerado de dois estágios, o vetor é $\pi = (\pi_1, \pi_2)$. Este vetor é definido como o autovetor de P , associado a um autovalor de uma unidade, ou seja:

$$P \pi = \pi$$

Para se encontrarem os autovalores da matriz de transição a cadeia de Markov de dois estágios, acha-se a solução de $|P - a I_n| = 0$:

$$0 = \begin{vmatrix} \phi_{11} - a & (1 - \phi_{22}) \\ (1 - \phi_{11}) & \phi_{22} - a \end{vmatrix}$$

$$= (\phi_{11} - a)(\phi_{22} - a) - (1 - \phi_{11})(1 - \phi_{22})$$

$$= \phi_{11} \phi_{22} - (\phi_{11} + \phi_{22}) a + a^2 - 1 + \phi_{11} + \phi_{22} - \phi_{11} \phi_{22}$$

⁽¹⁾ Para a completa dedução teórica, ver Hamilton (1994), pp.681-682.

$$= a^2 - (\phi_{11} + \phi_{22})a - 1 + \phi_{11} + \phi_{22}$$

$$= (a - 1)(a + 1 - \phi_{11} - \phi_{22})$$

Os autovalores são $a_1 = -1$ e $a_2 = -1 + \phi_{11} + \phi_{22}$. O autovetor associado é

$$\pi = \begin{bmatrix} (1 - \phi_{22}) / (2 - \phi_{11} - \phi_{22}) \\ (1 - \phi_{11}) / (2 - \phi_{11} - \phi_{22}) \end{bmatrix}$$

A probabilidade incondicional é, portanto, dada por:

$$P\{x_t = \lambda_1\} = (1 - \phi_{22}) / (2 - \phi_{11} - \phi_{22})$$

A cadeia de Markov de dois estágios pode ser também representada pelo processo do escalar AR(1). Seja θ_{1t} o primeiro elemento do vetor θ_t , isto é, θ_{1t} é uma variável aleatória que é igual a 1 quando $x_t = \lambda_1$ e 0 quando $x_t = \lambda_2$. O segundo elemento de θ_t é $1 - \theta_{1t}$. Pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} \theta_{1,t+1} \\ 1 - \theta_{1,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & (1 - \phi_{22}) \\ (1 - \phi_{11}) & \phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{1t} \\ 1 - \theta_{1t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{1,t+1} \\ e_{1,t+1} \end{bmatrix}$$

Da primeira linha pode dizer que :

$$\theta_{1,t+1} = (1 - \phi_{22}) + (-1 + \phi_{11} + \phi_{22})\theta_{1t} + e_{1,t+1}$$

A expressão acima pode ser reconhecida como o processo AR(1) sendo o coeficiente da auto-regressão ρ igual a $-1 + \phi_{11} + \phi_{22}$.

No caso do modelo usado por Mehra e Prescott e replicado neste trabalho assume-se que $\phi_{11} = \phi_{22} = \phi$ e $\phi_{12} = \phi_{21} = (1 - \phi)$, o que faz com que :

$$\rho = -1 + \phi + \phi, \text{ e, portanto,}$$

$$\phi = (1 + \rho) / 2$$

VIII.b) TABELAS

(i) Dados trimestrais, para um β razoável:

(ii) Dados anuais, para um β razoável:

(iii) Dados trimestrais, com R_e e R_f positivos: