

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

MODELO DE SIMULAÇÃO DA DÍVIDA PÚBLICA BRASILEIRA

Francisco Eduardo Pavanelli de Azeredo  
No. de Matrícula 9714327

Orientadores: Márcio G. P. Garcia  
Marcelo C. Medeiros

Junho de 2001

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

MODELO DE SIMULAÇÃO DA DÍVIDA PÚBLICA BRASILEIRA

Francisco Eduardo Pavanelli de Azeredo  
No. de Matrícula 9714327

Orientadores: Márcio G. P. Garcia  
Marcelo C. Medeiros

Junho de 2001

“ Declaro que o presente trabalho é de minha autoria e que não recorri para realizá-lo, a nenhuma forma de ajuda externa, exceto quando autorizado pelo professor tutor”

“As opiniões expressas neste trabalho são de responsabilidade única e exclusiva do autor”

*Aos meus pais, que me ensinaram e ainda ensinam  
o caminho desta vida, e ao meu irmão, que me  
acompanha neste caminho.*

*O Autor*



## ÍNDICE ANALÍTICO

<b><u>I – INTRODUÇÃO .....</u></b>	<b><u>8</u></b>
I.1 – MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS.....	8
I.2 – METODOLOGIA.....	10
I.3 – EM PERSPECTIVA .....	11
<b><u>II - MODELO DE SIMULAÇÃO DE CENÁRIOS MACROECONÔMICOS .....</u></b>	<b><u>13</u></b>
II.1 - MODELO MONTE CARLO ESTRUTURADO .....	13
II.2 - RESULTADOS DO MODELO .....	16
II.3 - LIMITAÇÕES DO MODELO.....	23
<b><u>III - MODELO DE SIMULAÇÃO DA DÍVIDA PÚBLICA .....</u></b>	<b><u>24</u></b>
III.1 - PRINCIPAIS COMPONENTES DA DÍVIDA PÚBLICA.....	24
III.2 - ATUALIZAÇÃO DO VALOR DA DÍVIDA PÚBLICA .....	26
III.2.1 – PRESSUPOSTOS PARA ATUALIZAÇÃO DO VALOR DA DÍVIDA .....	26
III.2.2 – FATORES DE ATUALIZAÇÃO PARA CADA COMPONENTE DA DÍVIDA PÚBLICA .....	28
III.2.3 – ATUALIZAÇÃO DOS COMPONENTES DA DÍVIDA PÚBLICA .....	30
III.3 – CONCLUSÕES.....	31
<b><u>IV – ESTRATÉGIAS E SIMULAÇÃO DA DÍVIDA .....</u></b>	<b><u>32</u></b>
IV.1 – O PAPEL DA ADMINISTRAÇÃO DA DÍVIDA E DAS ESTRATÉGIAS.....	32
IV.2 – ESTRATÉGIAS E RESULTADOS.....	33
V.2.1 - ESTRATÉGIAS DE COMPOSIÇÃO ÚNICA .....	34
IV.2.2 - ESTRATÉGIAS DE COMPOSIÇÃO MÚLTIPLA .....	46
<b><u>V – SIMULAÇÃO DA DÍVIDA COM DIFERENTES MATURIDADES.....</u></b>	<b><u>52</u></b>
V.1 – MODELO TEÓRICO.....	53
V.2 – ESTRUTURA A TERMO PARA TÍTULOS COM DIFERENTES MATURIDADES.....	54
V.2.1 – DÍVIDA EM TÍTULOS CAMBIAIS .....	54
V.2.2 – DÍVIDA EM TÍTULOS INDEXADOS A INFLAÇÃO .....	55
V.2.3 – DÍVIDA EM TÍTULOS PÓS-FIXADOS .....	57
V.2.4 – DÍVIDA EM TÍTULOS PRÉ-FIXADOS.....	57
V.2.5 – LIMITAÇÕES DO MODELO.....	57
V.3 – RESULTADOS DO MODELO DE SIMULAÇÃO DA DÍVIDA PÚBLICA .....	59
<b><u>V – CONCLUSÕES FINAIS.....</u></b>	<b><u>62</u></b>
<b><u>VI – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</u></b>	<b><u>64</u></b>

**ANEXO I: MODELO DE SIMULAÇÃO DOS CENÁRIOS MACROECONÔMICOS.....68**

**ANEXO I: MODELO DE SIMULAÇÃO DOS CENÁRIOS MACROECONÔMICOS.....68**

**ANEXO II: APRESENTAÇÕES GRÁFICAS DAS VARIÁVEIS MACROECONÔMICAS.....68**

**ANEXO III: ATUALIZAÇÃO DO VALOR DA DÍVIDA COM MAT=1.....70**

**ANEXO IV: APRESENTAÇÃO GRÁFICA DA EVOLUÇÃO DA DÍVIDA .....71**

## ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 1: MÉDIA – $10^{-2}$ .....	15
TABELA 2: COVARIÂNCIA – $10^{-4}$ .....	15
TABELA 3: CORRELAÇÃO.....	15
TABELA 4: EVOLUÇÃO DAS MÉDIAS ANUALIZADAS DAS VARIÁVEIS MACROECONÔMICAS – .....	19
ABRIL DE 2001 A MARÇO DE 2002.....	19
TABELA 5: TABELA RESUMO – DÍVIDA DADA ESTRATÉGIAS DE COMPOSIÇÃO SIMPLES .....	45
TABELA 6: EVOLUÇÃO ESPERADA DA DÍVIDA PÚBLICA E DE SEUS COMPONENTES .....	51

## ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1A: HISTOGRAMA MENSAL DA VARIAÇÃO CAMBIAL.....	17
FIGURA 1B: HISTOGRAMA MENSAL DA TAXA DE INFLAÇÃO.....	18
FIGURA 1C: HISTOGRAMA MENSAL DA TAXA DE JUROS.....	18
FIGURA 2: EVOLUÇÃO DAS MÉDIAS ANUALIZADAS DAS VARIÁVEIS MACROECONÔMICAS .....	20
FIGURA 3A: CURVAS DE NÍVEL DA VARIAÇÃO CAMBIAL.....	21
FIGURA 3B: CURVAS DE NÍVEL DA INFLAÇÃO.....	22
FIGURA 3C: CURVAS DE NÍVEL DA TAXA DE JUROS.....	22
FIGURA 4A: HISTOGRAMA MENSAL DA DÍVIDA PÚBLICA.....	34
FIGURA 4B: CURVAS DE NÍVEL DA DÍVIDA PÚBLICA.....	36
FIGURA 5A: HISTOGRAMA MENSAL DA DÍVIDA PÚBLICA.....	38
FIGURA 5B: CURVAS DE NÍVEL DA DÍVIDA PÚBLICA.....	39
FIGURA 6A: HISTOGRAMA MENSAL DA DÍVIDA PÚBLICA.....	40
FIGURA 6B: CURVAS DE NÍVEL DA DÍVIDA PÚBLICA.....	41
FIGURA 7: HISTOGRAMA MENSAL DA DÍVIDA PÚBLICA.....	42
FIGURA 8A: HISTOGRAMA COMPARATIVO.....	44
FIGURA 8B: HISTOGRAMA COMPARATIVO.....	44
FIGURA 9A: HISTOGRAMA MENSAL DA DÍVIDA PÚBLICA.....	47
FIGURA 9B: CURVAS DE NÍVEL DA DÍVIDA PÚBLICA.....	48
FIGURA 9C: HISTOGRAMA DA EVOLUÇÃO DA DÍVIDA.....	49
FIGURA 10: EVOLUÇÃO DA DÍVIDA PÚBLICA BRASILEIRA E SEUS COMPONENTES ...	50
FIGURA 11: EVOLUÇÃO DA DÍVIDA PÚBLICA..... ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.	
FIGURA 12: EVOLUÇÃO DA DÍVIDA PÚBLICA.....	60



## **I – INTRODUÇÃO**

### **I.1 – Motivação e Objetivos**

A discussão sobre o papel do comportamento da dívida pública no bem-estar da sociedade tem sido um tema amplamente discutido no meio acadêmico. Se por um lado, a teoria sobre neutralidade da administração da dívida pública é consistente dentro de condições muito especiais, por outro, tais condições vêm sendo contestadas por muitos especialistas no assunto.

Portanto, à medida que as condições para a neutralidade são contestadas, abre-se espaço para mudanças na percepção sobre a importância da administração da dívida pública no desenvolvimento da atividade econômica. Dentro desse quadro, a discussão sobre tamanho e composição ótima da dívida pública passa a ser um tema extremamente importante para especialistas e autoridades fiscais.

Em termos gerais, a administração ótima da dívida pública passa pela minimização dos custos do serviço da dívida e do risco de rolagem da dívida. Além dessas estratégias, a autoridade fiscal deve, no seu planejamento financeiro, levar em conta questões importantes como: risco orçamentário, minimização da perda de eficiência gerada pela tributação, comprometimento e credibilidade das políticas econômicas, “risk sharing” e nível de liquidez financeira. Por último, torna-se importante lembrar que a decisão de poupar dos indivíduos e, em última instância, da economia como um todo, pode ser afetada pela estratégia de emissão e rolagem de dívida das autoridades fiscais – no caso em que as condições necessárias para a neutralidade não se mantêm.

Nesse contexto, o objetivo desse trabalho é, primeiramente, construir um modelo de simulação da dívida interna do setor público brasileiro e de seus principais componentes, com base em cenários para as principais variáveis macroeconômicas que afetam o risco de rolagem e o custo de serviço da dívida. Em um segundo estágio, implantar estratégias de composição da dívida pública e examinar os impactos destas sobre a evolução da dívida em períodos posteriores. Esse modelo nos permitirá comparar o valor esperado e a variância do total da dívida pública interna e de seus principais componentes diante das possíveis estratégias das autoridades fiscal e monetária. Este trabalho pretende, portanto, desenvolver um modelo capaz de simular o comportamento do tamanho e composição da dívida pública: i) diante de diferentes cenários macroeconômicos – comportamento do câmbio, inflação, taxa de juros – e, ii) tomando como dados as estratégias e os objetivos das autoridades fiscal e monetária. Com os resultados desse modelo, poderemos, então, analisar o valor esperado e a variância do tamanho e composição da dívida para cada estratégia, e assim, determinar quais as estratégias ótimas.

## I.2 – Metodologia

Em um primeiro momento, teremos que desenvolver um modelo de simulação capaz de gerar cenários macroeconômicos consistentes. Mais especificamente, será preciso gerar, para cada mês, cenários numéricos para as principais variáveis macroeconômicas que afetam a rentabilidade dos títulos públicos e, portanto, o montante da dívida.

Assim como as variáveis macroeconômicas, as obrigações indexadas da dívida pública possuem comportamento aleatório. Como consequência, teremos que gerar cenários para os componentes da dívida pública, dentro de certas suposições e levando em conta as estratégias de administração da dívida e os cenários macroeconômicos gerados.

Após essa etapa, apresentaremos algumas estratégias de escolha da composição da dívida pública. A partir destas escolhas, conseguiremos construir os cenários para cada componente da dívida e, portanto, para a dívida total.

Esperamos os seguintes resultados para cada uma das estratégias de rolagem da dívida pública:

- i) Série mensal das frequências, em R\$, do montante das obrigações indexadas às variações da taxa nominal de câmbio (R\$/US\$);

- ii) Série mensal das frequências, em R\$, do montante das obrigações indexadas à taxa de juros SELIC;
- iii) Série mensal das frequências, em R\$, do montante das obrigações indexadas à taxa de inflação IGP- FGV;
- iv) Série mensal das frequências do montante total, em R\$, das obrigações indexadas e não indexadas da dívida pública;

Com esses resultados, seremos capazes de analisar os custos esperados e riscos de rolagem da dívida em diferentes estratégias das autoridades fiscal e monetária e determinar quais estratégias minimizam tais custos e riscos.

### I.3 – Em Perspectiva

No Capítulo II, desenvolveremos um modelo simples de geração de cenários macroeconômicos. Neste exercício, utilizaremos o modelo de simulação Monte Carlo Estruturado, onde os cenários das variáveis macroeconômicas são gerados com base nas médias e covariâncias históricas destas variáveis e assumindo ausência de autocorrelação.

No Capítulo III, introduziremos o modelo de simulação da dívida pública, onde assumiremos certos pressupostos necessários para construção do modelo – assumiremos vencimento total da dívida mês a mês, pagamentos a juros contínuos e mesmo nível de risco e liquidez e mesma incidência de impostos para todos os títulos. Diante desses pressupostos construiremos o modelo de simulação da dívida pública.

No Capítulo IV, suporemos algumas estratégias simples de composição da dívida pública e simularemos a evolução da dívida. Apresentaremos os resultados destas simulações em forma de gráficos e tabelas, comparando os resultados encontrados.

No Capítulo V, permitiremos a emissão de títulos com maturidades diferentes e construiremos um novo modelo de simulação da dívida pública interna brasileira, baseado em uma estratégia de composição e maturidade da dívida pública brasileira.

## **II - Modelo de Simulação de Cenários Macroeconômicos**

### II.1 - Modelo Monte Carlo Estruturado

Na tentativa de desenvolver um modelo de simulação numérica que possa descrever a evolução futura da dívida pública interna brasileira e de sua composição, faz-se necessário construir um modelo inicial que seja capaz de produzir cenários consistentes para as principais variáveis macroeconômicas relacionadas à remuneração dos títulos da dívida.

A idéia básica de um modelo é simular, várias vezes, o processo estocástico das variáveis em questão de forma a cobrir grande parte dos cenários possíveis, estabelecendo uma distribuição em cada instante de tempo para cada uma das variáveis. Todavia, é necessário gerar tais processos estocásticos de forma que esses cenários tenham consistência macroeconômica.

Uma forma de garantir a consistência macroeconômica é obrigar que os retornos simulados repliquem os momentos estimados dos retornos efetivos. Seguindo essa idéia inicial, utilizaremos o método Monte Carlo Estruturado para gerar cenários a partir da escolha de um processo estocástico e de seus parâmetros para cada uma das variáveis. A escolha de tal método para geração desses processos estocásticos deve-se ao fato de que este possui uma estrutura de construção simples, ideal para uma primeira análise desse projeto. Além disso, este método atende a condição para a geração de cenários consistentes discutida acima<sup>1</sup>.

No primeiro modelo, descrevemos o comportamento das seguintes variáveis:

- i)  $\ln (E_t / E_{t-1})$  : onde  $E_t$  a taxa de câmbio média comercial, R\$/US\$, de venda do mês  $t$ ;
- ii)  $\ln( 1 + \pi_t )$ : onde  $\pi_t$  é a variação no mês  $t$  do Índice Geral de Preços da Fundação Getúlio Vargas – IGP-DI ;
- iii)  $\ln ( 1 + i_t )$ : onde  $i_t$  é a taxa de juros de títulos públicos federais (BBC), no mês  $t$  ;

Assumiremos que estas variáveis possuem distribuição normal para cada instante  $t$ , onde o vetor dos valores médios,  $MU$ , e a matriz das covariâncias,  $COVMTRX$ , - que representam os parâmetros desta distribuição trivariada - serão estimados pelas suas respectivas séries históricas. Utilizamos as séries a partir de Abril de 1999 para evitar problemas relacionados ao choque estrutural devido à mudança no regime cambial

---

<sup>1</sup> Veja: Jorion, Philippe [1997], “Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk”, Cap XII.

brasileiro em Janeiro de 1999. Abaixo, encontram-se os resultados estatísticos para a construção do vetor das médias e da matriz covariância:

**Tabela 1: Média –  $10^{-2}$**

<b>MÉDIA</b>			
	$\ln ( E_t / E_{t-1} )$	$\ln ( 1 + \pi_t )$	$\ln ( 1 + i_t )$
	0.4024	0.9062	1.4349

**Tabela 2: Covariância –  $10^{-4}$**

<b>MATRIZ COVARIÂNCIA</b>			
	$\ln ( E_t / E_{t-1} )$	$\ln ( 1 + \pi_t )$	$\ln ( 1 + i_t )$
$\ln ( E_t / E_{t-1} )$	13.939	0.218	-0.521
$\ln ( 1 + \pi_t )$	0.218	0.515	-0.034
$\ln ( 1 + i_t )$	-0.521	-0.034	0.071

**Tabela 3: Correlação**

<b>MATRIZ CORRELAÇÃO</b>			
	$\ln ( E_t / E_{t-1} )$	$\ln ( 1 + \pi_t )$	$\ln ( 1 + i_t )$
$\ln ( E_t / E_{t-1} )$	1.0000	0.0813	-0.5232
$\ln ( 1 + \pi_t )$	0.0813	1.0000	-0.1766
$\ln ( 1 + i_t )$	-0.5232	-0.1766	1.0000

Se definirmos como  $e$ , o vetor das três variáveis aleatórias, temos que:  $e \sim N(\mathbf{MU}, \mathbf{COVMTX})$ . Onde:

$$e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ln ( E_t / E_{t-1} ) \\ \ln ( 1 + \pi_t ) \\ \ln ( 1 + i_t ) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$



$$MU = E(e) = 10^{-2} \begin{bmatrix} 0.4024 \\ 0.9062 \\ 1.4349 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$COVMTRX = Cov(e) = 10^{-4} \begin{bmatrix} 13.989 & 0.2178 & -0.5214 \\ 0.2178 & 0.5150 & -0.0338 \\ -0.5214 & -0.0338 & 0.0713 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Observe que MU representa o vetor das estimativas para o valor esperado de cada variável aleatória, assim como, COVMTRX representa o vetor das estimativas para a matriz de covariância<sup>2</sup>. Tais estimativas foram calculadas a partir de dados históricos de  $\ln(E_t / E_{t-1})$ ,  $\ln(1 + \pi_t)$  e  $\ln(1 + i_t)$  no período de Março de 1999 a Março de 2001.

## II.2 - Resultados do Modelo

Inicialmente, foram gerados, pelo programa de simulação, 1 mil cenários por mês, para cada uma das variáveis em questão, sendo Abril de 2001 o primeiro mês e Março de 2002 o último. Definiremos como  $e_{t,i,s}$ , o valor da variável macroeconômica  $i$ ,  $e_i$ , no mês

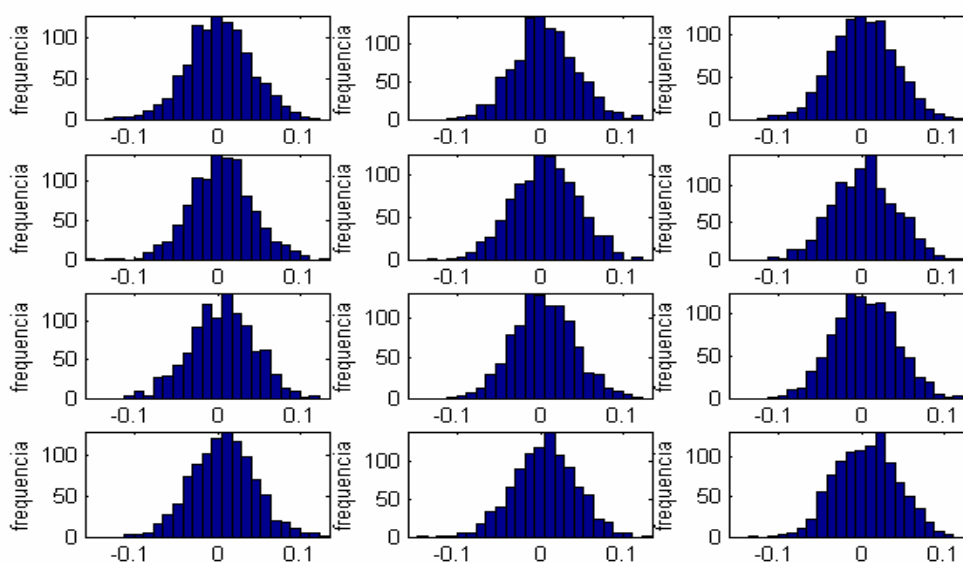
---

<sup>2</sup> Resumidamente, o objetivo deste primeiro modelo é gerar números “pseudo-aleatórios”, a partir de uma distribuição normal “tri-variada” e parâmetros MU e COVMTRX, para os retornos de câmbio, inflação e juros, ao longo de 12 meses.

t, supondo realização do cenário s. Tal notação será também importante para entender os modelos de atualização do valor da dívida.

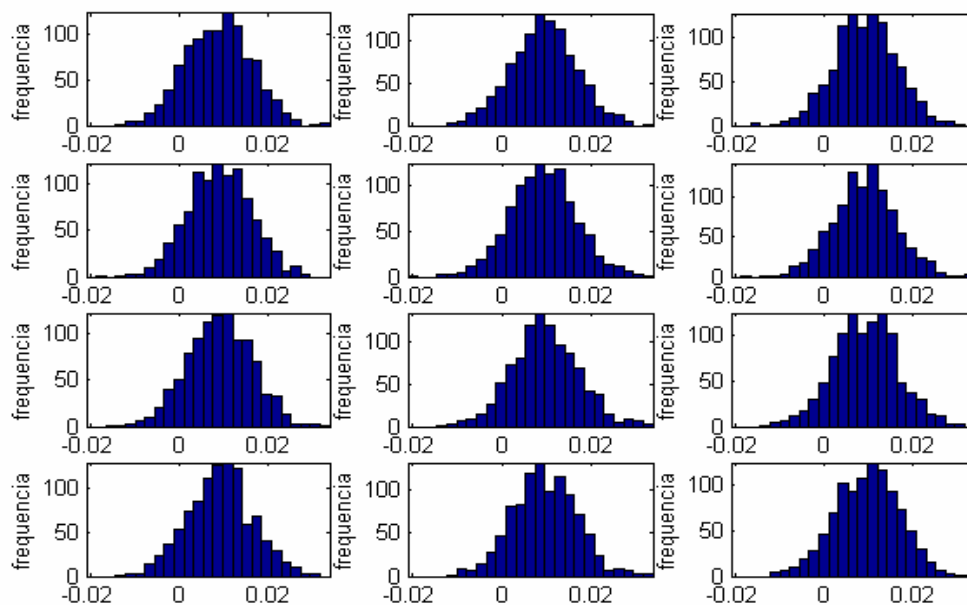
Abaixo apresentamos os principais resultados do nosso modelo de geração de cenários macroeconômicos, lembrando que as linhas de comando utilizadas no programa MATLAB Versão 6.0 encontram-se no Anexo I: Modelo de Simulação dos Cenários Macroeconômicos.

**Figura 1a: Histograma Mensal da Variação Cambial – Abril de 2001 a Março de 2002**



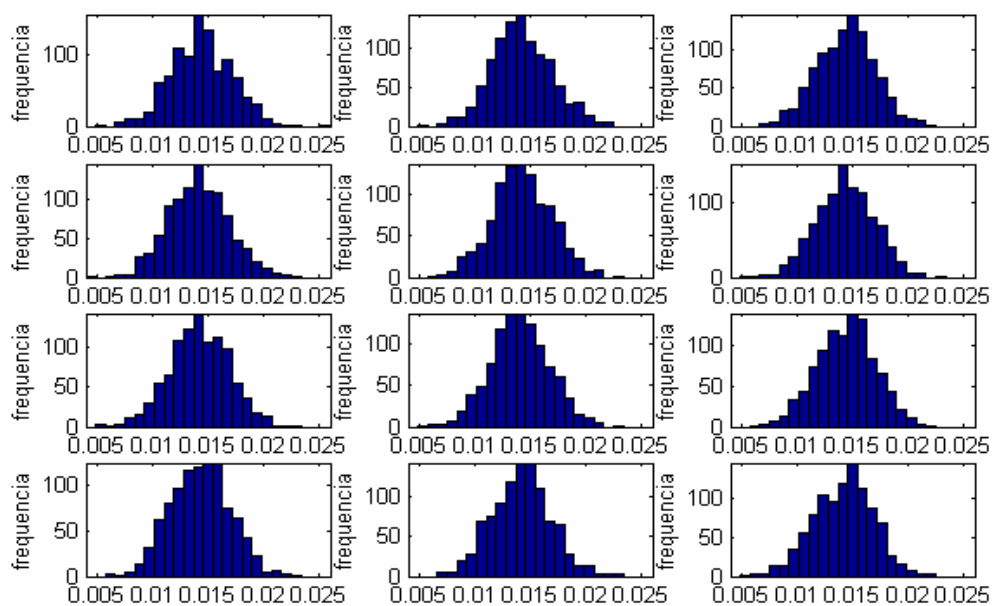
*\*Sequência mensal por linha*

**Figura 1b: Histograma Mensal da Taxa de Inflação - Abril de 2001 a Março de 2002**



*\*Seqüência mensal por linha*

**Figura 1c: Histograma Mensal da Taxa de Juros – Abril de 2001 a Março de 2002**



*\*Seqüência mensal por linha*

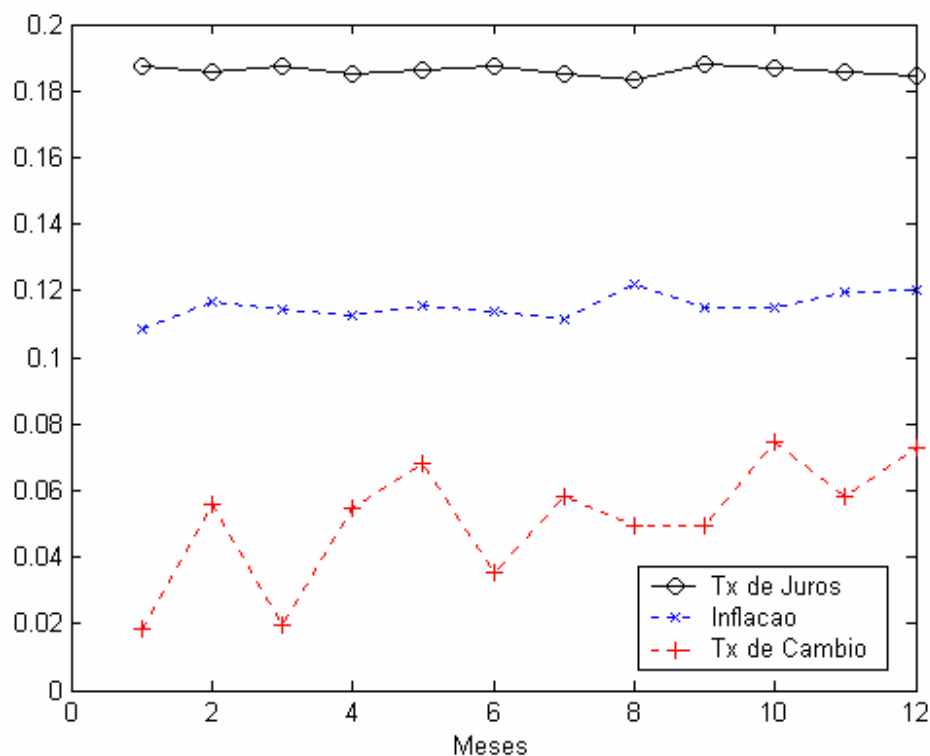
As figuras 1a, 1b e 1c mostram os histogramas mensais dos cenários para cada variável, começando no mês de Abril/01 e terminando em Março/02. No eixo horizontal temos os cenários para cada variável. No eixo vertical encontram-se as frequências para estes cenários.

Podemos observar nos quadros apresentados acima que as distribuições geradas possuem certas assimetrias, próprias do modelo de geração de números aleatórios. Tais assimetrias poderão ser reduzidas na medida em que aumentarmos o número de cenários para cada variável.

**Tabela 4: Evolução das Médias Anualizadas das Variáveis Macroeconômicas – Abril de 2001 a Março de 2002**

	$\text{Ln} ( E_t / E_{t-1} )$	$\text{Ln} ( 1 + \pi_t )$	$\text{Ln} ( 1 + i_t )$
Apr-01	0.0572	0.1181	0.1864
May-01	0.0450	0.1140	0.1878
Jun-01	0.0739	0.1119	0.1881
Jul-01	0.0447	0.1162	0.1868
Aug-01	0.0388	0.1129	0.1859
Sep-01	0.0215	0.1144	0.1879
Oct-01	0.0518	0.1130	0.1873
Nov-01	0.0354	0.1155	0.1865
Dec-01	0.0590	0.1163	0.1870
Jan-02	0.0388	0.1106	0.1871
Feb-02	0.0691	0.1148	0.1863
Mar-02	0.0428	0.1140	0.1876
Média	0.0482	0.1143	0.1871

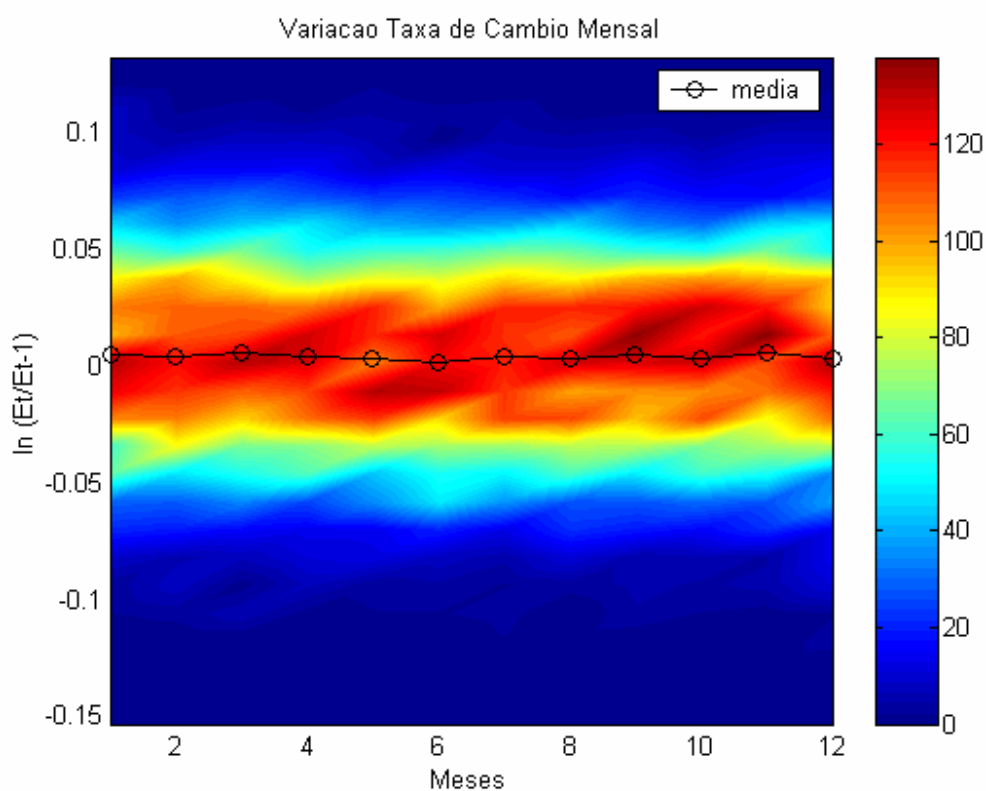
**Figura 2: Evolução das Médias Anualizadas das Variáveis Macroeconômicas –  
Abril de 2001 a Março de 2002**

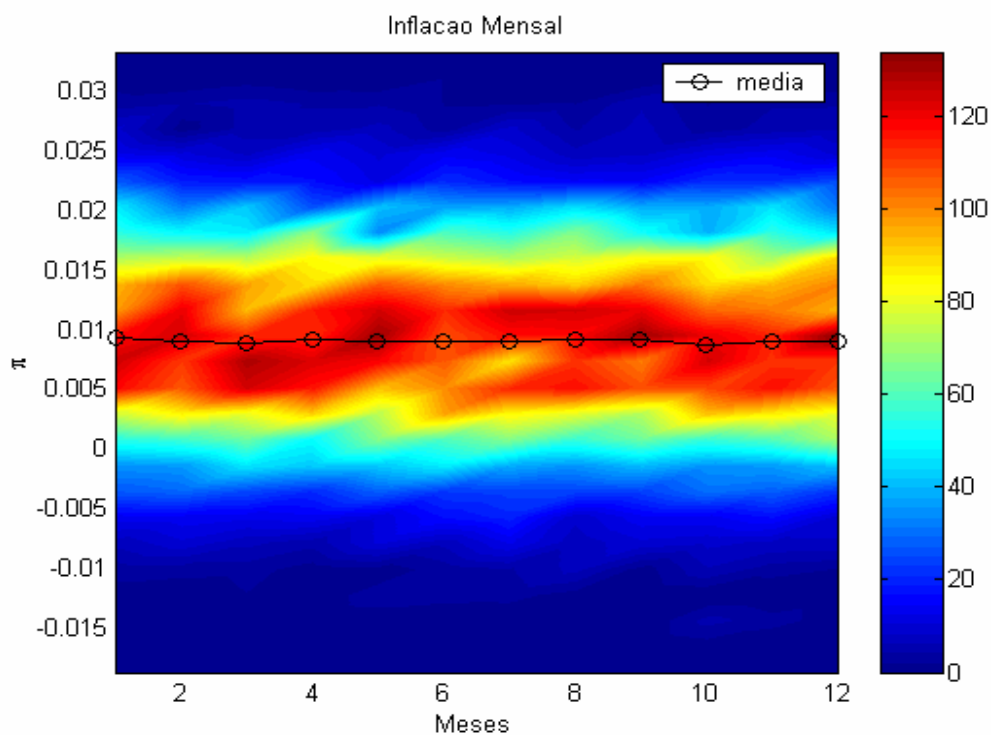
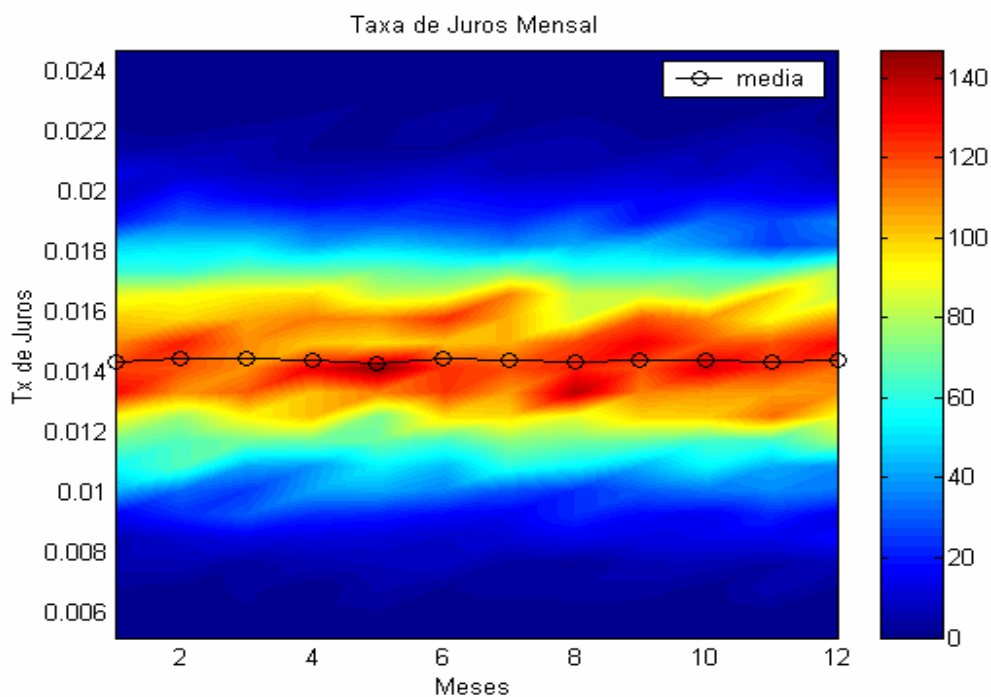


A Tabela 3 mostra a evolução média das variáveis macroeconômicas, em termos anuais. A Figura 2, mostra a evolução gráfica desses dados. Torna-se importante observar que a evolução dos retornos mensais anualizadas do câmbio, inflação e taxa de juros se situam em torno de 0,04816, 0,1143 e 0,1871, respectivamente. Ao analisarmos os elementos do vetor das médias, MU, encontraremos os seguintes resultados: 0,0494, 0,1143, 0,1865 para os retornos de câmbio, inflação e taxa de juros. O leitor atento notará que tais valores se coadunam, não por coincidência, mas sim pela própria natureza do modelo de geração de cenários macroeconômicos.

Uma das maneiras de combinarmos os resultados apresentados acima em apenas um quadro para cada variável seria construindo gráficos das curvas de nível e, ao mesmo tempo, inserir a evolução média de cada variável. Abaixo encontram-se os resultados deste exercício.

**Figura 3a: Curvas de Nível da Variação Cambial - Abril de 2001 a Março de 2002**



**Figura 3b: Curvas de Nível da Inflação - Abril de 2001 a Março de 2002****Figura 3c: Curvas de Nível da Taxa de Juros - Abril de 2001 a Março de 2002**

As Figuras 3a, 3b e 3c mostram a evolução dos cenários das variáveis macroeconômicas. No eixo vertical, temos os possíveis valores (cenários) que cada variável poderá assumir. No eixo horizontal, temos os meses que se estendem de Abril/01 (=1) a Mar/02 (=12). As cores indicam a frequência dos cenários, as barras ao lado de cada gráfico associam as cores às frequências.

O detalhamento de como foram construídos os histogramas mensais, assim como, os gráficos de curvas de níveis apresentados acima se encontram no Anexo II: Apresentações Gráficas das Variáveis Macroeconômicas. Também encontram-se nesse anexo as linhas de comando para construção gráfica em 3-D, que não foram inseridos nesse trabalho. Apresentados esses resultados, iremos agora desenvolver o modelo de simulação da dívida pública.

### II.3 - Limitações do Modelo

Ao utilizarmos o modelo Monte Carlo Estruturado para a geração dos cenários macroeconômicos, devemos estar cientes dos pressupostos e limitações deste modelo. Primeiramente, assumimos que as variáveis macroeconômicas –  $\ln E_t/E_{t-1}$ ,  $\ln(1+\pi_t)$  e  $\ln(1+i_t)$  – possuem distribuição normal, com vetor das médias e matriz covariância estimadas por séries históricas. Na geração dos números aleatórios, assumimos também que as variáveis macroeconômicas não possuem autocorrelação, ou seja, que valores passados das variáveis não têm importância na determinação de seus valores futuros.



### **III - MODELO DE SIMULAÇÃO DA DÍVIDA PÚBLICA**

#### **III.1 - Principais Componentes da Dívida Pública**

A partir dos resultados apresentados acima, poderemos construir um modelo capaz de gerar cenários para a evolução da dívida pública e de sua composição. A primeira dificuldade que encontramos, todavia, reside em construir uma regra para mensurar o impacto da evolução das variáveis macroeconômicas sobre a evolução da dívida pública.

Existem diferentes tipos de instrumentos financeiros que podem ser utilizados pelas autoridades fiscais na administração da dívida pública. Tais instrumentos podem ser classificados de acordo com as seguintes características: tipos de indexação, maturidade, capacidade de negociação, tipo de moeda e presença de contratos de opções de compra. Estas características determinam as diferentes relações de retorno versus risco dos títulos públicos.

Em nossa primeira simulação, nos preocuparemos apenas com os diferentes tipos de indexações e, portanto, o tipo de remuneração. No mercado de títulos públicos, a remuneração dos títulos é determinada por dois fatores. O primeiro caracteriza-se por um indexador que tem a função de atualizar o valor nominal dos cupons de pagamento do título, (ex. índice de inflação, variação cambial, taxa de juros, etc), bem como do principal. O segundo é a própria remuneração determinada pelo juro do cupom (ex. se o indexador for a variação cambial, denominamos a remuneração de juros como cupom cambial). Dentro deste quadro, optamos por agrupar a dívida em 5 componentes diferentes:

- i) Dívida proveniente da emissão de títulos públicos com atualização do valor nominal definida pela variação da taxa de câmbio comercial R\$/US\$ – NTN-E como principal papel;
- ii) Dívida proveniente da emissão de títulos públicos com atualização do valor nominal definida pela variação do índice geral de preços IGP-M ou IGP-DI – NTN-C;
- iii) Dívida proveniente da emissão de títulos públicos com atualização do valor nominal definida pela taxa média ajustada dos financiamentos, apurados pela SELIC, para títulos públicos federais – LFT como principal papel pós-fixado;
- iv) Dívida proveniente da emissão de títulos públicos com taxa de remuneração implícita no deságio do título - LTN como principal papel pré-fixado;
- v) Dívida residual, que possui seu valor nominal atualizado por outros índices.

Definidos os principais componentes da dívida pública em termos de fatores de remuneração, iremos agora construir um modelo de atualização mensal do valor da dívida. A próxima seção tem como objetivo explicar somente a teoria e os pressupostos utilizados no modelo de simulação da dívida pública<sup>3</sup>.

### III.2 - Atualização do Valor da Dívida Pública

Essa seção terá como objetivos, definir quais serão os pressupostos e regras para atualização do valor da dívida e prover explicações intuitivas para seu uso. Com as regras para atualização do valor da dívida pública definidas, poderemos observar o comportamento desta diante de diferentes cenários macroeconômicos e também observar as mudanças na sua trajetória esperada ocasionadas por mudanças inesperadas no comportamento das variáveis macroeconômicas.

#### III.2.1 – Pressupostos para Atualização do Valor da Dívida

Em um primeiro momento, assumiremos que cada componente da dívida pública será atualizado de acordo com os seguintes pressupostos:

- 1) O vencimento total da dívida ocorre mês a mês, sendo esse montante refinanciado imediatamente;
- 2) Assumiremos pagamento a juros contínuos;

---

<sup>3</sup> A derivação dos fatores de atualização da dívida encontram-se no Apêndice I: Modelo de Simulação da Dívida com Maturidade de 1 mês.

3) Títulos possuem mesmo nível de risco e liquidez e mesma incidência de impostos.

A adoção do primeiro pressuposto implica que todos os títulos possuem maturidades iguais a 1 mês. A consequência imediata encontra-se na incapacidade do gestor da dívida pública de emitir títulos com maturidades e *durations* diferentes, essenciais para administrar o risco de rolagem, os custos do serviço da dívida e a frequência da necessidade de refinanciamento. Todavia, torna-se importante lembrar que, em um primeiro momento, tal simplificação será essencial para a operacionalização do modelo. O segundo pressuposto descreve a maneira como ocorrerá a acumulação dos juros e a atualização do valor da dívida. As consequências do último pressuposto são importantes e serão abordadas ao definirmos os fatores de atualização da dívida.

Definidos os pressupostos, poderemos atualizar o montante da dívida referente a cada componente da dívida a partir dos 5 tipos de remuneração, descritos na seção anterior. Primeiramente, devemos lembrar que cada um dos componentes da dívida é uma variável aleatória. Neste caso, podemos definir  $B$  como o vetor dos componentes da dívida:

$$B_j = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

onde:

$B_1$  = Dívida proveniente da emissão de títulos cambiais;

$B_2$  = Dívida proveniente da emissão de títulos indexados a inflação;

$B_3$  = Dívida proveniente da emissão de títulos pós-fixados;

$B_4$  = Dívida proveniente da emissão de títulos pré-fixados;

$B_5$  = Dívida residual.

Portanto, podemos definir  $B_{t,j,s}$ , como o valor do componente  $j$  da dívida,  $B_j$ , no mês  $t$ , supondo realização do cenário  $s$ . Tais realizações serão geradas a partir de regras de atualização do valor nominal da dívida expostas a seguir.

### III.2.2 – Fatores de Atualização para cada Componente da Dívida Pública

Essa seção tem como objetivo desenvolver o modelo de atualização, mês a mês, do valor nominal dos componentes da dívida pública, permitindo a construção dos cenários para dívida pública ao longo do tempo. O primeiro passo será a definição das taxas de remuneração de cada componente da dívida. Definidas tais taxas, iremos construir os fatores de remuneração para cada mês  $t$  e realização do cenário  $s$ . Anteriormente, assumimos que os títulos possuem maturidades iguais a 1 mês e, como consequência, não há necessidade de nos preocuparmos com a construção de uma estrutura a termo das taxas de juros (no capítulo V, abandonaremos o pressuposto 1 e construiremos uma estrutura a termo para as taxas de juros).

Como consequência principal do pressuposto 3, o diferencial da remuneração entre os cupons de dois títulos distintos reflete o diferencial entre a remuneração esperada de seus respectivos indexadores. Por exemplo, se um título pós-fixado está remunerando a uma taxa de 1,4% e a remuneração referente ao cupom de um título cambial é de 1,0%, pode-se dizer

que a expectativa de desvalorização é de 0,4% – lembre-se que os títulos possuem mesma maturidade.

Desta forma, a remuneração dos títulos cambiais, indexados à inflação, pós-fixados e pré-fixados irá obedecer a um conjunto de equações de paridade, de forma que seus respectivos retornos esperados, para cada período  $t$ , sejam iguais. Destas equações de paridade encontraremos os valores do cupom cambial e do cupom de inflação, necessários para definir a remuneração dos componentes da dívida públicas indexados à variação cambial e a taxa de inflação.

De uma maneira mais formal, se denominarmos  $i_t$ ,  $\pi_t$  e  $E_t$ , respectivamente como as taxas de juros, de inflação e de câmbio no mês  $t$ , as equações de paridade entre taxa de juros e cupom cambial e taxa de juros e cupom de inflação poderão ser definidas pelas equações abaixo:

$$i_t = \text{cupom cambial}_t + E(\ln E_t / E_{t-1} | \Omega_{t-1}) \quad (3.2)$$

$$i_t = \text{cupom de inflação}_t + E(\pi_t | \Omega_{t-1}) \quad (3.3)$$

onde  $E(\ln E_t / E_{t-1} | \Omega_{t-1})$  e  $E(\pi_t | \Omega_{t-1})$  representam, respectivamente, a expectativa de variação cambial e de inflação em  $t$ . Note que se subtrairmos (3.2) e (3.3) teremos que:

$$\text{cupom cambial}_t - \text{cupom de inflação}_t = E(\pi_t | \Omega_{t-1}) - E(\ln E_t / E_{t-1} | \Omega_{t-1}) \quad (3.4)$$

A equação (3.4) revela o que havíamos descrito anteriormente a respeito da condição de paridade imposta pelo pressuposto 3.

Como relação dívida pública em títulos pós e pré-fixados podemos pensar que, para a primeira, a remuneração ocorrerá com base na taxa de juros  $i_t$  vigente ao final do mês  $t$ , enquanto que para a segunda, torna-se natural pensarmos que esta é remunerada a partir da expectativa com relação a  $i_t$ ,  $E(i_t|\Omega_{t-1})$ .

Devemos lembrar que estamos construindo cenários para as possíveis realizações dos componentes da dívida com base nos possíveis cenários macroeconômicos. Portanto, para cada cenário macroeconômico, teremos um determinado fator de remuneração da dívida, responsável por determinar o valor de cada componentes da dívida em  $t+1$ . Tal exercício determinará o valor total da dívida pública a cada mês<sup>4</sup>.

### III.2.3 – Atualização dos Componentes da Dívida Pública

Se definirmos como  $E_{t,j,s}$ , o valor do fator de atualização do componente  $j$  da dívida, no mês  $t$ , dada a realização do cenário  $s$ , atualização de  $B_{t,j,s}$  – valor do componentes  $j$  da dívida para cada mês  $t$  e cenário  $s$  – ocorrerá da seguinte forma:

$$B_{t+1,j,s} = B_{t,j,s} * E_{t,j,s} \quad (3.9)$$

---

<sup>4</sup> O desenvolvimento do modelo de atualização da dívida encontra-se no Apêndice I.

Importante notar que o valor inicial ( $t=1$ ) da dívida é igual a 0,5486 trilhões de reais (montante da dívida em Mar/01), para todos os 1 mil cenários, portanto:

$$B_{1,j,s} = 0.5486 \text{ trilhões de reais} \quad (3.10)$$

### III.3 – Conclusões

Este capítulo definiu os principais passos necessários para a construção do modelo de simulação da dívida pública. Primeiramente, definimos quais são os principais componentes da dívida pública brasileira. Definidos tais componentes da dívida, foi possível construir um modelo capaz de gerar os cenários para dívida pública a partir dos fatores de remuneração da dívida, que por sua vez foram construídos com base em pressupostos anteriormente definidos. No Anexo III, estão as linhas de comando necessárias para a construção do modelo de simulação para a dívida pública que iremos examinar no próximo capítulo.



## IV – ESTRATÉGIAS E SIMULAÇÃO DA DÍVIDA

### IV.1 – O Papel da Administração da Dívida e das Estratégias

As economias modernas têm se caracterizado por um elevado nível de dívida pública. Tal fato, aliado ao desenvolvimento e liberalização dos mercados de capitais, exacerba a importância da administração da dívida pública como instrumento de política econômica<sup>5</sup>.

À medida que a razão dívida versus PIB aumenta, crescem os efeitos da administração da dívida sobre a estabilidade econômica de um país afetando os consumidores em suas decisões de poupança versus consumo, o mercado de capitais com mudanças no nível de liquidez financeira e no provisionamento de *hedge* para investidores, expectativas do mercado e a credibilidade das políticas fiscais e monetárias.

---

<sup>5</sup>Missale, Alessandro [1999], “Public Debt Management”, Preface, Oxford Press.

Outra evidência que reforça a necessidade de uma administração eficaz da dívida pública encontra-se no aumento da volatilidade das variáveis financeiras ao longo das últimas décadas. Por um lado, tal evidência leva a uma necessidade maior de provisionamento de *hedge* por parte do governo aos mercados, principalmente, em se tratando de *hedge* cambial e de países onde as empresas possuem elevado passivo em moeda estrangeira. Por outro lado, a alta volatilidade das variáveis financeiras aumenta a preocupação na escolha de instrumentos e de maturidades da dívida pública devido à alta incerteza que tal volatilidade provoca sobre a evolução da dívida pública –aumentando os custos de serviço da dívida e riscos de rolagem.

#### IV.2 – Estratégias e Resultados

Apresentaremos agora estratégias de composição simples, onde supomos que a dívida possui apenas um componente, e estratégias de composição múltipla, onde supomos que a dívida pública apresenta diferentes componentes. Torna-se importante lembrar que ainda estamos sob as restrições impostas pelos pressupostos do capítulo anterior.

Por último, no Anexo III, encontram-se as linhas de comando necessárias para construção do modelo simulação da dívida e, no Anexo IV, as linhas de comando para a construção gráfica dos modelos que serão apresentados a seguir.

## V.2.1 - Estratégias de Composição Única

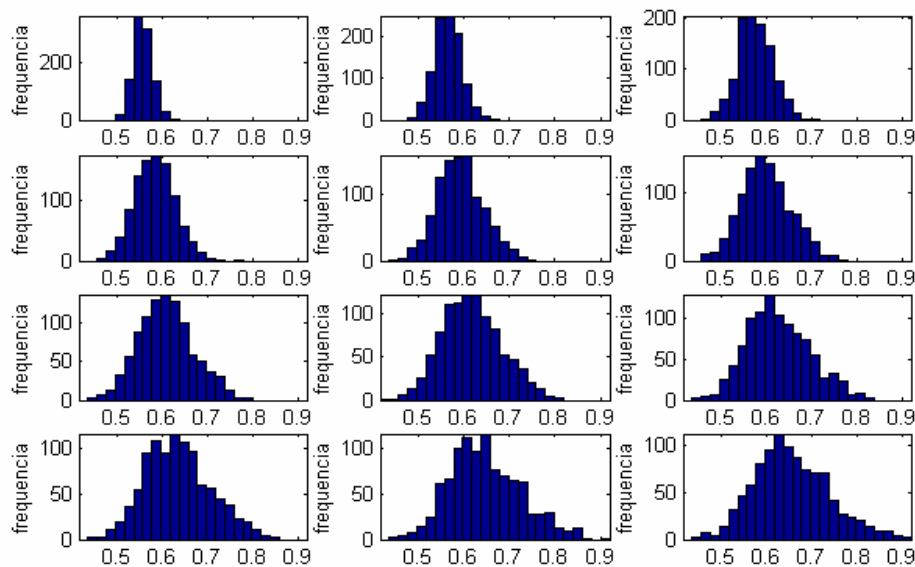
Primeiramente, iremos aplicar 4 estratégias simples para a rolagem da dívida pública, onde esta será composta apenas de: (i) títulos cambiais, (ii) títulos indexados a inflação, (iii) títulos pós-fixados, ou de (iv) títulos pré-fixados.

Os resultados deste primeiro exercício nos fornecerão a intuição necessária para entendermos a relação sobre risco, retorno e evolução da dívida.

### IV.2.1.1 - Dívida 100% em Títulos Cambiais

Nessa primeira simulação apresentamos os resultados de rolagem mensal da dívida pública, durante um período de 12 meses, supondo que a 100% da dívida se encontra em títulos cambiais.

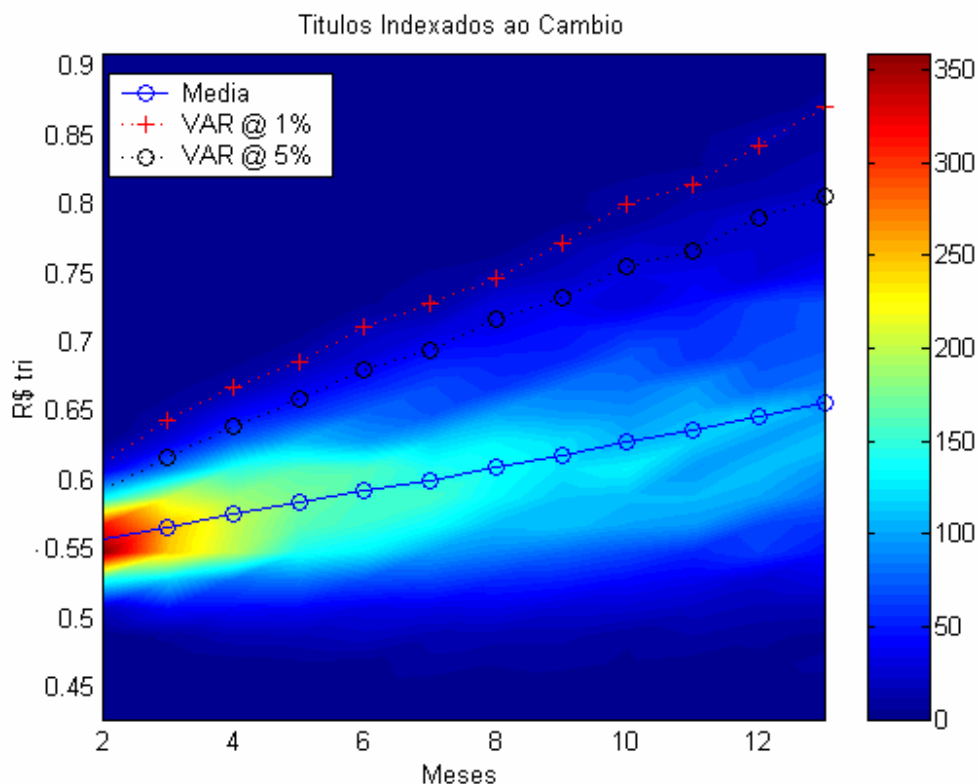
**Figura 4a: Histograma Mensal da Dívida Pública – Abril 2001 a Março 2002**



*Seqüência dos meses por linha*

A Figura 4a mostra os histogramas mensais dos cenários da dívida pública sob a hipótese de emissão de títulos indexados apenas à variação cambial. Podemos observar nos quadros apresentados acima que as distribuições geradas possuem certas assimetrias, próprias do modelo de geração de números aleatórios. Tais assimetrias poderão ser reduzidas na medida em que aumentarmos o número de cenários no modelo de geração das variáveis macroeconômicas.

**Figura 4b: Curvas de Nível da Dívida Pública – Abril 2001 a Março 2002**



A Figura 4b mostra a evolução dos cenários da dívida pública sob a hipótese de emissão de títulos indexados apenas à variação cambial. No eixo vertical, temos os possíveis valores, medidos em R\$ trilhões. No eixo horizontal, temos os meses que se estendem de Abril/01 (=2) a Mar/02 (=13). As cores indicam a frequência dos cenários, as barras ao lado de cada gráfico associam as cores às frequências – por exemplo, a cor vermelha indica que o nível de frequência encontra-se próximo de 300, enquanto que a cor azul ciano indica que o nível de frequência encontra-se próximo de 150.

A partir das figuras 4a e 4b, podemos observar que a distribuição da dívida ao longo do tempo se encontra em torno da média. Todavia, à medida que o horizonte de tempo aumenta, a frequência em torno da média cai, enquanto a variância da distribuição aumenta.

Neste último quadro introduzimos a série do VAR aos níveis de confiança de 1% e 5%. Observe que no mês de Abril de 2002 (=13), o VAR ao nível de confiança de 1% chega a R\$ 0.8730 trilhões, enquanto que o VAR ao nível de confiança de 5% chega a R\$ 0.8060 trilhões. Utilizamos aqui o conceito de VAR como sendo o maior (ou pior) nível da dívida esperado para um dado nível de confiança<sup>6</sup>.

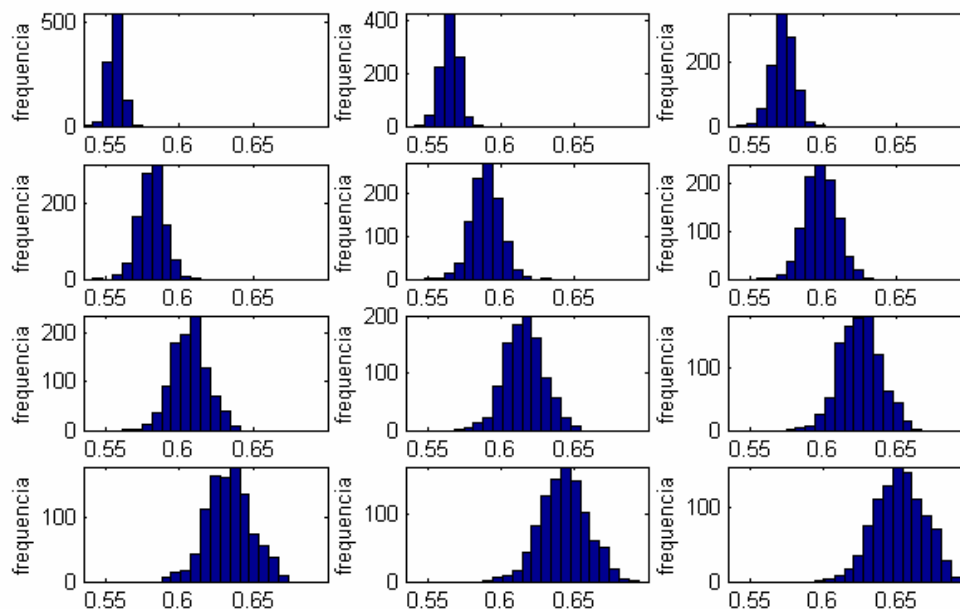
#### IV.2.1.2 - Dívida 100% em Títulos Indexados a Inflação

Nessa segunda simulação apresentamos os resultados da rolagem mensal da dívida pública, durante um período de 12 meses, supondo que a 100% da dívida se encontra em títulos indexados a inflação.

---

<sup>6</sup> Jorion, Philippe [1997], “Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk”, Cap 5

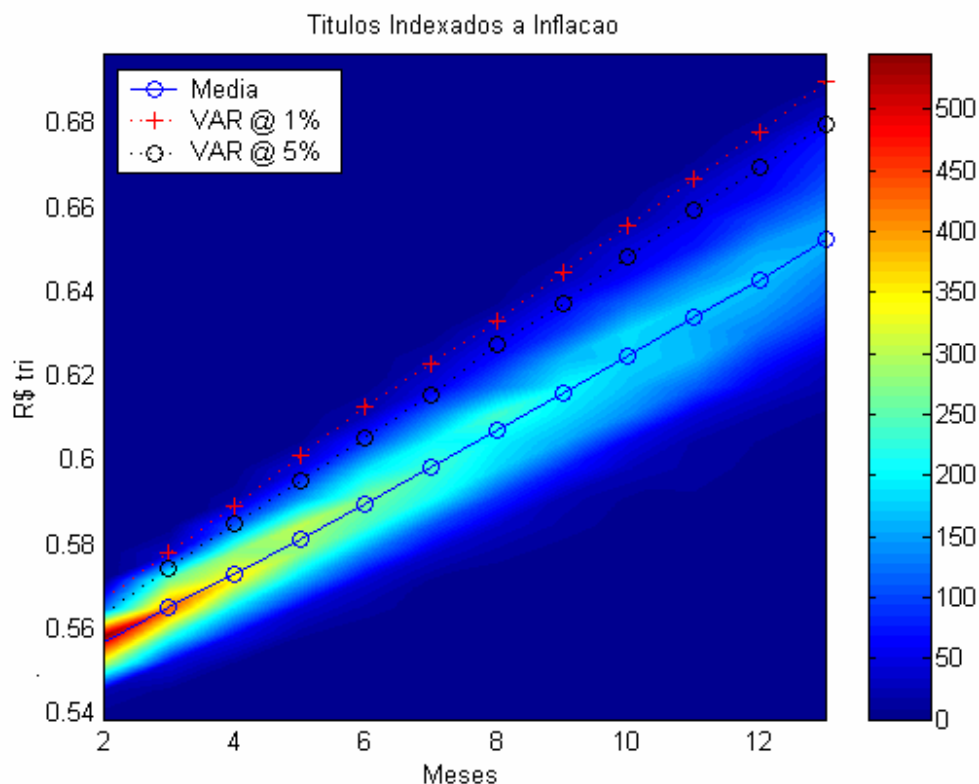
**Figura 5a: Histograma Mensal da Dívida Pública – Abril 2001 a Março 2002**



*Seqüência dos meses por linha*

A Figura 5a mostra os histogramas mensais dos cenários da dívida pública sob a hipótese de emissão de títulos indexados apenas a inflação. Podemos observar nos quadros apresentados acima que as distribuições geradas possuem certas assimetrias, próprias do modelo de geração de números aleatórios.

**Figura 5b: Curvas de Nível da Dívida Pública – Abril 2001 a Março 2002**



A Figura 5b mostra a evolução dos cenários da dívida pública, sob a hipótese de emissão de títulos indexados apenas à variação cambial. No eixo vertical, temos os possíveis valores da dívida, medidos em R\$ trilhões. No eixo horizontal, temos os meses que se estendem de Abril/01 (=2) a Mar/02 (=13).

Assim como na primeira simulação, podemos observar que a distribuição da dívida ao longo do tempo se encontra em torno da média. Todavia, à medida que o horizonte de tempo aumenta, a frequência em torno da média cai, enquanto a variância da distribuição aumenta.

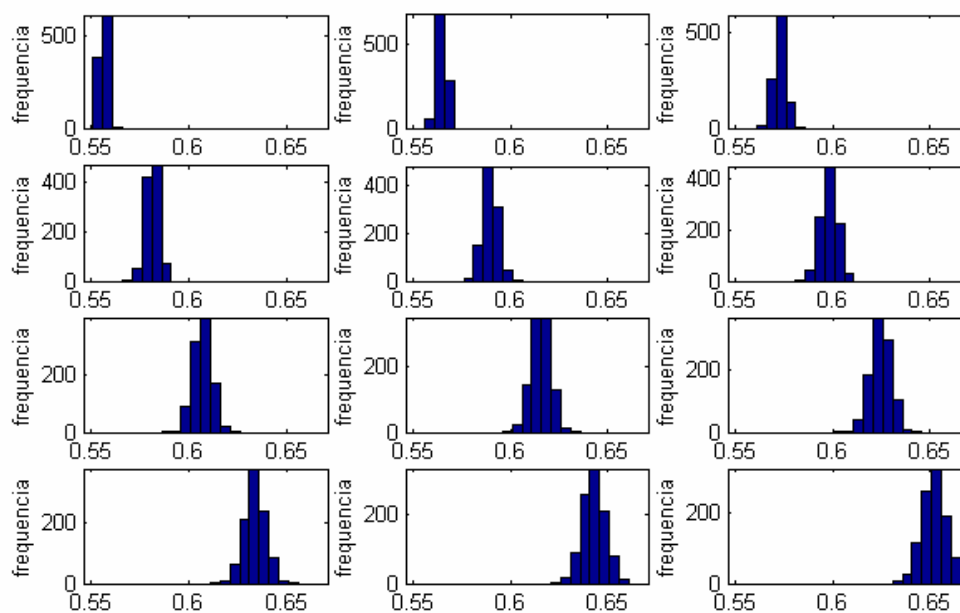


Neste último quadro introduzimos a série do VAR aos níveis de confiança de 1% e 5%. Note que no mês de Abril de 2002 (=13), o VAR ao nível de confiança de 1% chega a R\$ 0.6900 trilhões, enquanto que o VAR ao nível de confiança de 5% chega a R\$ 0.6796 trilhões.

#### IV.2.1.3 - Dívida 100% em Títulos Pós-Fixados

Nessa simulação apresentamos o resultado da rolagem mensal da dívida pública, durante um período de 12 meses, supondo que a 100% da dívida se encontra em títulos pós-fixados.

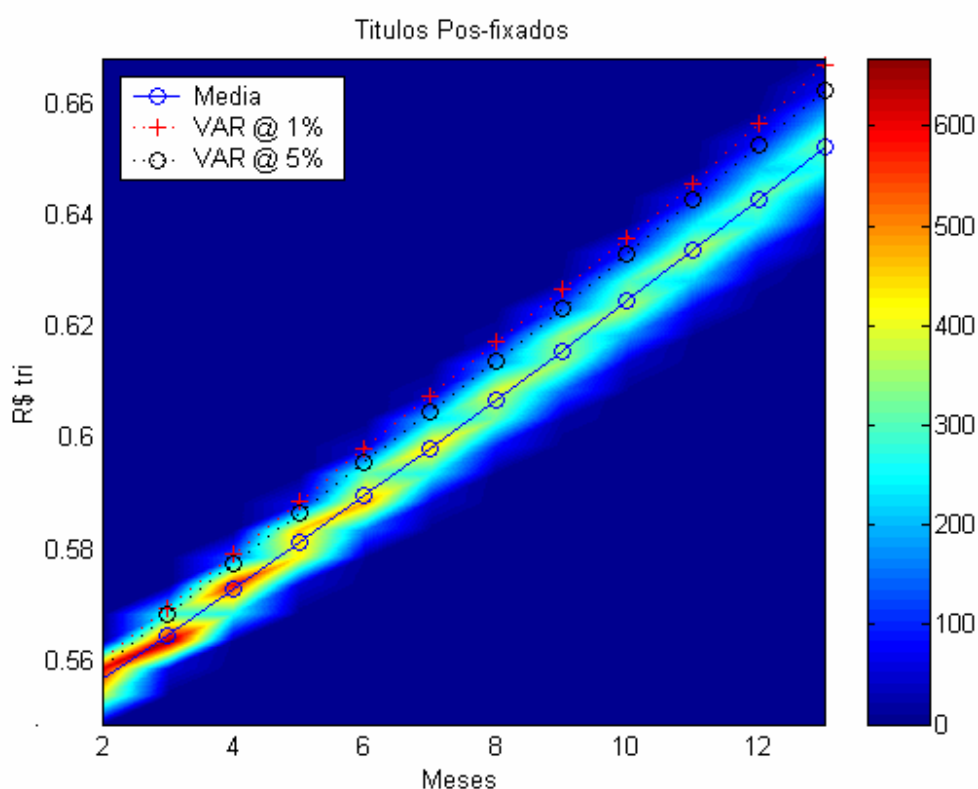
**Figura 6a: Histograma Mensal da Dívida Pública – Abril de 2001 a Março de 2002**



*Seqüência dos meses por linha*

A Figura 6a mostra os histogramas mensais dos cenários da dívida pública sob a hipótese de emissão apenas de títulos pós-fixados. Podemos observar nos quadros apresentados acima que as distribuições geradas possuem certas assimetrias, próprias do modelo de geração de números aleatórios.

**Figura 6b: Curvas de Nível da Dívida Pública– Abril 2001 a Março 2002**



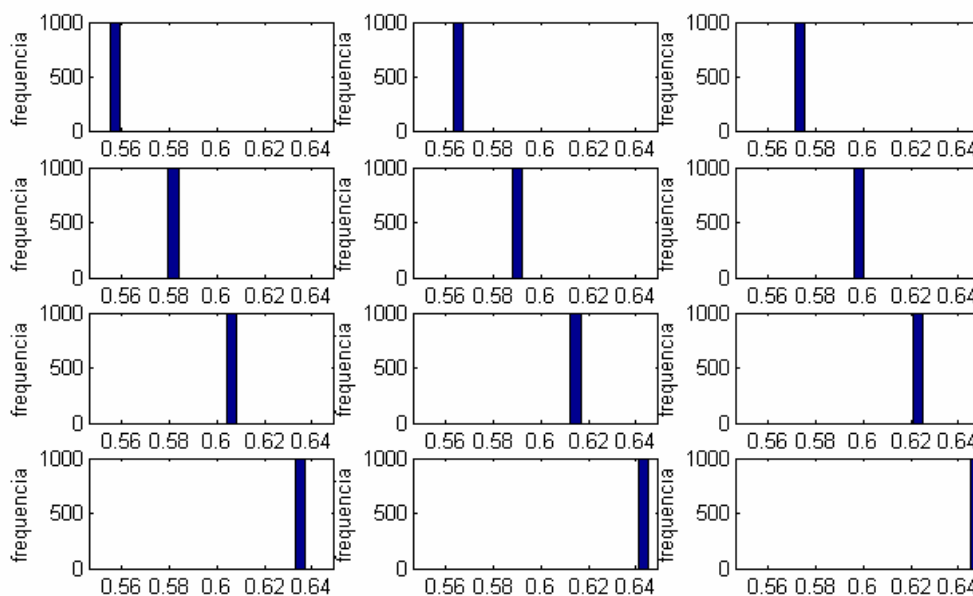
A Figura 6b mostra a evolução dos cenários da dívida pública, sob a hipótese de emissão somente de títulos pós-fixados. Assim como nas simulações anteriores, podemos observar que a distribuição da dívida ao longo do tempo se encontra em torno da média. Todavia, à medida que o horizonte de tempo aumenta, a frequência em torno da média cai, enquanto a variância da distribuição aumenta. O leitor atento perceberá que a variância da

dívida, ao longo do tempo, não aumenta na mesma intensidade que nos casos anteriores. Este fato se deve a baixa estimativa para a variância da taxa de juros, calculadas a partir dos dados históricos (ver Tabela 2).

#### IV.2.1.4 - Dívida 100% em Títulos Pré-Fixados

Nessa simulação apresentamos o resultado da rolagem mensal da dívida pública, durante um período de 12 meses, supondo que a 100% da dívida se encontra em títulos pré-fixados.

**Figura 7: Histograma Mensal da Dívida Pública – Abril 2001 a Março 2002**



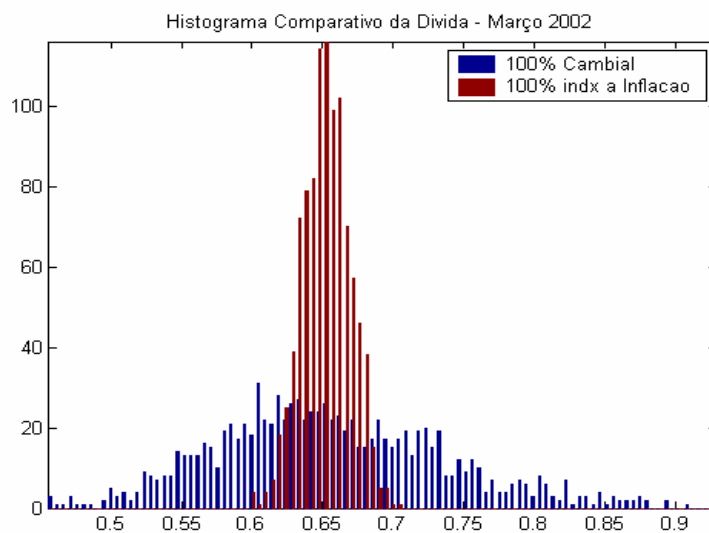
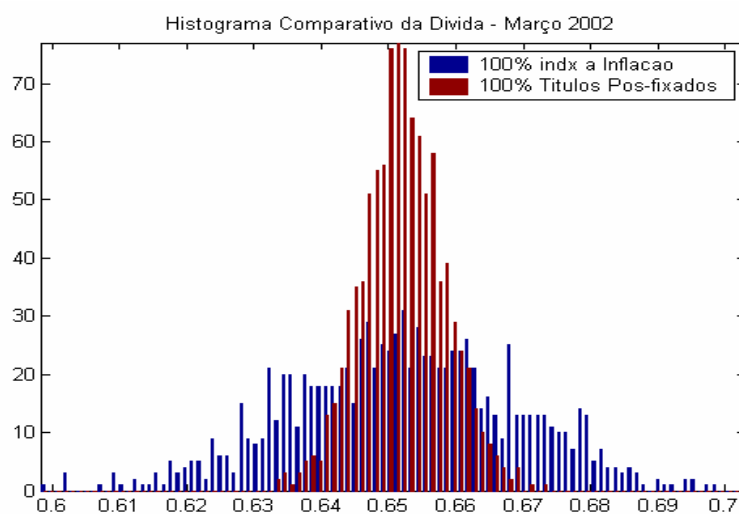
*Seqüência dos meses por linha*

A Figura 7 mostra os histogramas mensais dos cenários da dívida pública sob a hipótese de emissão apenas de títulos pré-fixados. Podemos observar que em cada histograma a frequência encontra-se concentrada em apenas um subintervalo. Isso ocorre porque os títulos pré-fixados possuem seus valores nominais futuros fixos. Portanto, se a dívida fosse completamente constituída de títulos pré-fixados saberíamos, com toda a certeza, qual o volume total da dívida a cada período.

#### IV.2.1.5 – Comparação dos Resultados

Esta seção tem como objetivo apenas reforçar as conclusões acima através de uma apresentação gráfica diferente e da apresentação de um quadro resumo com as principais estatísticas discutidas acima.

Agora apresentaremos histogramas comparativos da dívida pública dentro das estratégias descritas nas seções anteriores. A Figura 8a apresenta a distribuição da dívida 100% em títulos cambiais, conjuntamente com a distribuição da dívida em títulos 100% indexados à inflação. A Figura 8b apresenta a distribuição da dívida em títulos 100% indexados à inflação, conjuntamente com a distribuição da dívida 100% em títulos pós-fixados.

**Figura 8a: Histograma Comparativo****Figura 8b: Histograma Comparativo**

Na Figura 8a, podemos observar a diferença das dispersões das duas distribuições. O fato da distribuição da dívida em títulos cambiais ser menos concentrada que a distribuição em títulos indexados à inflação, deve-se a maior variância histórica da variação cambial em relação à variância da inflação.

Na Figura 8b, podemos observar a diferença das dispersões de duas distribuições. O fato da distribuição da dívida em títulos indexados à inflação ser menos concentrada que a distribuição da dívida em títulos pós-fixados, deve-se a maior variância histórica da variação cambial em relação à variância da inflação.

Abaixo segue quadro resumo com as principais estatísticas mostradas nas seções anteriores deste capítulo. Lembre-se que a dívida em títulos pré-fixados apresenta evolução determinística e, portanto, estatísticas como VAR não trazem nenhuma informação significativa.

**Tabela 5: Tabela Resumo – Dívida dada Estratégias de Composição Simples**

Em R\$ trilhões

	VAR @ 1%			VAR @ 5%			Esperada			
	Cambial	Inflação	Pós-Fixados	Cambial	Inflação	Pós-Fixados	Cambial	Inflação	Pós-Fixados	Pré-Fixados
<b>Apr-01</b>	0.6123	0.5666	0.5603	0.5918	0.5637	0.5589	0.5573	0.5567	0.5565	0.5565
<b>May-01</b>	0.6428	0.5777	0.5694	0.6161	0.5742	0.5685	0.5656	0.5648	0.5646	0.5646
<b>Jun-01</b>	0.6674	0.5891	0.5793	0.6391	0.5847	0.5775	0.5753	0.5730	0.5729	0.5728
<b>Jul-01</b>	0.6857	0.6009	0.5887	0.6590	0.5949	0.5865	0.5839	0.5813	0.5812	0.5810
<b>Aug-01</b>	0.7117	0.6125	0.5979	0.6798	0.6052	0.5955	0.5922	0.5897	0.5896	0.5894
<b>Sep-01</b>	0.7282	0.6227	0.6075	0.6949	0.6152	0.6045	0.5999	0.5983	0.5981	0.5979
<b>Oct-01</b>	0.7467	0.6331	0.6171	0.7173	0.6273	0.6139	0.6090	0.6069	0.6068	0.6066
<b>Nov-01</b>	0.7720	0.6446	0.6265	0.7325	0.6371	0.6232	0.6177	0.6158	0.6156	0.6154
<b>Dec-01</b>	0.8007	0.6557	0.6356	0.7547	0.6484	0.6330	0.6273	0.6248	0.6245	0.6242
<b>Jan-02</b>	0.8145	0.6669	0.6454	0.7671	0.6595	0.6427	0.6362	0.6337	0.6336	0.6333
<b>Feb-02</b>	0.8432	0.6777	0.6562	0.7910	0.6693	0.6526	0.6468	0.6429	0.6427	0.6424
<b>Mar-02</b>	0.8703	0.6900	0.6666	0.8060	0.6796	0.6623	0.6563	0.6522	0.6521	0.6517

Observando a Tabela 5, podemos constatar que, em Março de 2002, a dívida esperada (ou média) em títulos pré-fixados é menor em comparação com as demais. Como em nosso modelo utilizamos remuneração em tempo contínuo, tal fato pode ser explicado pelo teorema da Desigualdade de Jensen (Dudewicz e Mishra, 1988), que diz que, dentro de certas condições, se  $f(x) = e^x$  e  $z$  é uma variável aleatória, temos que:  $e^{E(z)} > E(e^z)$ . Neste mesmo período, podemos observar que a dívida esperada em títulos pós-fixados é menor que a dívida esperada em títulos indexados à inflação que, por sua vez, é menor que a dívida em títulos cambiais. Podemos atribuir esse fato a magnitude de cada variância. A variância da taxa de retorno dos títulos pós-fixados é menor que a variância da taxa de retorno dos títulos indexados à inflação que, por sua vez, é menor que a variância da taxa de retorno dos títulos indexados à variação cambial.

#### **IV.2.2 - Estratégias de Composição Múltipla**

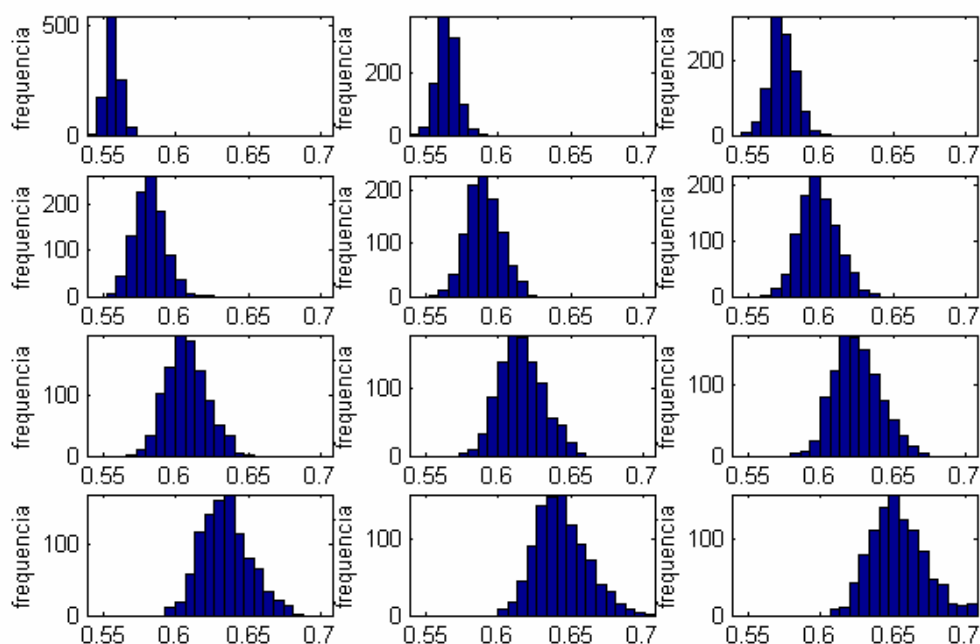
Nesta seção apresentaremos um modelo de simulação da dívida considerando os principais componentes da dívida pública brasileira. Tomaremos como base a composição da dívida em Março de 2001 e construiremos cenários para os próximos 12 meses para cada componente da dívida pública. Com esses resultados poderemos construir a evolução dos cenários da dívida pública total.

Além dos pressupostos discutidos no capítulo anterior, iremos supor que cada montante da dívida que vence em determinado período será rolado novamente, respeitando a composição da dívida ao final de cada período. Ou seja, todo o montante da dívida, que se

encontra em um determinado tipo de título público, deverá ser rolada emitindo-se os mesmos tipos de títulos.

Abaixo se encontram os principais resultados da simulação da dívida total e algumas inferências estatísticas sobre os resultados da simulação.

**Figura 9a: Histograma Mensal da Dívida Pública – Abril 2001 a Março 2002**



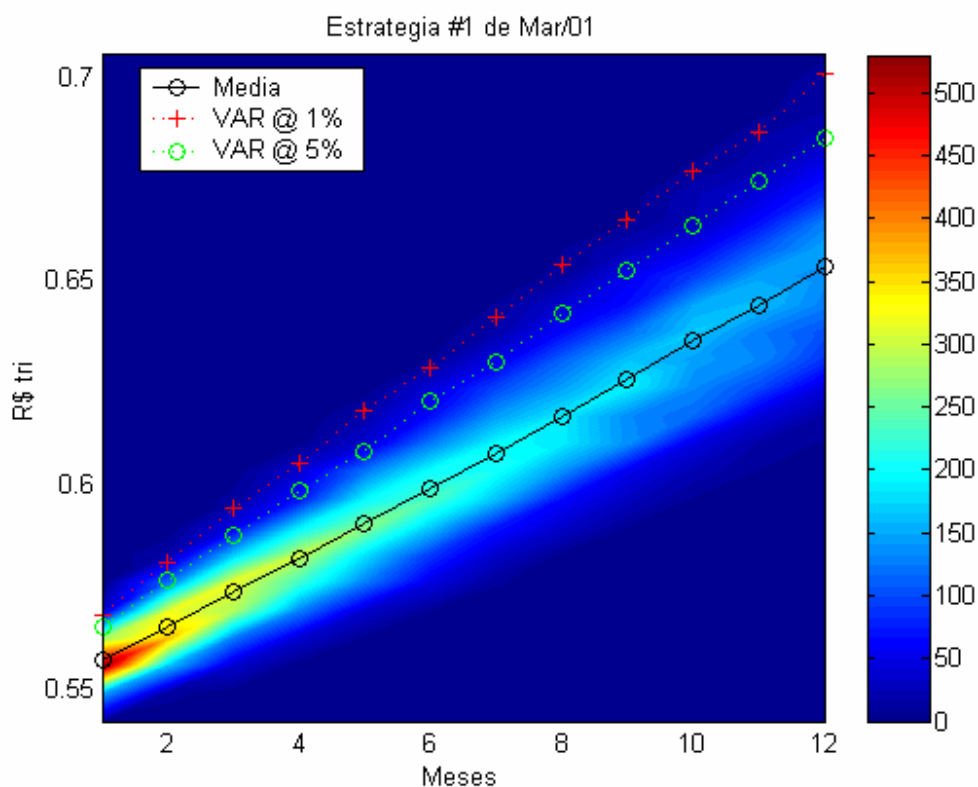
*Seqüência dos meses por linha*

A Figura 9a mostra os histogramas mensais dos cenários da dívida pública sob a hipótese de emissão de títulos indexados apenas a inflação. Podemos observar nos quadros apresentados acima que as distribuições geradas possuem certas assimetrias, próprias do modelo de geração de números aleatórios. Tais assimetrias poderão ser reduzidas na



medida em que aumentarmos o número de cenários no modelo de geração das variáveis macroeconômicas.

**Figura 9b: Curvas de Nível da Dívida Pública– Abril 2001 a Março 2002**

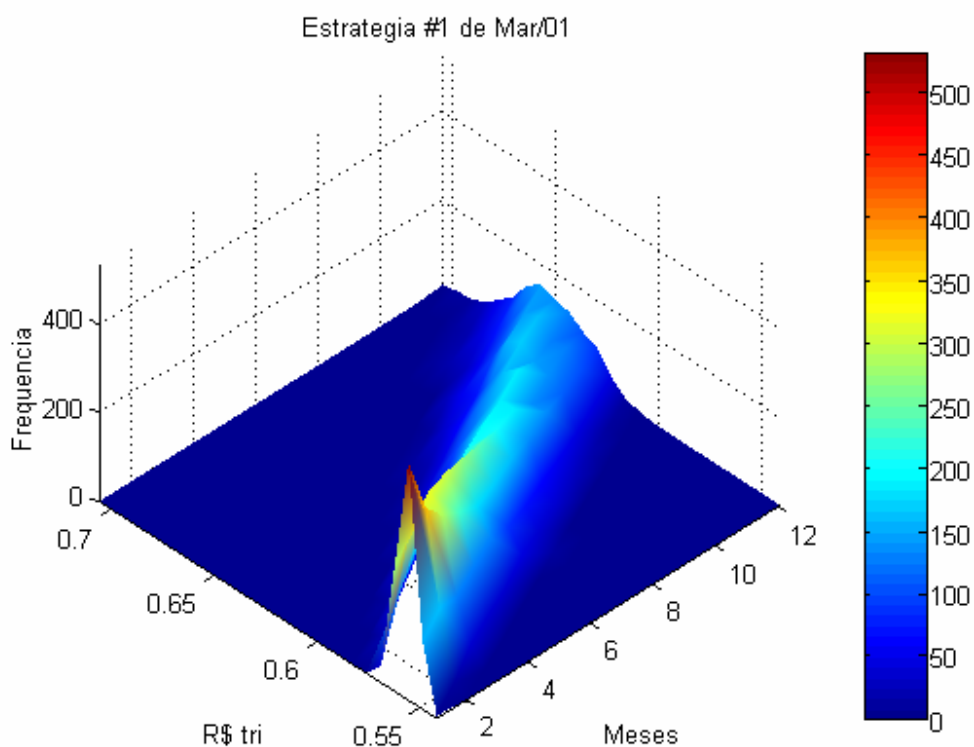


A Figura 9b mostra a evolução dos cenários da dívida pública, sob a estratégia que desenhamos nesta seção. No eixo vertical, temos os possíveis valores da dívida, medidos em R\$ trilhões. No eixo horizontal, temos os meses que se estendem de Abril/01 (=1) a Mar/02 (=12).

Ainda no mesmo gráfico, podemos observar que a distribuição da dívida ao longo do tempo se encontra em torno da média e, à medida que o horizonte de tempo aumenta, a

frequência em torno da média cai, enquanto a variância da distribuição aumenta. Todavia, devido a grande proporção de títulos pós e pré-fixados em relação ao demais, temos que, ao longo do tempo, a variância da dívida total não aumenta tanto, se comparada às situações onde a dívida encontra-se totalmente em por títulos indexados a inflação ou câmbio.

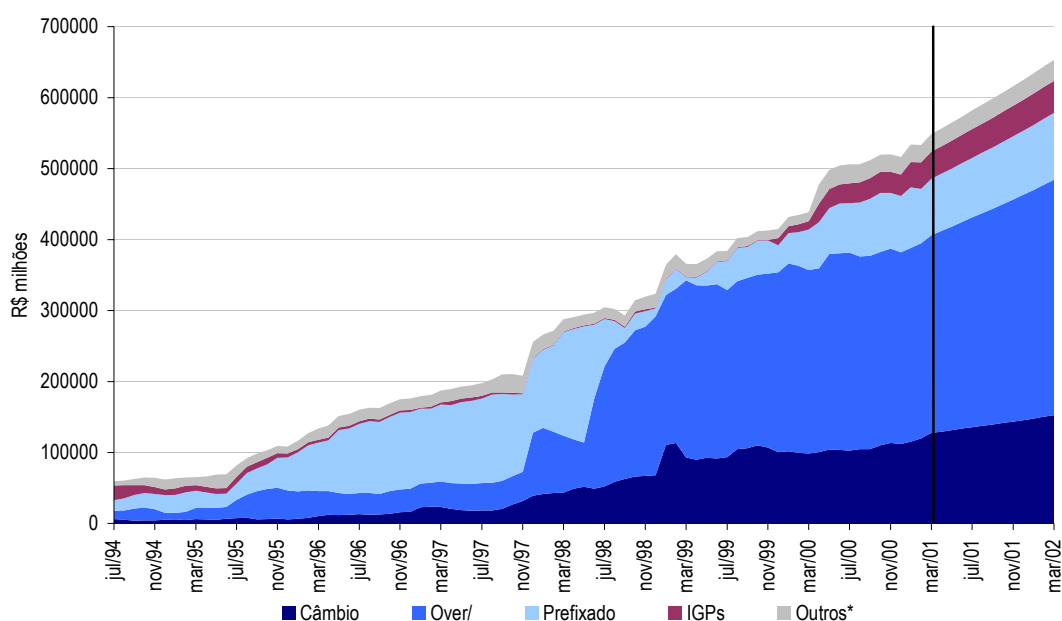
**Figura 9c: Histograma da Evolução da Dívida – Abril 2001 a Março 2002**



A Figura 9c mostra a evolução da dívida em uma perspectiva tridimensional. Como indicado no gráfico, os eixos representam os possíveis valores que a dívida pode assumir, a frequência com que estes valores ocorrem e o período mensal que inicia em Abril de 2001 (=1) a termina em Março de 2002 (=12). Ao apresentarmos esse gráfico, objetivamos apenas conceder ao leitor uma visão mais dinâmica do comportamento da distribuição da

dívida ao longo do tempo. As linhas de comando utilizadas para construir este modelo de simulação da dívida e sua apresentação gráfica encontram-se no Anexo IV.

**Figura 10: Evolução da Dívida Pública Brasileira e seus Componentes**



A Figura 10, apresentamos a evolução da dívida pública brasileira, em milhões de reais, de Julho de 1994 a Março de 2001. Os dados de Abril de 2001 em diante representam estimativas para a evolução esperada da dívida pública brasileira, dado os cenários macroeconômicos gerados pelo nosso modelo e a estratégia de composição da dívida apresentada nesta seção. Os valores destas estimativas encontram-se no quadro abaixo.

**Tabela 6: Evolução Esperada da Dívida Pública e de seus Componentes**

	<i>Índice de Correção em R\$ milhões - Corrente</i>					
	<b>Saldo em R\$ milhões</b>	<b>Câmbio</b>	<b>IGPs</b>	<b>Over/</b>	<b>Prefixado</b>	<b>Outros*</b>
<b>Jan-01</b>	533,573	115,338	35,473	273,037	85,201	24,525
<b>Feb-01</b>	533,401	119,724	37,488	274,923	76,773	24,492
<b>Mar-01</b>	548,618	127,528	38,284	278,791	79,393	24,622
<b>Apr-01</b>	556,600	129,500	38,800	282,800	80,500	25,000
<b>May-01</b>	564,900	131,500	39,400	286,900	81,700	25,400
<b>Jun-01</b>	573,400	133,700	40,000	291,100	82,900	25,700
<b>Jul-01</b>	581,800	135,700	40,600	295,300	84,100	26,100
<b>Aug-01</b>	590,200	137,700	41,100	299,600	85,300	26,500
<b>Sep-01</b>	598,600	139,400	41,800	304,000	86,500	26,900
<b>Oct-01</b>	607,500	141,600	42,400	308,400	87,800	27,300
<b>Nov-01</b>	616,100	143,600	43,000	312,800	89,100	27,600
<b>Dec-01</b>	625,200	145,800	43,600	317,400	90,300	28,100
<b>Jan-02</b>	634,200	147,900	44,200	322,000	91,600	28,500
<b>Feb-02</b>	643,800	150,400	44,900	326,600	93,000	28,900
<b>Mar-02</b>	653,100	152,600	45,500	331,400	94,300	29,300

\* Inclui: TJLP, TR e Outros

## V – SIMULAÇÃO DA DÍVIDA COM DIFERENTES MATURIDADES

Nessa última parte do trabalho, construiremos um modelo de simulação da dívida pública com  $n$  maturidades diferentes e, com base em uma estratégia de alocação da dívida, apresentaremos os resultados da simulação.

Na seção V.1, abandonaremos o pressuposto 1 e desenvolveremos um modelo teórico para a estrutura a termo de taxa de juros<sup>7</sup>. Na seção V.2, deduziremos, a partir do modelo de estrutura a termo, a estrutura a termo de taxa de juros para títulos com diferentes indexações. A última seção apresentará os resultados do modelo de simulação da dívida considerando uma estratégia de composição envolvendo: composição e maturidade.

---

<sup>7</sup> Mishkin, Frederic S. [1995], “Financial Markets, Institutions, and Money”, Cap. V.

## V.1 – Modelo Teórico

Até o presente momento, assumimos que: (i) os títulos públicos possuem maturidades iguais a 1 mês, (ii) que o níveis de risco e liquidez dos diferentes títulos são iguais e (iii) que a incidência de impostos é a mesma para cada título. A consequência imediata destas restrições é que as remunerações esperadas para cada título público devem se igualar. Todavia, iremos abandonar a hipótese de que os títulos possuem maturidades iguais a 1 mês e permitir que ocorram  $n$  maturidades diferentes para cada tipo de título.

Dado que a maturidade de um título público tem influência sobre sua taxa de juros, ao permitirmos a existência de diferentes maturidades para os títulos públicos, teremos diferentes taxa de juros para cada tipo de maturidade.

Introduziremos agora a Hipótese das Expectativas que estabelece que a taxa de juros de um título de longo prazo será igual a média das taxas de juros dos títulos de curto prazo que os indivíduos esperam que ocorram ao longo do período de maturidade do título de longo prazo<sup>8</sup>. Por exemplo, se os indivíduos esperam que, durante os próximos 5 anos, as taxas de juros dos títulos de curto prazo sejam de 7%, a Hipótese das Expectativas impõe que a taxa de juros de um título de maturidade de 5 anos será também de 7%.

Formalizando, se chamarmos de  $i_{nt}$ , a taxa de juros de um título com maturidade igual a  $n$ , no mês  $t$ , e de  $E(i_{1,t+j})$ , a taxa de juros esperada em um título de maturidade igual a 1 mês, no mês  $t+j$ , temos que:

---

<sup>8</sup> Mishkin, Frederic S. [1995], “Financial Markets, Institutions, and Money”, Cap. V.

$$i_{n,t} = \frac{1}{n} [i_{1,t} + \sum_{j=2}^n E(i_{1,t+j})] \quad (5.1)$$

A equação afirma que, sobre a Hipótese das Expectativas, a taxa de juros de um título de maturidade igual a  $n$  meses é igual a média das taxas de juros dos títulos de maturidade igual a 1 mês, que se espera que ocorra durante o período de  $n$  meses<sup>9</sup>.

## V.2 – Estrutura a Termo para Títulos com Diferentes Maturidades

Introduziremos agora as regras de atualização dos títulos públicos de acordo com os seus diferentes indexadores.

### V.2.1 – Dívida em Títulos Cambiais

De acordo com a equação 3.2 e a Hipótese das Expectativas, discutida na seção anterior, temos que a taxa de juros de um título indexado a variação cambial e de maturidade igual a  $n$ , no mês  $t$ , é igual soma da média dos  $n$  cupons cambiais dos títulos de maturidade igual a 1 mês, que se espera que ocorra durante os  $n$  meses, e da média das  $n$  variações cambiais mensais que ocorrerão durante os  $n$  períodos. Formalmente, temos que:

---

<sup>9</sup> Mishkin, Frederic S. [1995], “Financial Markets, Institutions, and Money”, Cap. V.

$$i_{n,t} = \frac{1}{n} [\text{cupom\_cambial}_t + \sum_{j=1}^{n-1} E(\text{cupom\_cambial}_{t+j})] + \frac{1}{n} [\ln(E_t/E_{t-1}) + \sum_{j=1}^{n-1} E(\ln E_{t+j}/E_{t+j-1})] \quad (5.2)$$

Se utilizarmos a equação 3.2 poderemos reorganizar esses termos da seguinte forma:

$$i_{n,t} = \frac{1}{n} \{i_{1,t} + \sum_{j=1}^{n-1} E(i_{1,t+j}) + \sum_{j=0}^{n-1} [\ln(E_{t+j}/E_{t+j-1}) - E(\ln E_{t+j}/E_{t+j-1})]\} \quad (5.3)$$

A equação 5.3 possui uma interpretação bastante interessante e intuitiva. De acordo com a equação 5.3, a taxa de juros de um título cambial de maturidade igual a  $n$  pode ser dividida em 2 componentes: (i) a média das taxas de juros esperadas de  $t$  a  $t+n-1$ , e (ii) a média dos erros de previsão mensal da variação cambial para o mesmo período. Portanto, a taxa de juros acumulada de um título cambial de maturidade igual a  $n$  meses é igual ao acumulado das taxas de juros de títulos de maturidade igual a 1 mês mais o acumulado dos erros de previsão mensal da variação cambial, durante o período de  $t$  a  $t+n-1$ .

## V.2.2 – Dívida em Títulos Indexados a Inflação

Analogamente, de acordo com a equação 3.3 e a Hipótese das Expectativas, temos que a taxa de juros de um título indexado a inflação e de maturidade igual a  $n$ , no mês  $t$ , é



igual soma da média dos  $n$  cupons cambiais dos títulos de maturidade igual a 1 mês, que se espera que ocorra durante os  $n$  meses, e da média das  $n$  inflações mensais que ocorrerão durante os  $n$  períodos. Formalmente, temos que:

$$i_{n,t} = \frac{1}{n} [\text{cupom}^{\pi_t} + \sum_{j=1}^{n-1} E(\text{cupom}^{\pi_{t+j}})] + \frac{1}{n} [\pi_t + \sum_{j=1}^{n-1} E(\pi_{t+j})] \quad (5.4)$$

Se utilizarmos a equação 3.3 poderemos reorganizar esses termos da seguinte forma:

$$i_{n,t} = \frac{1}{n} \{i_{1,t} + \sum_{j=1}^{n-1} E(i_{1,t+j}) + \sum_{j=0}^{n-1} [\pi_{t+j} - E(\pi_{t+j})]\} \quad (5.5)$$

Assim como a equação 5.3, a equação 5.5 possui uma interpretação bastante interessante e intuitiva. De acordo com a equação 5.5, a taxa de juros de um título cambial de maturidade igual a  $n$  pode ser dividida em 2 componentes: (i) a média das taxas de juros esperadas de  $t$  a  $t+n-1$ , e (ii) a média dos erros de previsão mensal da inflação para o mesmo período. Portanto, a taxa de juros acumulada de um título cambial de maturidade igual a  $n$  meses é igual ao acumulado das taxas de juros de títulos de maturidade igual a 1 mês mais o acumulado dos erros de previsão mensal da inflação, durante o período de  $t$  a  $t+n-1$ .

### V.2.3 – Dívida em Títulos Pós-fixados

Para um título de maturidade  $n$ , no mês  $t$ , a remuneração deverá ser feita de acordo com a taxa de juros que ocorrerá ao final de cada mês. Dado que os títulos pós-fixados remuneram de acordo com a taxa de juros vigente no mercado, temos que:

$$i_{n,t} = \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} i_{1,t+j} \quad (5.6)$$

### V.2.4 – Dívida em Títulos Pré-fixados

Para que o pressuposto 3 não seja violado, é necessário que a taxa de retorno de um título pré-fixado de maturidade igual a  $n$  seja igual à média das taxas de juros dos títulos pré-fixados de maturidade igual a 1 mês, que esperamos que ocorra durante o período de  $t$  a  $t+n-1$ . Portanto, temos que:

$$i_{n,t} = \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} E(i_{1,t+j}) \quad (5.7)$$

### V.2.5 – Limitações do Modelo

Devido ao fato de nos basearmos na Hipótese das Expectativas, temos que voltar nossa atenção para algumas limitações presentes do modelo de simulação. A Hipótese das

Expectativas fornece explicações sólidas para a existência de mudanças na estrutura a termo das taxas de juros, ao longo do tempo, e para o fato de que a curva da estrutura a termo tende a ser positiva quando as taxas de juros de curto prazo estão baixas e negativa quando as taxas de juros de curto prazo estão muito altas. Todavia, a Hipótese das Expectativas é incapaz de explicar o motivo pelo qual a curva da estrutura a termo das taxas de juros tende a ser positiva. Tal evidência pode ser explicada por duas outras teorias: Preferred Habitat and Liquidity Premium Theories<sup>10</sup>. A primeira diz que a taxa de juros de longo prazo de um título será igual a média das taxas de juros dos títulos de curto prazo adicionado a um prêmio de risco que é determinado por condições de oferta e demanda. A segunda diz que compradores de títulos de longo prazo terão sempre que ser compensados pelo maior risco incorrido. Portanto, de acordo com as duas teorias apresentadas, a estrutura a termo das taxas de juros deveria ser dada pela seguinte fórmula:

$$i_{n,t} = \frac{1}{n} [i_{1,t} + \sum_{j=2}^n E(i_{1,t+j})] + k_{n,t} \quad (5.8)$$

Onde  $k_{n,t}$  representa o prêmio de risco do título de longo prazo (que na Liquidity Premium Theory é sempre positivo).

Desta forma, estamos assumindo que títulos com as mesmas características porém diferentes maturidades possuem o mesmo risco. Ou seja, ao utilizarmos a Hipótese das Expectativas, estamos assumindo que se o retorno esperado de um título de longo prazo é

---

<sup>10</sup> Mishkin, Frederic S. [1995], “Financial Markets, Institutions, and Money”, Cap. V

igual ao retorno que se espera dos títulos de curto prazo para o período em questão. Resumidamente, estamos assumindo que  $k_{n,t}$  é igual a 0.

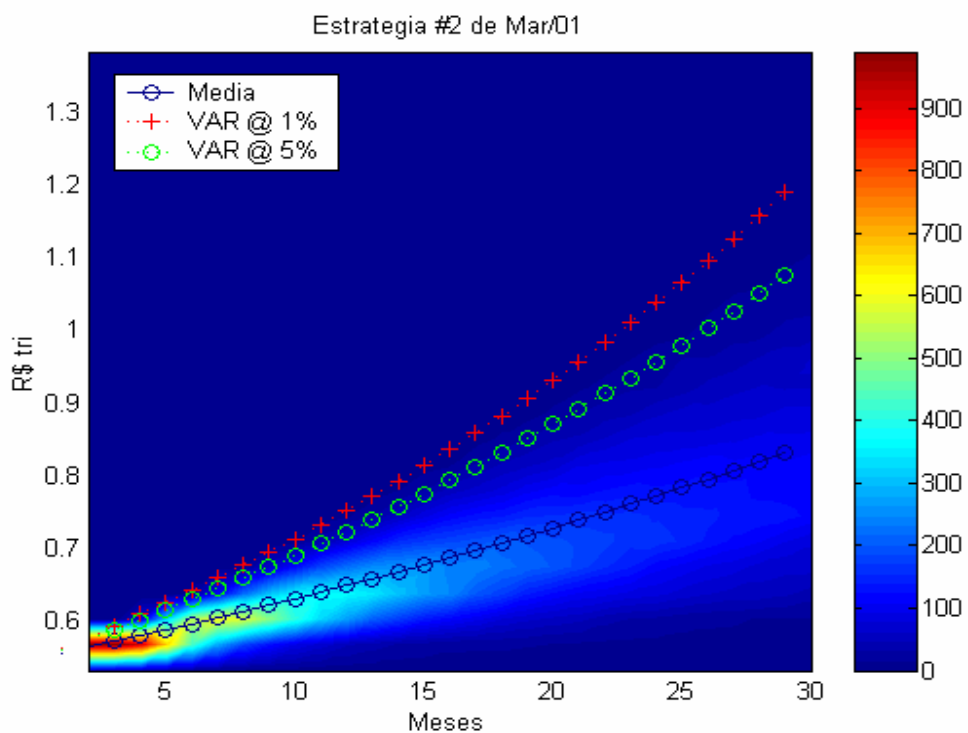
### V.3 – Resultados do Modelo de Simulação da Dívida Pública

Nesta seção apresentaremos os resultados da simulação de uma estratégia simples de composição da dívida pública. Permitiremos diferentes níveis de maturidade para cada componentes da dívida e examinaremos a evolução da dívida durante um período de 30 meses, a partir de Março de 2001. Suporemos que a dívida em Março de 2001 será totalmente negociada respeitando a composição e a maturidade média existente.

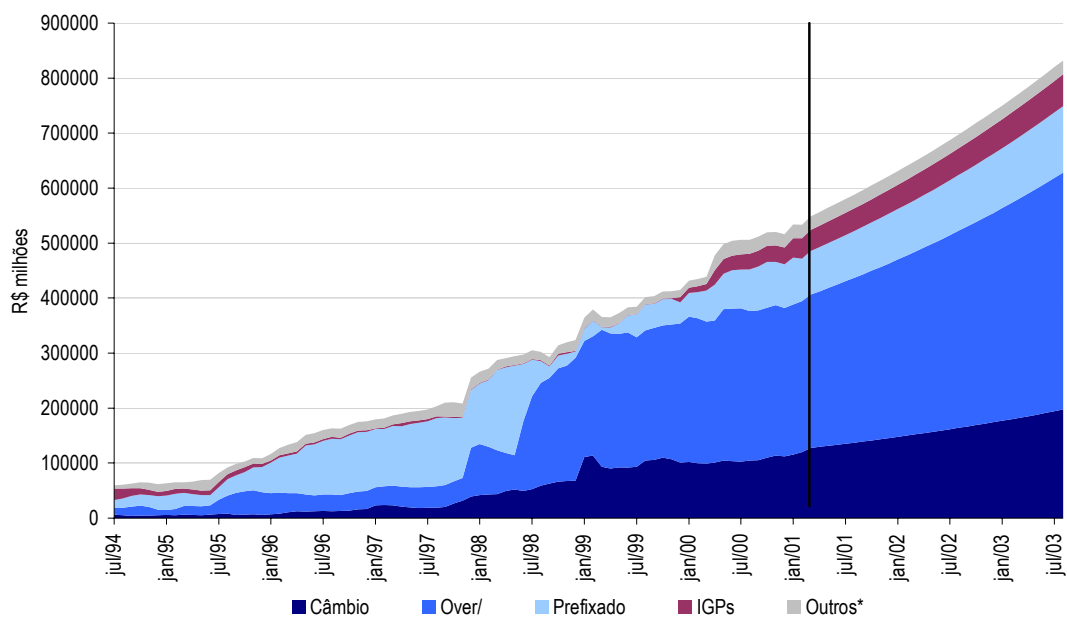
Suporemos que para dívida cambial e pós-fixada a maturidade será de 30 meses, enquanto que, para a dívida indexada a inflação, a maturidade será de 70 meses. Para a dívida pré-fixada, suporemos uma maturidade de 6 meses. Por último suporemos que a dívida residual cresce a uma taxa em média igual a taxa de crescimento da dívida total. Abaixo encontram-se os principais resultados desta simulação.

A Figura 11, que se encontra abaixo, mostra a evolução dos cenários da dívida pública, sob a estratégia que desenhamos nesta seção. No eixo vertical, temos os possíveis valores da dívida, medidos em R\$ trilhões. No eixo horizontal, temos os meses que se estendem de Abril/01 (=1) a Agosto/03 (=30).

**Figura 11: Evolução da Dívida Pública – Março de 2001 a Agosto de 2003**



**Figura 12: Evolução da Dívida Pública – Março de 2001 a Agosto de 2003**



A Figura 12 apresenta a evolução histórica dos componentes da dívida pública e a evolução média de seus componentes projetadas pelo modelo de simulação, a partir de Abril de 2001.

## VI – CONCLUSÕES FINAIS

Em diversos países, tanto os desenvolvidos como os em desenvolvimento, a administração eficaz da dívida pública possui um importante papel para o desempenho do mercado de bens e financeiro. As decisões das autoridades fiscais e monetárias, que afetam tanto a composição como o nível de maturidade da dívida, exercem influência significativa sobre a formação de expectativas dos agentes, as escolhas de investimento e de consumo. As autoridades fiscais e monetárias também podem compensar os agentes das falhas e ineficiências presentes no mercado e fornecer *hegde* em momentos de grande incerteza e crise. Por último, a administração eficaz da dívida pública torna-se um dos componentes essenciais para o desempenho fiscal responsável do governo de um país.

Dentro deste contexto, esse trabalho teve como principal objetivo desenvolver um instrumento capaz de simular a evolução da dívida pública diante de diferentes cenários e, portanto, facilitar a análise do comportamento estocástico da dívida ao longo de um período

futuro. Pretendemos com este trabalho, apresentar um modelo que possa demonstrar os possíveis cenários da dívida dada uma estratégia de composição e de maturidade. Acreditamos que tal modelo poderá, após a eliminação de algumas de suas limitações citadas ao longo deste mesmo trabalho, demonstrar o comportamento futuro da dívida diante de diferentes estratégias de uma maneira mais eficiente.

No primeiro capítulo, explicamos a motivação inicial deste trabalho, bem como a metodologia e os resultados esperados. No segundo capítulo, desenvolvemos um modelo de simulação das variáveis macroeconômicas e apresentamos os resultados da simulação. No terceiro capítulo introduzimos os fatores de atualização da dívida pública para cada componente da dívida, diante de alguns pressupostos. Dados os fatores de atualização pudemos introduzir o modelo de simulação da dívida pública com maturidade igual a 1 mês. No quarto capítulo, simulamos a evolução da dívida diante da estratégias simples de alocação da dívida. No quinto capítulo, permitimos diferentes maturidades para os componentes da dívida pública e desenvolvemos um novo modelo de simulação da dívida. Por último, apresentamos os resultados de uma estratégias de composição da dívida em um horizonte de tempo de 30 meses.



## VI – Referências Bibliográficas

----- [1994], “Séries Históricas: Dívida Pública”, ANDIMA.

Jorion, Philippe [1997], “Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk”, IRWIN, Professional Publishing Chicago - London – Singapore.

Huang, Chi-fu, Robert H Litzenberger [1988], “Foundations for Financial Economics”, Elsevier Science Publishing co., Inc.

Missale, Alessandro [1999], “Public Debt Management”, Oxford Press.

Goldfajn, Ilan, Áureo de Paula [1999], “Uma Nota sobre a Composição Ótima da Dívida Pública – Reflexões para o Caso Brasileiro”, PUC-RIO.

----- [2001], “Dívida Pública: Plano Anual de Financiamento 2001”, Secretaria do Tesouro Nacional.

Bevilaqua, Afonso, Márcio G. P. Garcia [1999], “Debt Management in Brazil: Evaluation of the Real Plan and Challenges Ahead”.

----- [1998], “Experiments in Computational Matrix Algebra”, Random House, Inc.

Dudewicz, Edward, Satya N. Mishra [1988], “Modern Mathematical Statistics”, Cap 6, John Wiley & Sons, Inc.

Mishkin, Frederic S. [1995], “Financial Markets, Institutions, and Money”, Harper Collins College Publisher.

## Apêndice I: Fatores de Atualização da Dívida (MAT=1)

Tomando como base as equações e condições apresentadas no terceiro capítulo, criaremos o elemento  $E_{t,j,s}$ , fator de atualização do componente  $j$  da dívida, no mês  $t$ , dada realização do cenário  $s$ , a partir de  $e_{t,i,s}$ , valor da variável macroeconômica  $i$ , no tempo  $t$ , dado realização do cenário  $s$ . Dado  $e_{t,i,s}$ , podemos definir  $E_{t,j,s}$  da seguinte forma:

i) Fator de atualização da dívida em títulos cambiais:

$$E_{t,1,s} = e^{e_{t,1,s} + e_{t,3,s} - E(\ln E_t / E_{t-1} | \Omega_{t-1})} \quad (3.5)$$

onde:

$e_{t,1,s}$  = variação cambial no mês  $t$ , assumindo realização do cenário  $s$ ;

$e_{t,3,s} - E(\ln E_t / E_{t-1} | \Omega_{t-1})$  = cupom cambial no mês  $t$ , assumindo realização do cenário  $s$ ;

$e_{t,3,s}$  = taxa média de juros no mês  $t$ , assumindo realização do cenário  $s$

$E(\ln E_t / E_{t-1} | \Omega_{t-1})$  = valor esperado variação da taxa de câmbio,  $E$ , no mês  $t$ , aproximado pela média histórica (ver quadro 1).

ii) Fator de atualização do valor da dívida em títulos indexados a inflação

$$E_{t,2,s} = e^{e_{t,2,s} + e_{t,3,s} - E(\pi_t | \Omega_{t-1})} \quad (3.6)$$

onde:

$e_{t,2,s}$  = taxa de inflação no mês  $t$ , assumindo realização do cenário  $s$ ;

$e_{t,3,s} - E(\pi_t | \Omega_{t-1})$  = cupom de inflação no mês  $t$ , assumindo realização do cenário  $s$ ;

$e_{t,3,s}$  = taxa média de juros no mês  $t$ , assumindo realização do cenário  $s$

$E(\pi_t | \Omega_{t-1})$  = valor esperado inflação no mês  $t$ , aproximado pela média histórica (ver quadro 1).

iii) Fator de atualização da dívida em títulos pós-fixados

$$E_{t,3,s} = e^{e_{t,3,s}} \quad (3.7)$$

onde:

$e_{t,3,s}$  = taxa de juros no mês  $t$ , assumindo realização do cenário  $s$

iv) Fator de atualização da dívida em títulos pré-fixados

$$E_{t,4,s} = e^{E(i_{t+1} | \Omega_t)} \quad (3.8)$$

onde:

$E(i_t | \Omega_{t-1})$  = taxa de juros no mês  $t$ , aproximado pela média histórica (ver quadro 1).

v) Assumiremos que a dívida referente a outros tipos de remuneração cresce a taxa média dos demais componentes.



## Anexo I: Modelo de Simulação dos Cenários Macroeconômicos

```

% I - CENARIOS MACROECONOMICOS
% e(t,i,s) = define valor da variável i, no mês t, dado cenário s: tx de
% cambio(i=1),
% inflacao(i=2) e tx de juros(i=3). Assume-se que tais variaveis possuem
% distribuicao normal com
% medias iguais a MU(1), MU(2) e MU(3), respectivamente; e covariância
% determinada pela matriz
% covariancia: Covmtrx.

MU = [0.0040236885 0.0090619680 0.0143493106];
N = 12;
Covmtrx = [0.0013938915 0.0000217808 -0.0000521431; 0.0000217808
0.0000515007 -0.0000033842; -0.0000521431 -0.0000033842 0.0000071265];
for s=1:1000
    e(:, :, s, 1) = mvnrnd( MU, Covmtrx, N);
end

% e_mean(t,i) = define media da variavel i no mes t
for t = 1:12
    for i = 1:3
        e_mean(t,i,1,1) = mean(e(t,i, :, 1)); % ATENCAO: EM 4-D
    end
end

% e_anual(t,i) = define media anualizada da variavel i no mes t.
for t=1:12
    for i =1:3
        e_anual(t,i) = (1+mean(e(t,i, :)))^12-1;
    end
end

```

## Anexo II: Apresentações Gráficas das Variáveis Macroeconômicas

```

% II - CONSTRUCAO GRAFICA DA EVOLUCAO DAS VARIAVEIS MACROECONOMICAS
% a. Construcao do intervalo para os histogramas
% a.1 Definido maximo e minimo do intervalo para cada uma das i variaveis
% macroeconômicas

% valor maximo
for i =1:3
    e_max(i) = max(max(e(:, i, :)));
end

% valor minimo
for i =1:3
    e_min(i) = min(min(e(:, i, :)));
end

% a.2 Definido Sub-intervalos: o intervalo para cada uma i das variaveis
% macroeconomicas tera 25 subintervalos de tamanho igual a
% de = (e_max - e_min)/25

for i = 1:3
    de(i) = (e_max(i) - e_min(i))/25;
end

% a.3 Criando intervalo fixo:

```

```

for i = 1:3
    int(1,i) = e_min(1,i);
    for t = 2:25
        int(t,i) = int(t-1,i) + de(1,i);
    end
end

% b. Construcao das Frequencias para cada periodo t

% b.1) F1 = frequencia para cada intervalo no periodo t.
F1(1,:) = hist(e(1,1,:),int(:,1)');
for t = 2:12
    F1(t,:) = hist(e(t,1,:),int(:,1)');
end

% b.2) F2 = frequencia para cada intervalo no periodo t.
F2(1,:) = hist(e(1,2,:),int(:,2)');
for t = 2:12
    F2(t,:) = hist(e(t,2,:),int(:,2)');
end

% b.3) F3 = frequencia para cada intervalo no periodo t.
F3(1,:) = hist(e(1,3,:),int(:,3)');
for t = 2:12
    F3(t,:) = hist(e(t,3,:),int(:,3)');
end

% b.4 Reunindo resultados em um unico paralelogramo F

F(:, :, 1) = F1;
F(:, :, 2) = F2;
F(:, :, 3) = F3;

% c. Construcao Grafica da Evolucao de cada Variavel Macroeconomica

% c.1 Construindo graficos 3D para frequencias de cambio (i=1),
% inflacao(i=2) e juros(i=3)
for i = 1:3
    figure
    surf(1:12,int(:,i),F(:, :, i)')
    shading interp
    colorbar('vert')
    axis('tight')
    if i == 1
        title('Variacao Taxa de Cambio Mensal')
        xlabel('Meses')
        ylabel('ln (Et/Et-1)')
        zlabel('Frequencia')
    elseif i == 2
        title('Inflacao Mensal')
        xlabel('Meses')
        ylabel('\pi')
        zlabel('Frequencia')
    else i == 3
        title('Taxa de Juros Mensal')
        xlabel('Meses')
        ylabel('Tx de Juros')
        zlabel('Frequencia')
    end
end

% c.2 Construindo curvas de nivel para frequencias de cambio (i=1),
inflacao(i=2) e juros(i=3)

```

```

for i = 1:3
figure
pcolor(1:12,int(:,i),F(:,i))
shading interp
axis('tight')
colorbar('vert')
if i == 1
title('Variacao Taxa de Cambio Mensal')
xlabel('Meses')
ylabel('ln (Et/Et-1)')
elseif i == 2
title('Inflacao Mensal')
xlabel('Meses')
ylabel('\pi')
else i == 3
title('Taxa de Juros Mensal')
xlabel('Meses')
ylabel('Tx de Juros')
end
hold
plot(e_mean(:,i),'ko-')
legend('media')
hold
end

% c.3 Construcao dos histogramas para cada um dos t periodos
for i =1:3
figure
for t = 1:12
subplot(4,3,t)
hist(e(t,i,:),int(:,i))
axis('tight')
ylabel('frequencia')
end
end

% d. Construcao Grafica da Evolucao das Medias da Variaveis
% Macroeconomicas

% d.1 Mensal Anualizadas
figure
plot(e_anual(:,3),'ko-')
hold
plot(e_anual(:,2),'x:')
plot(e_anual(:,1),'r+:')
xlabel('Meses')
legend('Tx de Cambio','Inflacao','Tx de Juros')

```

## Anexo III: Atualização do Valor da Dívida com MAT=1

```

% III - FATORES DE ATUALIZACAO DO VALOR DA DIVIDA PARA MAT=1

% 1 - PARA TITULOS DE MATURIDADE IGUAL A 1 MES

% E(t,j,s) = define, em cada periodo t, a matriz dos j fatores de
% remuneracao da divida publica para cada cenario s.

E(:,1,:) = exp(e(:,1,:) + e(:,3,:) - MU(1)); % titulos indexados ao
% cambio (j=1)
E(:,2,:) = exp(e(:,2,:) + e(:,3,:) - MU(2)); % titulos indexados a
% inflacao(j=2)
E(:,3,:) = exp(e(:,3,:)); % titulos pos-
fixados(j=3)

```

```

E(:,4,:) = exp(MU(3)); % titulos pre-
fixados(j=4)

% IV - CENARIOS PARA DIVIDA PUBLICA PARA MATURIDADES DE 1 MES
% 1 - Estrategias de Composicao Singular
% B(t,j,s) = define, no periodo t, o montante da divida publica, para
cada
% estrategia de rolagem j
% (j=1: 100% cambial, j=2: 100% em inflacao, j=3: 100% em pos, j=4: 100%
% em pre e cenario s.

for t = 1:12
  for j = 1:4
    B(1,j,1:1000) = 0.548618317392559;
    for s = 1:1000
      B(t+1,j,s) = B(t,j,s)*E(t,j,s);
    end
  end
end

% B_mean(t,j) = define media do montante da divida referente a estrategia
% j para cada meses t

for t = 1:13
  for j =1:4
    B_mean(t,j) = mean(B(t,j,:));
  end
end

```

## Anexo IV: Apresentação Gráfica da Evolução da Dívida

```

% V - CONSTRUCAO GRAFICA DA EVOLUCAO DA DIVIDA DADA ESTRATEGIA DE ROLAGEM

% 1. Estrategias de Composicao Singular

% a. Construcao do intervalo para os histogramas

% a.1 Definido maximo e minimo do intervalo para cada uma das j
% remuneracoes
% valor maximo (ver III.1).
for j = 1:4
  B_max(j) = max(max(B(:,j,:)));
end

% valor minimo (ver III.1)
for j =1:4
  B_min(j) = min(min(B(:,j,:)));
end

% a.2 Definindo Sub-intervalos: o intervalo para cada uma das j
% estrategias tera 25 subintervalos de tamanho igual a (e_max - e_min)/25

for j = 1:4
  dB(j) = (B_max(j) - B_min(j))/25;
end

% a.3 Criando intervalo fixo:

for j = 1:4
  B_int(1,j) = B_min(j);
  for t = 2:25
    B_int(t,j) = B_int(t-1,j) + dB(1,j);
  end
end

```



```

end
end

% b. Construcao das Frequencias para cada periodo t e remuneracao j

% b.1 B_F1 = frequencia da estrategia j=1 (divida 100% indexada a
% variacao % cambial) para cada intervalo no periodo t.
B_F1(1,:) = hist(B(1,1,:),B_int(:,1)');
for t = 2:13
    B_F1(t,:) = hist(B(t,1,:),B_int(:,1)');
end

% b.2 B_F2 = frequencia da estrategia j=2 (divida 100% indexada a
% inflacao) para cada intervalo no periodo t.
B_F2(1,:) = hist(B(1,2,:),B_int(:,2)');
for t = 2:13
    B_F2(t,:) = hist(B(t,2,:),B_int(:,2)');
end

% b.3 F3 = frequencia da estrategia j=3 (divida 100% em titulos pos-
% fixados) para cada intervalo no periodo t.
B_F3(1,:) = hist(B(1,3,:),B_int(:,3)');
for t = 2:13
    B_F3(t,:) = hist(B(t,3,:),B_int(:,3)');
end

% b.4 F4 = frequencia da estrategia j=4 (divida 100% em titulos pré
% fixados) para cada intervalo no periodo t.
B_F4(1,:) = hist(B(1,4,:),B_int(:,4)');
for t = 2:13
    B_F4(t,:) = hist(B(t,4,:),B_int(:,4)');
end

% b.5 Agrupando resultados em um unico paralelogramo F

B_F(:,:,1) = B_F1;
B_F(:,:,2) = B_F2;
B_F(:,:,3) = B_F3;
B_F(:,:,4) = B_F4;

% c. Calculando o VAR
% @ 5%
for j = 1:4
    for t=1:13
        B_VAR_5(t,j)=prctile(B(t,j,:),95);
    end
end
% @ 1%
for j = 1:4
    for t=1:13
        B_VAR_1(t,j)=prctile(B(t,j,:),99);
    end
end

% d. Construcao Grafica da Evolucao de cada Estrategia

% d.1 Construindo graficos 3D para os histogramas dos cenarios de cada
% estrategia
for j = 1:4
    figure
    surf(2:13, B_int(:,j),B_F(2:13,:,j)')
    shading interp
    colorbar('vert')
    axis('tight')
    if j == 1
        title('Titulos Indexados ao Cambio')
    end
end

```

```

        xlabel('Meses')
        ylabel('R$ tri')
        zlabel('Frequencia')
elseif j == 2
    title('Titulos Indexados a Inflacao')
    xlabel('Meses')
    ylabel('R$ tri')
    zlabel('Frequencia')
elseif j == 3
    title('Titulos Pos-fixados')
    xlabel('Meses')
    ylabel('R$ tri')
    zlabel('Frequencia')
else j == 4
    title('Titulos Pre-fixados')
    xlabel('Meses')
    ylabel('R$ tri')
    zlabel('Frequencia')
end
end

% d.2 Construindo curvas de nivel para os histogramas dos cenarios de
cada % estrategia
for j = 1:4
    figure
    pcolor(2:13,B_int(:,j),B_F(2:13,:,j))
    shading interp
    axis('tight')
    colorbar('vert')
    if j == 1
        title('Titulos Indexados ao Cambio')
        xlabel('Meses')
        ylabel('R$ tri')
    elseif j == 2
        title('Titulos Indexados a Inflacao')
        xlabel('Meses')
        ylabel('R$ tri')
    elseif j == 3
        title('Titulos Pos-fixados')
        xlabel('Meses')
        ylabel('R$ tri')
    elseif j == 4
        title('Titulos Pre-fixados')
        xlabel('Meses')
        ylabel('R$ tri')
    end
    hold
    plot(B_mean(:,j),'o-')
    plot(B_VAR_1(:,j),'r+')
    plot(B_VAR_5(:,j),'ko')
    legend('Media','VAR @ 1%','VAR @ 5%')
    hold
end

% d.3 Construcao de histogramas dos cenarios de cada estrategia para cada
% periodo t.
for j = 1:4
    figure
    for t = 1:12
        subplot(4,3,t)
        hist(B(t+1,j,:),B_int(:,j))
        axis('tight')
        ylabel('frequencia')
    end
end

```

```

end

% d.4 Construcao dos histogramas em conjunto em t=13

% Primeiro temos que girar o paralelogramo

for s=1:1000
    for j =1:3
        B_transp(s,j,1) = B(13,j,s);
    end
end

% Agora basta construirmos um simples hist para as tres series contidas
em B_transp
% Para Cambio e Inflacao
figure
hist(B_transp(:,1:2),100)
axis('tight')
title('Histograma Comparativo da Divida - Março 2002')
legend('100% Cambial','100% indx a Inflacao')

% Para Juros e Inflacao
figure
hist([B_transp(:,2:3)],100)
axis('tight')
title('Histograma Comparativo da Divida - Março 2002')
legend('100% indx a Inflacao','100% Titulos Pos-fixados')

% 2. Construindo Demonstracao Grafica da Estrategia com Composicao
Multipla

% a. Construcao do intervalo para os histogramas

% a.1 Definido maximo e minimo do intervalo
% valor maximo
D_max = max(max(D(:, :, 1)));
% valor minimo
D_min = min(min(D(:, :, 1)));

% a.2 Definindo Sub-intervalos: o intervalo tera 25 subintervalos de
% tamanho igual a (e_max - e_min)/25
dD = (D_max - D_min)/25;

% a.3 Criando intervalo fixo:
D_int(1) = D_min;
for t = 2:25
    D_int(t) = D_int(t-1) + dD;
end

% b. Construcao das Frequencias para cada periodo t

% b.1 D_F1 = frequencia para cada intervalo no periodo t.
D_F(1,:) = hist(D(1, :, 1), D_int');
for t = 2:13
    D_F(t, :) = hist(D(t, :, 1), D_int');
end

% c. Calculando VAR

% @ 5%
for t=1:13
    D_VAR_5(t)=prctile(D(t, :), 95);
end

% @ 1%

```

```

for t=1:13
    D_VAR_1(t)=prctile(D(t,:),99);
end

% d. Construcao Grafica da Evolucao da Divida sobre estrategia de
% manutenco

% d.1 Construindo graficos 3D para frequencias de cambio (i=1),
inflacao(i=2) e juros(i=3)
surf(1:12, D_int,D_F(2:13,:))
shading interp
colorbar('vert')
axis('tight')
title('Estrategia #1 de Mar/01')
xlabel('Meses')
ylabel('R$ tri')
zlabel('Frequencia')

% d.2 Construindo curvas de nivel para frequencias de cambio (i=1),
% inflacao(i=2) e juros(i=3)
figure
pcolor(1:12, D_int,D_F(2:13,:))
shading interp
colorbar('vert')
axis('tight')
title('Estrategia #1 de Mar/01')
xlabel('Meses')
ylabel('R$ tri')
zlabel('Frequencia')
hold
plot(D_mean(2:13),'wo-')
plot(D_VAR_1(2:13),'r+:')
plot(D_VAR_5(2:13),'go:')
legend('Media','VAR @ 1%','VAR @ 5%')

% d.3 Construcao dos histogramas para cada periodo t
figure
for t = 1:12
    subplot(4,3,t)
    hist(D(t+1,:),1),D_int)
    axis('tight')
    ylabel('frequencia')
end

```

