Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Monografia de final de curso

Departamento: Ciências Econômicas

O papel da Gestão de Recursos na valorização de um portfólio de ativos: Um paralelo entre a teoria de apreçamento de ativos e a realidade.

Aluno: Ilan Sampaio Parnes

Matrícula: 0711694

Orientador: Prof. Vinícius Carrasco

Dezembro de 2011

Declaro que o presente trabalho é de minha autoria e que não recorri para realizá-lo, a nenhuma forma de ajuda externa, exceto quanto autorizado pelo professor tutor.

Ilan Sampaio Parnes

As opiniões expressas neste trabalho são de responsabilidade única e exclusiva do autor.

Agradecimentos e Dedicatória:

Gostaria de dedicar esse trabalho à minha família, que me deu condições, em absolutamente todos os sentidos, de concluir um curso como este. E, além disso, por ter me ensinado o valor da vontade de sempre evoluir e alcançar os objetivos.

O agradecimento desse estudo é para o meu orientador Vinicius Carrasco, que me ajudou desde a formulação da idéia para o trabalho até a sua conclusão, e que, por uma feliz coincidência, foi o professor de minha primeira matéria na graduação, (Introdução à Economia I) e nesse momento é o orientador da última. Meu sincero muito obrigado por tudo.

Resumo:

Em um mundo onde os preços de ativos refletem todas as informações disponíveis a todos de maneira simétrica, fica difícil entender o papel das gestoras de recursos.

Não deveria fazer sentido, de acordo com modelos de precificação de ativos, que um investidor esteja disposto a pagar taxas - para uma gestora - referentes à administração de seus recursos, além de taxas relativas à performance, dado que o melhor portfólio possível – a solução para o problema de maximizar a média esperada dos retornos dada a menor variância possível - nada mais será do que uma combinação entre um ativo livre de risco (CDI, por exemplo) e um ativo de risco positivo.

Qual seria, então, a motivação de colocar os recursos sob administração de um gestor de responsabilidade limitada?

Esse estudo visa entender o racional por trás dessa decisão. Para tanto, primeiramente entenderemos um modelo de precificação de ativos propriamente dito, para então aplicar as conclusões aos dados e fatos do mundo real, visando extrair um argumento empírico contra ou a favor da utilização da teoria na tomada de decisões no cenário realista.

Palavras e expressões chave:

Gestores de recursos, Asset Management, CAPM, maximização de retornos

Sumário:

Lista de Tabelas:

Introdução:

> The *San Francisco Chronicle* came up with an amusing way of evaluating how successful investment advisers are at picking stocks. They asked eight analysts to pick five stocks at the beginning of the year and then compared the performance of their stock picks to those chosen by Jolyn, an orangutan living at Marine World/Africa USA in Vallejo, California. Consistent with the results found in the "Investment Dartboard" feature of the *Wall Street Journal*, Jolyn beat the investment advisers as often as they beat her. Given this result, you might be just as well off hiring an orangutan as your investment adviser as you would hiring a human being!

**Mishkin, F. S. The Economics of Money, Banking, and Financial Markets, 2009.*

O mercado financeiro tem como maior benefício social transferir recursos entre indivíduos que os demandam naquele momento e os que ofertam. Ativos financeiros idealmente são formas de financiar atividade produtiva através do fornecimento de liquidez em troca de retornos futuros àqueles que investiram no projeto (abriram mão da liquidez imediata).

O que precifica diariamente o valor de negociação de cada ativo nada mais é do que a atividade de compra e venda dos *traders* no mercado. Isto é, esses negociantes avaliam a capacidade do ativo de gerar retornos futuros e com base nessa análise, concluem quanto estão dispostos a despender pelo ativo.

Myron Gordon e Harry Markowitz teorizaram o método para precificar um ativo, respectivamente, baseado em seus fluxos de caixa futuros esperados, sua relação com o risco e sua função utilidade (tratado em forma de desvio padrão). O que difere, portanto, o valor de um ativo para cada *trader* é sua crença a respeito de quanto fluxo futuro aquele ativo gerará. Cada informação nova disponível no mercado afetará as expectativas desses negociantes.

Na década de 60, William Sharpe, John Lintner e Jack Treynor criaram um modelo que captaria as variáveis acima e ajudaria a precificar os ativos no mercado competitivo. Esse modelo é chamado *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). O CAPM considera que existe relação de linearidade entre os retornos de mercado e de um possível ativo livre de risco com qualquer ativo do mercado. O prêmio de risco (retorno excedente em relação ao ativo livre de risco) aumentará ou diminuirá de acordo com a variância e covariância estatística do ativo para com o portfólio de mercado.

Esse modelo foi muito difundido nas últimas décadas e há autores, como Richard Brealey e Stewart Myers que defendem que para muitos agentes do mercado, o CAPM resumiria toda a teoria moderna de finanças.

Esse estudo investigará a respeito da teoria do CAPM, quanto desse modelo realmente pode captar a realidade que encontramos no ambiente econômico brasileiro, através da comparação dos resultados teóricos com os resultados empíricos.

Paralelamente, estudaremos a indústria dos fundos de investimento. Segundo estimativa da ANBID, em 2008, havia no Brasil mais de 8 mil fundos de investimento e a soma de seus patrimônios líquidos atingia R$ 1,2 trilhões. Hoje, de acordo com a base de dados Quantum Axis, há mais de 11 mil fundos e seu PL atinge R$ 1,7 trilhões.

Esse trabalho unirá a investigação da pertinência do modelo CAPM no contexto brasileiro com a análise de desempenhos dos principais fundos de investimento no Brasil, para assim responder as perguntas: Qual é o papel da gestão de recursos na economia de acordo com o modelo CAPM? E de acordo com a realidade brasileira?

Além disso, essa investigação é orientada a traçar objetivamente os incentivos de um agente ao transferir a administração de seus investimentos a terceiros. Para assim, concluir ou não, se a opção de incorrer em uma taxa de administração destinada a um gestor pode ser uma *Best Answer* na solução do problema do agente: Maximizar a valorização de seu patrimônio dado o risco que ele está disposto a tomar.

Começaremos pela descrição matemática das premissas econômicas que resultarão na dedução do modelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*). Dentre essas premissas, encontram-se: a observância e preocupação dos indivíduos a respeito da média e da variância dos retornos esperados dos ativos no mercado, por conseguinte, a derivação da fronteira eficiente, onde dada a variância daquele ativo/portfólio a média do retorno esperado será máxima. Além disso, a análise computará o portfólio de mercado e considerará a existência de um ativo livre de risco.

Uma vez concluída essa parte teórica, discutiremos sobre a relevância da gestão de recursos nesse cenário. Buscaremos as razões para que um indivíduo esteja disposto a despender uma taxa de administração e, possivelmente, uma taxa de performance, para que um gestor tome decisões sobre como investir seus recursos no mercado.

A segunda parte do estudo terá um viés empírico. Haverá manipulação de séries de dados a fim de verificar se o modelo CAPM e a Hipótese dos Mercados eficientes realmente fazem jus à realidade. Tentarei observar se, nas séries dos últimos anos, há uma persistência de algumas gestoras de recursos em obter retornos acima do esperado pelo modelo e discutirei o porquê desse fato. Principalmente, visaremos observar se os retornos maiores obtidos por gestoras de ativos podem ser explicados unicamente por maior tomada de risco por parte delas. Novamente caberá a análise do papel da gestora de recursos, porém, dessa vez, inserida nesse cenário prático e empírico.

Na parte final buscarei levantar pontualmente possíveis razões que explicam os diferentes resultados encontrados no modelo e nos dados empíricos brasileiros. Assim nos aproximaremos da resposta de se o modelo pode desqualificar a aplicação de recursos em gestoras ou não.

Capítulo 1) O Modelo de precificação de ativos

Dentre os modelos de apreçamento de ativos, o modelo *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) foi o escolhido para esse estudo por ser um modelo altamente difundido[1]. E, por fazer parte do cotidiano das empresas de *Asset Management*, que são o foco da pesquisa.

Acompanharemos a derivação encontrada no livro *"Foundations for financial economics"* de Chi-Fu Huang e Robert H. Litzenberguer, de 1988.

Para analisar a demanda por ativos, é necessário utilizar a hipótese de utilidade esperada. O indivíduo escolhe um conjunto de loterias, dada a distribuição de probabilidades e retornos esperados que essas loterias oferecem. Cada agente é um maximizador de utilidade.

1.1) Representação de preferências dos agentes

A representação formal de preferência é:

$E(U(x)) \geq E(U(y))$, isto é, o conjunto x é preferível ao conjunto y, dadas as crenças e preferências do agente.

Há um conjunto Ω de possíveis estados de natureza (w).

No tempo inicial (t = 0), o indivíduo observa Ω, mas não sabe em que estado de natureza (w) estará em t=1.

K é o plano de consumo do indivíduo. Kw é o plano de consumo, dado o estado de natureza.

x será tratado como uma variável aleatória.

$\int_{\Omega} U(Kw) \,.\, P(w)$

A integral de todos os estados de natureza da utilidade adquirida pelo agente ao consumir K se ocorrer w, vezes a probabilidade de acontecer w.

É necessário para compararmos preferências, que haja:

[1] Autores como Richard Brealey e Stewart Myers defendem que para muitos agentes do mercado, o CAPM resumiria toda a teoria moderna de finanças

1) Relação binária entre as cestas de consumo (x preferível a y, ou y a x, ou indiferença entre x e y)

2) Transitiva: se $x > y$ e $y > z$, logo $x > z$;

3) Completa: o indivíduo sempre terá uma opinião sobre qual cesta prefere. Mesmo que a opinião seja a própria indiferença.

Relações de preferência, sob essas condições, sempre poderão ser representadas por funções de utilidade.

Os três axiomas abaixo serão necessários para a relação binária entre as cestas passíveis de escolha ser representável.

Axioma 1: ≥ é uma relação preferencial

Axioma 2: Se a pertence ao intervalo (0,1],e se $p > q$,

$$a.p + (1 - a).r > a.q + (1 - a).r$$

Esse é o chamado axioma da independência. A felicidade atribuída por um indivíduo ao acertar a face da moeda em um jogo de cara ou coroa, independe da tristeza no caso de ele errar.

Axioma 3: Se $p > q > r$, então existem a e b no intervalo (0,1) que

$$a.p + (1 - a).r > q > b.p + (1 - b).r$$

Esse é o axioma de Arquimedes: Não há plano de consumo tão bom que, quando $q > r$, mesmo se b for baixo (baixa probabilidade de ocorrer p e alta probabilidade de ocorrer r), r não será melhor do que q.

Concluímos que $U(Xn) \geq U(Xm)$, se e somente se, $Xn \geq Xm$.

Indivíduos demonstram suas preferências escolhendo uma opção de distribuição de probabilidade de consumo, como representado abaixo.

$$E[U(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} U(z) d\, Fx(z)$$

Para alcançarmos um modelo, o conjunto de distribuições de probabilidade tem que ser finito. Os indivíduos maximizarão suas utilidades Van N. Morgenstern.

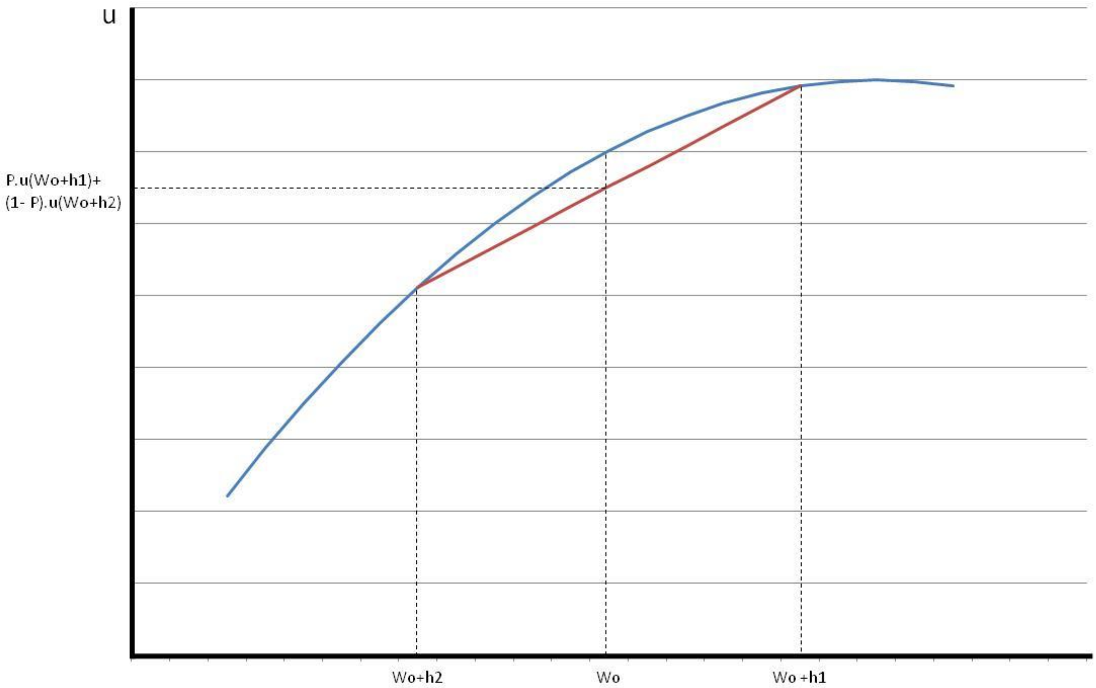
1.2) Aversão ao risco dos agentes

O conceito de aversão ao risco está ligado com a escolha de quanto o indivíduo está disposto a encarar loterias (incerteza) alternativamente a um ganho fixo.

$$U(Wealth\ inicial) \geq p.U(Wo + h1) + (1-p).U(Wo + h2)$$

Isso é:

$$U[p.(Wo + h1) + (1-p).(Wo + h2)] \geq p.U(Wo + h1) + (1-p).U(Wo + h2)$$



Assumimos que um Certificado de Depósito Bancário (CDB) pague ao investidor o retorno equivalente a um Certificado de Depósito Interbancário (CDI) e seja livre de risco.

Um agente avesso ao risco investirá X em ações da Petrobrás, por exemplo. E investirá (1-X) em CDI.

Sua incerteza quanto à sua riqueza será:

$$W = (1-X).(1 + CDI) + X.(1 + PETR4)$$

$$W = (1 + CDI) + X.(PETR4 - Rf)$$

O agente maximizará isso, derivando e igualando a zero. Então obteremos:

$$E[U(W).(PETR4 - CDI)] = 0$$

Concluímos que um agente avesso ao risco só se arriscará caso o retorno seja positivo.

Se $E\left[U\left(Wo.(1+CDI)\right).(PETR4 - CDI)\right] \leq 0$, não haverá investimento em PETR4.

Ou seja, um investidor com utilidade côncava estritamente positiva evitará qualquer risco, se e somente se, não houver prêmio de risco. Caso haja prêmio, esse investidor assumirá algum risco.

Considerando um investidor totalmente avesso ao risco. Vejamos qual o mínimo prêmio de risco necessário para convencê-lo a investir 100% de seu portfólio em um ativo de risco.

Para o investidor alocar 100% de seus recursos, por exemplo, em títulos do índice Ibovespa[2], teremos:

$$E\left[U\left(Wo.(1+IBOV)\right).(IBOV - CDI)\right] > 0$$

Usando a expansão de Taylor, multiplicando ambos os lados pelo prêmio de risco e tomando as expectativas, chegamos a:

$$E\left[U\left(Wo.(1+IBOV)\right).(IBOV - CDI)\right] = U'(Wo.(1+CDI).E(IBOV - CDI+U''Wo.1+CDI).\ E[(IBOV-CDI2.Wo+\delta.E[IBOV-CDI2]$$

$$E(IBOV - CDI) \geq Ra.\left(Wo.(1+CDI)\right).Wo.E[(IBOV - CDI)^2]$$

Sendo $Ra = \frac{-U"}{U'}$, a Medida absoluta de aversão ao risco de Arrow Pratt. E δ denotando a pequena magnitude do termo multiplicado por esse.

Essa determinação é importante para entender quando um indivíduo escolherá tomar algum risco.

1.3) Dominância Estocástica

[2] A composição do índice Bovespa está na parte anexa do estudo

Sabendo como medir o risco de um ativo enquanto existe um ativo sem risco, passemos agora para a derivação com a presença de dois ativos de risco. Por que preferir um ativo de risco a outro?

Segundo o argumento de Markowitz[3], existe dominância entre os ativos de risco, ou seja, existe preferência entre eles de acordo com as diferentes médias e variâncias de seus retornos esperados. Indivíduos preferem retornos com maiores médias esperadas. E menos incerteza, que nesse caso é representada pela variância. Esse é chamado de *First Degree of Stochastic dominance*.

Matematicamente teremos:

$$E[U(1+Ra)] \geq E[U(1+Rb)]$$

Ou seja,

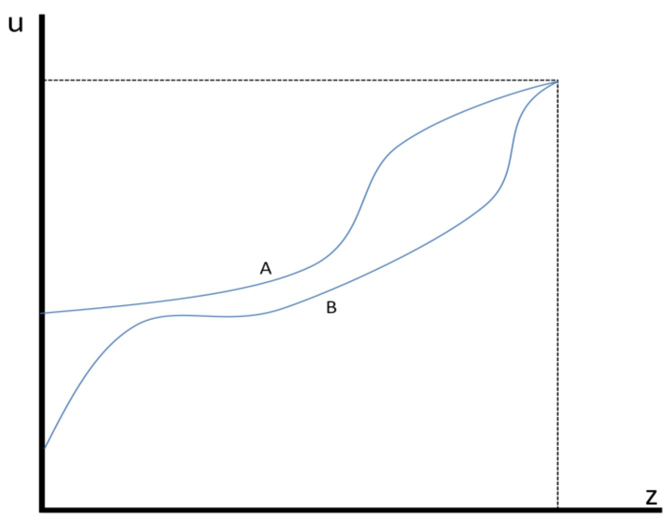
$$E[U(1+Ra)] = E[U(1+Rb+\alpha)]$$

Então,

$$Ra = Rb + \alpha$$

Isto também está associado, segundo Markowitz, às probabilidades atribuídas ao acontecimento do evento, isto é:

Sendo *Ra* e *Rb* entre 0 e 1, *U(Ra).Probabilidade(Ra)* > *U(Rb). Probabilidade(Rb)*



[3] Harry Max Markowitz, Prêmio Nobel de economia no ano de 1990.

Todo indivíduo não saciável pensará assim devido à sua função utilidade crescente.

O *Second Degree of Stochastic Dominance* é descrito quando indivíduos avessos ao risco e não saciáveis (utilidade necessariamente crescente) preferem o ativo A ao ativo B, mesmo quando a média de seus retornos esperados é igual.

Isso é descrito pelas equações:

$E(Ra) = E(Rb)$ & $S(y) = \int_0^y (Fa(z) - Fb(z))dz \leq 0$ para y entre 0 e 1.

$var\ (Ra) \leq var\ (Rb)$, pois, $E[\acute{\varepsilon}(Ra)] = cov(\acute{\varepsilon}, Ra) = 0$

Descrevendo o porquê disso:

$Rb = Ra + \acute{\varepsilon}$, *onde* $E(\acute{\varepsilon}/Ra) = 0$

Então, $E[U(Rb)] = E[U(Ra + \acute{\varepsilon})]$

Logo, $E[U(Rb)] = E[E[U(Ra + \acute{\varepsilon}).Ra]]$

$E[U(Rb)] \leq E[U(Ra)]$

Sabemos, portanto, que o ativo B envolve mais risco do que A.

Segundo essas condições, para se investir no ativo A no montante ótimo:

$E\big[U\big((1 + Rf) + \alpha.(Ra - Rf)\big).(Ra - Rf)\big] = 0$

Caso o indivíduo possua o ativo B na carteira, ele investirá mais em B do que no ativo livre de risco se $E\big[U\big((1 + Rf) + \alpha.(Rb - Rf)\big).(Rb - Rf)\big] \leq 0$

Isto é, o investidor estaria melhor se tivesse alocado menos do que α.

Importante compreender que se U não for côncava, mais risco pode indicar mais investimento e mais prêmio.

Outra observação bastante intuitiva é que se houver um portfólio que, de acordo com o *Second degree of Stochastic dominance*, dominar todos os outros portfólios, esse será o Portfólio de Variância Mínima.

Dadas as conclusões acima, devemos refletir a respeito de por que usar o modelo de média e variância parece razoável?

Considerando o princípio de Monotonicidade e Convexidade Estrita da utilidade do indivíduo[4], temos a seguinte conclusão analítica e implicações empíricas:

Quando retornos e variâncias são finitos, podemos usar funções quadráticas para descrevê-los.

Porém, conclusões econômicas ficam contra intuitivas com funções assim, e essas não se aplicam à insaciabilidade financeira - independentemente do nível de riqueza já alcançada, mais riqueza aumenta a utilidade do agente - e aversão - mais aversão ao risco torna o comportamento de um ativo de risco igual ao de um bem inferior.

1.4) O portfólio de fronteira

Utilizaremos para essa derivação, dois ativos com risco, mercados sem fricção e posições vendidas *(short)* sem limites, além de considerar que o *Ra* não pode ser representado como combinação linear de outros ativos.

V = Matriz covariância e Variância (será simétrica, pois a *cov(Rj,Ri) = cov(Ri,Rj)*)

W= Vetor arbitrário de constantes positivas.

Se w ≠ 0, $w^t.V.w > 0$

Portfólio de variância mínima = Portfólio de fronteira = Mesmo *E(Rx)*

O portfólio P só é de fronteira se *wp* (vetor com os pesos das ações na carteira) resolver:

$\min_w \frac{1}{2}.\mathrm{w}^{\mathrm{t}}.\mathrm{V}.\mathrm{w}$

Com as restrições:

$\mathrm{w}^{\mathrm{t}}.\mathrm{e} = \mathrm{E(Rp)}$, sendo $\mathrm{e} = \mathrm{E(Rwp)}$ & $\mathrm{w}^{\mathrm{t}}.1 = 1$

Utilizando o método de Lagrange, *wp* solucionará:

$\min_{w,\lambda,\gamma} L = \frac{1}{2}.\mathrm{w}^{\mathrm{t}}.\mathrm{V}.\mathrm{w} + \lambda.[\mathrm{E(Rp)} - \mathrm{w}^{\mathrm{t}}.\mathrm{e}] + \gamma.(1 - \mathrm{w}^{\mathrm{t}}.1)$

[4] Axiomas fundamentais à teoria do consumidor

(A) $\frac{dL}{dw} = V.wp - \lambda.\mathrm{e} - \gamma.1 = 0$

(B) $\frac{dL}{d\lambda} = E(Rp) - \mathrm{wp}^{\mathrm{t}}.\mathrm{e} = 0$

(C) $\frac{dL}{d\gamma} = 1 - \mathrm{wp}^{\mathrm{t}}.1 = 0$

Essas são as condições necessárias para *wp* ser um portfólio de fronteira.

Resolvendo a condição (A):

$wp = \lambda.(\mathrm{V}^{-1}.\mathrm{e}) + \gamma.(\mathrm{V}^{-1}.1)$

Multiplicando ambos os lados da equação por e^{T} e usando a condição (B):

$E(Rp) = \lambda.(\mathrm{e}^{\mathrm{T}}.\mathrm{V}^{-1}.e) + \gamma.(\mathrm{V}^{-1}.1)$

Isso, vezes 1^{t} dos dois lados e usando a condição (C), nos dá.

$1 = \lambda.(1^{\mathrm{T}}.\mathrm{V}^{-1}.e) + \gamma.(1^{\mathrm{T}}\mathrm{V}^{-1}.1)$

Logo,

$\lambda = \frac{\mathrm{C.E(Rp)} - \mathrm{A}}{\mathrm{D}}$

$\gamma = \frac{\mathrm{B-A.E(Rp)}}{\mathrm{D}}$

onde:

$A = 1^{\mathrm{T}}.\mathrm{V}^{-1}.e = \mathrm{e}^{\mathrm{T}}.\mathrm{V}^{-1}.1$

$B = \mathrm{e}^{\mathrm{T}}.\mathrm{V}^{-1}.e$

$C = 1^{\mathrm{T}}.\mathrm{V}^{-1}.1$

$D = \mathrm{BC} - \mathrm{A}^2$

Como $\mathrm{V}^{-1} > 0$, já que, V é positiva, então B > 0 e C> 0. Logo, D> 0.

Substituindo λ e γ, encontramos a composição do portfólio de fronteira eficiente tendo como retorno esperado *E(Rp)*.

$wp = g + h.E(Rp)$

Onde $g = \frac{B.(V^{-1}.1) - A.(V^{-1}.e)}{D}$ & $h = \frac{C.(V^{-1}.e) - A.(V^{-1}.1)}{D}$

Concluímos que qualquer portfólio da fronteira pode ser representado por $wp = g + h.E(Rp)$

Se g é o vetor de pesos dos ativos que compõem uma carteira no portfólio eficiente, tendo *E(Rp) = 0*, E *(g+h)* é o vetor de pesos dos ativos que compõem uma carteira com *E(Rp) = 1*.

Para vermos isso, calculamos:

$wp = g + h.E(Rp)$ onde *E(Rp) = 0*. Logo, $wp = g$

$wp = g + h.E(Rp)$, onde *E(Rp) = 1*. Logo, $wp = g + h$

Toda a fronteira pode ser gerada por pares de portfólios g e $g + h$. Essa fronteira terá o retorno *E(Rq)*. Os pesos dos portfólios serão *1-E(Rq)*, *E(Rq)* e os pesos em ativos de risco serão $\left(1 - E(Rq)\right).g + E(Rq).(g + h)$, que é igual a $wq = g + h.E(Rq)$

Essas equações já são suficientes para gerar uma fronteira q. Como é uma fronteira arbitrária, notamos que toda a fronteira pode ser gerada por apenas dois portfólios na fronteira. Importante mencionar que os argumentos anteriores apenas tomam como base o princípio de que g e $g + h$ não tem retornos esperados iguais.

Para expandir esse resultado para quaisquer dois portfólios da fronteira, P1 e P2 serão dois portfólios diferentes da fronteira e Q será outro qualquer na fronteira. Queremos mostrar que Q é um portfólio gerado por P1 e P2.

Como P1 ≠ P2, os retornos esperados de cada um, serão diferentes. Então, existe um número α que:

$$E(Rq) = \alpha.E(Rp1) + (1 - \alpha).E(Rp2)$$

Considerando o P1 e P2 como os pesos α,(1-α), teremos:

$$\alpha.wp1 + (1 - \alpha).wp2 = \alpha.[g + h.E(p1)] + (1 - \alpha).[g + h.E(Rp2)]$$

$$= g + h.[\alpha.E(Rp1)] + (1 - \alpha).E(Rp2)$$

$$= g + h.E(Rq) = wq$$

Assim, provamos que a fronteira pode ser gerada por quaisquer dois pontos da fronteira. A covariância entre quaisquer dois pontos Q e P na fronteira é:

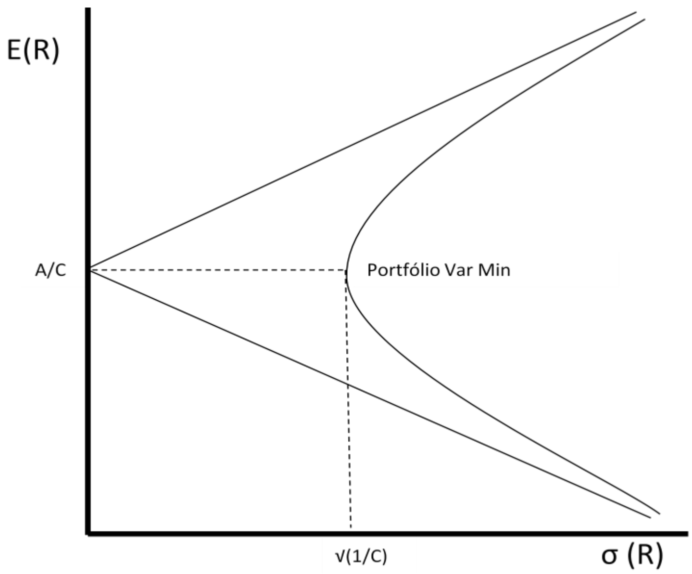
$$cov(Rp, Rq) = wp^t.V.wq = \frac{C}{D}.\left[E(Rp) - \frac{A}{C}\right].\left[E(Rq) - \frac{A}{C}\right] + \frac{1}{C}$$

A equação acima, combinada à equação de definição de covariância, nos levará a:

$$\frac{\frac{\sigma^2(Rp)}{1}}{C} - \frac{\left(E(Rp) - \frac{A}{C}\right)^2}{\frac{D}{C^2}} = 1$$

Vemos, então, que todo portfólio de fronteira tem covariância positiva com o portfólio de Variância Mínima. Reorganizando:

$$\sigma^2(Rp) = \left(\frac{1}{D}\right).[C.\left(E(Rp)\right)^2 - 2.A.E(Rp) + B]$$



O portfólio de Variância Mínima tem uma propriedade especial. Sendo P um portfólio qualquer - sendo ou não na fronteira eficiente:

$$cov(Rvarmin, Rp) = var(Rvarmin)$$

Isso acontece porque, considerando os pesos a e *(1-a)* nos portfólios P e Var Min, a solucionará:

$$\min_a a^2.\sigma^2(Rp) + 2.a.(1-a).cov(Rp, Rvarmin) + (1-a)^2.\sigma^2(Rvarmin)$$

Resolvendo (derivando e igualando a zero), temos:

$$2.a.\sigma^2(Rp) + 2.(1 - 2.a).cov(Rp, Rvarmin) - 2.(1 - a).\sigma^2(Rvarmin) = 0$$

Para isso, nem precisamos usar as hipóteses de que os ativos de risco têm diferentes retornos esperados.

Outra propriedade importante do portfólio de fronteira: para qualquer portfólio P na fronteira, que não o de variância mínima, existe um portfólio de fronteira que tem covariância zero com P.

Chamaremos esse portfólio, de agora em diante, de *Zero Covariance* (P), ou zc(p).

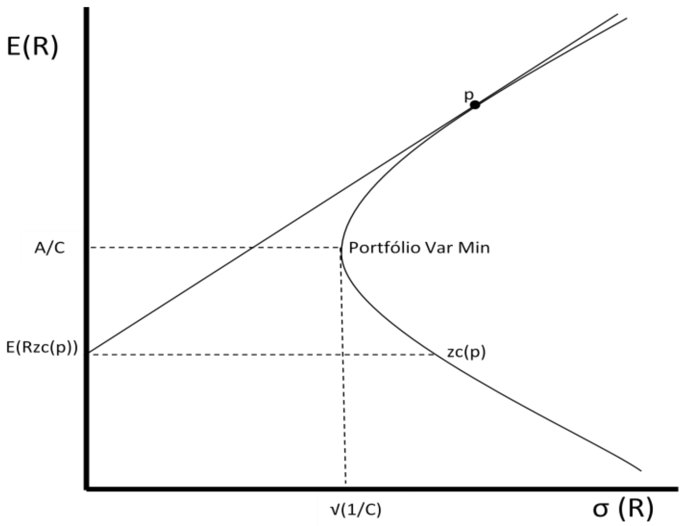
$$cov\big(Rp, Rzc(p)\big) = \frac{C}{D}.\left[E(Rp) - \frac{A}{C}\right].\left[E\big(Rzc(p)\big) - \frac{A}{C}\right] + \left(\frac{D}{C^2}\right) \quad = 0$$

$$E\big(Rzc(p)\big) = \frac{A}{C} - \frac{\left(\frac{D}{C^2}\right)}{E(Rp) - \frac{A}{C}}$$

Se P é eficiente, então:

$$E\big(Rzc(p)\big) < \frac{A}{C}$$

Concluímos que zc(p) é ineficiente.



Considerando que há um portfólio Q que resolve nosso problema inicial[5], teremos:

$$min_{wq} \frac{1}{2}.wq^t.V.wq$$

[5] Visto no ponto 1.4

Restrito a $wq^t.V.wp = 0$ & $wq^t.1 = 1$

Resolvendo pelo método de Lagrange:

$$wq = wp.\frac{1}{1-C.\sigma^2(Rp)} - \frac{C.\sigma^2(Rp)}{1-C.\sigma^2(Rp)}.\frac{V^{-1}.1}{1^t.1.V}$$

Percebemos que $\frac{V^{-1}.1}{1^t.1.V}$ é o vetor de pesos do portfólio de Variância Mínima.

Isso é, o Portfólio de Variância Mínima e de covariância igual a zero é uma combinação linear de P e Varmin, já que, $\sigma^2(Rp) > \frac{1}{C}$. Q será formado pela venda de P e compra de Varmin.

O retorno esperado será:

$$wq^t.e = \frac{E(Rp)}{1-C.\sigma^2(Rp)} - \frac{C.\sigma^2(Rp)}{1-C.\sigma^2(Rp)}.\frac{A}{C}$$

$$wq^t.e = \frac{E(Rp) - A.\sigma^2(Rp)}{1-C.\sigma^2(Rp)}$$

Agora que encontramos o portfólio de covariância zero para qualquer portfólio de fronteira (exceto o de variância mínima), vejamos a relação entre o retorno de qualquer portfólio e os pontos da fronteira eficiente.

P sendo o portfólio de fronteira (que não o VarMin) e Q sendo um portfólio qualquer.

$$cov(Rp, Rq) = wp^t.V.wq = \lambda.e^t.V^{-1}.V.wq + \gamma.1.V^{-1}.V.wq$$

$$= \lambda.e^t.wq + \gamma.1^t.wq$$

$$= \lambda.E(Rq) + \gamma$$

Substituindo λ e γ:

$$E(Rq) = \frac{A.E(Rp)-B}{C.E(Rp)-A} + cov(Rq, Rp).\frac{D}{C.E(Rp)-A}$$

$$= \frac{A}{C} - \frac{\left(\frac{D}{C^2}\right)}{E(Rp)-\frac{A}{C}} + \frac{cov(Rq,Rp)}{\sigma^2(Rp)}.\left[\frac{1}{C} + \frac{(E(Rp)-\left(\frac{A}{C}\right))^2}{\frac{D}{C}}\right].\left[\frac{D}{C.E(Rp)-A}\right]$$

Sendo $\beta qp = \frac{cov(Rq,Rp)}{\sigma^2(Rp)}$

$$= E(Rzc(p)) + \beta qp.\left[E(Rp) - \left(\frac{A}{C}\right) + \frac{\left(\frac{D}{C^2}\right)}{E(Rp) - \left(\frac{A}{C}\right)}\right]$$

$$= E(Rzc(p)) + \beta qp.[E(Rp) - E(Rzc(p))]$$

$$E(Rq) = (1 - \beta qp).E(Rzc(p)) + \beta qp.E(Rp)$$

βqp será o peso no portfólio P.

(1- βqp) será o peso em zc(p)

Como zc(zc(p)) = P, para qualquer portfólio de fronteira que não o Var Min, reescrevemos a última equação como:

$$E(Rq) = (1 - \beta qzc(p)).E(Rp) + \beta qzc(p).E(Rzc(p))$$

Como *E(Rp) ≠ E(Rzc(p))*, existe um α que:

$$E(Rq) = \alpha.E(Rp) + (1 - \alpha).E(Rzc(p))$$

Conclui-se que:

$$\beta qzc(p) = 1 - \beta qp$$

Então escrevemos:

$$E(Rq) = \beta qzc(p).E(Rzc(p)) + \beta qp.E(Rp)$$

A relação entre as variáveis aleatórias Rq, Rp, Rzc(p) é:

$$Rq = \beta o + \beta 1.Rzc(p) + \beta 2.Rp + \dot{\varepsilon} q$$

Os *βs* são os coeficientes da regressão.

$$cov(Rp, \dot{\varepsilon} q) = cov(Rzc(p), \dot{\varepsilon} q) = E(\dot{\varepsilon} q) = 0$$

Como *Rp* e *Rzc(p)* não se correlacionam, *β1 = βqzc(p)* & *β2 = βqp*

Sendo *βo = 0*, podemos escrever o retorno do portfólio *Q* como:

$$Rq = (1 - \beta qp).Rzc(p) + \beta qp.Rp + \dot{\varepsilon} q$$

$$cov(Rp, \dot{\varepsilon} q) = cov(Rzc(p), \dot{\varepsilon} q) = E(\dot{\varepsilon} q) = 0$$

Quando existe um ativo livre de risco na economia, teremos:

P sendo um portfólio de fronteira e *wp* sendo um vetor de pesos das ações com risco em uma carteira.

Voltando ao problema inicial:

$$min_w \frac{1}{2}.w^t.V.w$$

Sujeito a: $w^t.e + (1 - w^t.1).Rf = E(Rp)$

Usando o Lagrange:

$$min_{w,\lambda} \left(\frac{1}{2}\right).w^t.V.w + \lambda.[E(Rp) - w^t.e - (1 - w^t.1).Rf]$$

Tirando as condições de primeira ordem e resolvendo para wp, teremos:

$$wp = V^{-1}.(e - Rf).\frac{E(Rp)-Rf}{H}$$

Sendo $H = (e - Rf)^t.V^{-1}.(e - Rf) = B - 2.A.Rf + C.Rf^2$

A,B e C são os mesmo encontrados no ponto 1.4.

Como $A^2 - B.C < 0, H > 0$

A variância da taxa de retorno de P é:

$$\sigma^2(Rp) = wp^t.V.wp = \frac{(E(Rf)-Rf)^2}{H}$$

Isto é:

Se $E(Rp) \geq Rf$, então $\sigma(Rp) = +\frac{E(Rp)-Rf}{\sqrt{H}}$

Se $E(Rp) < Rf$, então $\sigma(Rp) = -\frac{E(Rp)-Rf}{\sqrt{H}}$

Quando existe um ativo livre de risco e consideramos que *Q* é um portfólio qualquer com pesos wp. Assumindo que *E(Rp) ≠ Rf*, temos que:

$$cov(Rq, Rp) = wq^t.V.wp$$

$$= \frac{(E(Rq)-Rf).(E(Rp)-Rf)}{H}$$

$$E(Rq) - Rf = \frac{cov(Rq,Rp)}{\frac{(E(Rq)-Rf)^2}{H}} . E(Rp) - Rf$$

$$= \beta qp . E(Rp) - Rf$$

Com isso, podemos dizer que:

$$Rq = (1 - \beta qp). Rf + \beta qp. Rp + \acute{\varepsilon} qp$$

Sendo $cov(Rp, \acute{\varepsilon} qp) = E(\acute{\varepsilon} qp) = 0$ para qualquer portfólio Q e qualquer portfólio de fronteira *P* que não o ativo sem risco.

1.5) *Two (Mutual) Funds Separation*

Aqui, introduzimos o conceito de *Two (Mutual) Funds Separation*. Se os indivíduos preferem portfólios na fronteira, eles podem simplesmente ter uma combinação linear de dois desses portfólios da fronteira, ou, os chamados *mutual funds*.

Dado um portfólio, existe outro composto por dois fundos (mutuais) que os indivíduos preferem, pelo menos, a mesma quantidade do portfólio original.

Tendo em mente que a carteira de mercado é diferente do portfólio de variância mínima, existe uma relação linear entre os retornos esperados das ações e os retornos da carteira de mercado. Esse é o chamado modelo CAPM.

Definição inicial:

Um vetor de taxas de retorno de ativos é dito como *two fund separation* se existem dois fundos $\alpha 1$ e $\alpha 2$ que, para qualquer portfólio, existe um escalar λ que será dominante, ou seja, a média do retorno será maior:

$$E[U(\lambda. R\alpha 1 + (1 - \lambda). R\alpha 2)] \geq E[U(Rq)]$$

$$E(\lambda. R\alpha 1 + (1 - \lambda). R\alpha 2) = E(Rq)$$

e a variância menor:

$$var(\lambda. R\alpha 1 + (1 - \lambda). R\alpha 2) \leq var(Rq)$$

Como $\alpha 1$ e $\alpha 2$ são portfólios de fronteira, qualquer combinação linear entre eles estará também na fronteira. Então, qualquer portfólio dominante deverá também ser fronteiriço. Como o peso dos ativos da carteira de fronteira é único e a combinação de dois ativos é suficiente para determinar a fronteira eficiente, todas as vezes que o *two fund separation* acontece, dois portfólios de fronteira podem ser portfólios separados.

Particularmente, se observarmos qualquer portfólio na fronteira (que não o de Variância Mínima) e o portfólio de covariância zero dele, esses serão portfólios separados.

Para qualquer portfólio *Q*, teremos:

$$Rq = (1 - \beta qp).Rzc(p) + \beta qp.Rp + \dot{\varepsilon} pq$$

$$Rq = Rzc(p) + \beta qp.(Rp - Rzc(p)) + \dot{\varepsilon} pq$$

Sendo: $\beta qp = \frac{cov(Rq,Rp)}{var(Rp)}$ & $E(\dot{\varepsilon} pq) = 0$

Perceba que:

$Q(\beta qp) = (1 - \beta qp).Rzc(p) + \beta qp.Rp$ é a taxa de retorno do portfólio dominante. Então, a condição necessária e suficiente para haver *two fund separation* é:

$E(\dot{\varepsilon} qp / Q(\beta qp)) = 0$ para todo *Q*.

Sendo *Q(βqp)* o retorno do portfólio dominante, temos:

$$max_a \, E[U\big(a.Rq + (1 - a).Q(\beta qp)\big)]$$

Para *a = 0* ser solução, $E[U(Q(\beta qp).\dot{\varepsilon} qp)] = 0$ para toda função de utilidade côncava.

Em palavras, explicamos a matemática acima da seguinte forma: O retorno de um portfólio qualquer é igual ao retorno de outro portfólio qualquer somado a um α (que tem valor esperado igual à zero). Os retornos têm valores esperados iguais sendo que um deles é formado por dois *mutual funds* fixos.

Como o retorno esperado dos dois fundos citados é diferente, portfólios formados por eles terão retornos diferentes, o que dá margem para haver arbitragem.

Quando o *two fund separation* se mantém e os mercados para ativos arriscados estão em equilíbrio, uma simples restrição linear será o efeito. Isso significa que a relação de equilíbrio entre o retorno dos ativos é linear.

Definindo o portfólio de mercado:

Wo é a riqueza inicial um indivíduo (>0).

Wj é a parte investida na ação *j*.

A riqueza total dessa economia no tempo t=0 é:

$\sum_{i=1}^{I} Woi$ (onde i significa cada indivíduo)

Em equilíbrio, a riqueza total da economia será igual ao valor total das *securities* dessa economia.

Chamaremos de *Wmj* o vetor de pesos do portfólio de mercado.

No equilíbrio de mercado:

$$\sum_{i=1}^{I} Wij.Woi \ = Wmj.Wmo$$

Dividindo os dois lados por *Wmo* teremos:

$$\sum_{i=1}^{I} \ Wij.\left(\frac{Woi}{Wmo}\right) = \ Wmj$$

Ou seja, o portfólio de mercado é uma combinação convexa dos portfólios individuais. De acordo com a teoria do *two fund separations*, o portfólio de mercado estará na fronteira. Quando esse princípio prevalece, os dois fundos separadamente serão fronteiriços. Nesse caso, cada indivíduo terá uma combinação linear de dois portfólios. Vimos que qualquer combinação de portfólios de fronteira estará também na fronteira, então, cada individuo terá um portfólio fronteiriço.

Como demonstrado acima, o portfólio de mercado é uma combinação de portfólios individuais. Concluímos que o portfólio de mercado é uma combinação linear convexa de portfólios de fronteira, e ele, em si, está na fronteira eficiente. Se P é fronteiriço, para qualquer portfólio que não o de Variância Mínima, teremos:

$$E(Rq) = (1 - \beta qp).E\big(Rzc(q)\big) + \beta qp.E(Rq)$$

Sabendo que o portfólio de mercado é fronteiriço, não sendo ele o portfólio de Variância Mínima, teremos:

$$E(Rq) = (1 - \beta qm).E\big(Rzc(m)\big) + \beta qm.E(Rm)$$

Sendo:

$$\beta qm = \frac{cov(Rq,Rm)}{var(Rm)}$$

$$E(Rm) = \sum_{j=1}^{N} Wmj.Rj$$

Como qualquer ativo com risco pode ser considerado um portfólio, teremos:

$$E(Rj) = (1 - \beta jm).E\big(Rzc(m)\big) + \beta jm.E(Rm)$$

Reescrevendo a equação:

$$E(Rj) = E\big(Rzc(m)\big) + \beta jm.[E(Rm) - E\big(Rzc(m)\big)]$$

Supondo que o portfólio de mercado é eficiente, então $E(Rm) - E\big(Rzc(m)\big)$ será maior do que zero, já que, zc(m) é ineficiente. Quanto maior o *βjm* por ação *j*, maior a taxa de retorno esperado em equilíbrio. Essa depende de sua covariância com o retorno do portfólio de mercado. Quando o portfólio de mercado é ineficiente, ainda há relação linear entre *Rj* e *βjm*. Quanto mais covariância com o portfólio de mercado, menor o retorno esperado da ação *j*.

Teremos: $E(Rj) = E(Rm) + \beta jzc(m).[E\big(Rzc(m)\big) - E(Rm)]$

Não analisaremos aqui o caso do portfólio de mercado ser o próprio portfólio de Variância Mínima, pois sua relevância para esse estudo é pequena.

Adicionando o ativo sem risco mais uma vez, temos:

Supondo $Rvarmin > Rf$ & $\frac{A}{C} > Rf$ & *e* será o portfólio de tangência.

O retorno de qualquer portfólio *Q* será:

$$Rq = (1 - \beta qe).Rf + \beta qe.Re + \dot{\varepsilon} qe$$

Sendo $cov(Re, \dot{\varepsilon} qe) = 0$

Assumindo que prevalece o princípio de *two fund separation*, quando $\frac{A}{C} \neq Rf$ e ativos de risco sempre estão em oferta positiva, as carteiras de tangência serão as carteiras de mercado de ativos de risco em equilíbrio.

Usando então o equilíbrio já apresentado,

$$E(Rq) - Rf = \frac{cov(Rq,Rp)}{\frac{(E(Rp)-Rf)^2}{H}} . E(Rp) - Rf$$

Teremos:

$$E(Rq) - Rf = \beta qm.(E(Rm) - Rf)$$

Esse é o modelo CAPM derivado independentemente por Lintner(65), Mossin(65) e Sharpe(64).

1.6) Prêmio de risco

Demonstramos agora que o prêmio de mercado deve ser maior do que zero quando as ações de risco estão em oferta positiva no mercado.

O investidor sempre escolherá um retorno esperado maior do que o retorno livre de risco, pois sua utilidade é crescente e côncava. Se $\frac{A}{C} < Rf$, nenhum investidor terá quantidade positiva de portfólio de mercado.

Isso é consistente com a lei da oferta e demanda. Em equilíbrio:

$\frac{A}{C} > Rf$ & α > 0 (há prêmio de risco).

Nesse caso, ninguém escolherá portfólios ineficientes. A linha de desvio padrão da taxa de retorno composta por portfólio de fronteira e *Rf* é a linha que chamaremos de *Capital market line*. No contexto CAPM, o *β* para com o mercado já é uma estatística suficiente para medir um risco de um portfólio individual. Ativos de risco cujo os *payoffs* têm covariância maior do que zero com o portfólio mercado têm prêmios de risco positivos.

Explicaremos por que isso ocorre através de um exemplo:

	Ação da Petrobrás	Dólar
Payoff	X	X
Cov (Portfólio de mercado)	> 0	< 0
Oferece melhores retornos quando	Economia vai bem	Economia vai mal

Tabela 1.1 - Exemplo de rendimentos de diferentes ativos

No exemplo acima, ganhar um dólar quando a economia está mal vale mais do que ganhar um dólar quando a economia vai bem, devido ao custo de oportunidade do dinheiro investido.

Por isso, a ação da Petrobrás valerá menos do que o dólar em t=0. Como ambos têm *payoffs* = X (e diferentes preços), na média, o retorno da ação da Petrobrás terá de ser maior do que o retorno do dólar. Isto significa que a Petrobrás tem uma estrutura de *payoffs* que é menos atrativa do que a estrutura da moeda comparada, por isso, deverá pagar retornos maiores para ser atrativa, em equilíbrio.

Agora vejamos que, com um grande número de ações, se não houver oportunidade de arbitragem, vai existir uma relação linear entre os retornos esperados.

Usemos exemplos formais, voltando à equação apresentada anteriormente:

$$Rq = (1 - \beta qe).Rf + \beta q.Re + \dot{\varepsilon}qe$$

Sendo que $E(\dot{\varepsilon}qe/Re) = 0$

Se houver N ações de risco, utilizaremos o modelo abaixo:

$$Rj^n = aj^n + \sum_{k=1}^{K} \beta jk^n.\delta k^n + \dot{\varepsilon}j^n$$

Sendo βjk^n um número real & δk^n a taxa de retorno de um portfólio e j = (1,2,...,n).

E, além disso:

$$E(\dot{\varepsilon}j^n) = 0$$

$$E(\dot{\varepsilon}j^n.\dot{\varepsilon}l^n) = 0 \text{ , } l \neq j$$

$$\sigma^2(\dot{\varepsilon}j^n) \leq \sigma^2$$

Se $\dot{\varepsilon}j^n \equiv 0$ para todo j, então existe relação linear exata entre os retornos esperados dos ativos da economia. Isso ocorre porque os retornos dos ativos de risco são medidos através dos retornos dos portfólios e do ativo livre de risco.

Considerando formalmente um portfólio de K fatores e mais um ativo livre de risco, teremos:

$$Yjo^n = 1 - \sum_{k=1}^{K} . \beta jk^n$$

$$Yjk^n = \beta jk^n \text{ , } k=1,...,K$$

Yjo^n é a proporção do portfólio investida no ativo livre de risco. Yjk^n é a proporção investida no portfólio k. O retorno desse portfólio será:

$$(1 - \sum_{k=1}^{K} . \beta jk^n) . Rf + \sum_{k=1}^{K} \beta jk^n \delta jk^n$$

Suporemos agora que $(1 - \sum_{k=1}^{K} . \beta jk^n) . Rf = \alpha j^n$

Provarei a relevância da suposição demonstrando que o contrário não deverá ser verdade:

Se $(1 - \sum_{k=1}^{K} . \beta jk^n) . Rf > \alpha j^n$, poderemos estabelecer um portfólio investindo \$1 em Yj^n e vendendo (se financiando) o mesmo \$1 de Rj. Isso não custou nada para o investidor, que obterá a taxa de retorno:

$$(1 - \sum_{k=1}^{K} . \beta jk^n) . Rf - \alpha j^n > 0$$

O que não tem risco e é estritamente positivo. Ou seja, um *free lunch*[6].

Acabando com *free lunchs* e usando o mesmo raciocínio para o caso em que

$(1 - \sum_{k=1}^{K} . \beta jk^n) . Rf > \alpha j^n$, vemos que a igualdade apresentada prevalece, conforme queríamos demonstrar.

Transformando a conclusão acima em forma matricial, encontramos:

$$E(R^n) = B^n . E(\delta^n - Rf . 1^n)$$

1^n É um vetor de 1s de dimensão Nx1

[6] Referência ao ditado popular: "*There ain't no such thing as a free lunch*"

Isso prova que há exata relação linear entre os retornos esperados dos ativos no mercado analisado[7].

1.7) Conclusões do modelo

A partir da derivação vislumbrada acima, algumas de nossas principais conclusões foram:

A - A função utilidade dos investidores se comporta de modo que sua utilidade cresce à medida que seus ativos obtêm maiores médias de retorno, e decrescem à medida que seus ativos obtêm maiores variâncias.

B - Dada a fronteira eficiente de média e variância, não há melhores ou piores retornos ao longo da fronteira. Apenas há diferentes níveis de risco associados a cada possível retorno esperado. Ou seja, a aversão ao risco do agente é o que determinará em qual ponto da fronteira eficiente ele gostará de estar. Não há dúvidas de que ele quererá estar na fronteira.

C – O portfólio de mercado faz parte da fronteira eficiente conforme derivado acima.

D – Não existe portfólio na fronteira eficiente que não possua covariância positiva com o portfólio de variância mínima. O portfólio de mínima variância e o portfólio de covariância zero são formados por uma combinação linear de uma carteira na fronteira eficiente e da carteira de variância mínima.

E - O modelo CAPM atribui importância paralelamente ao risco e ao retorno do ativo no cálculo de desempenho dos ativos, por isso, possui capacidade de avaliação de performance obtido por gestores de portfólio através do cálculo, por exemplo, do *Jensen's Alpha*[8].

F – Todos os agentes do mercado possuem a mesma opinião sobre os retornos dos ativos e suas distribuições de probabilidade. Geralmente, as distribuições tomam formas normais. Esses agentes são avessos ao risco e maximizam riqueza esperada no futuro.

---

[7] Não analisaremos o caso em que ε_j não tem valor esperado zero. Esse caso culminaria no modelo APT (Arbitrage Pricing Theory).

[8] Jensen's Alpha ou Jensen's Performance Index é utilizado para indicar o excesso de retorno de um ativo ou portfólio sobre o retorno esperado. Sua primeira utilização é atribuída a Michael Jensen em 1968.

G – Lembramos que não existem restrições de posições de ativos compradas ou vendidas.

1.8) Aplicabilidade no conceito de gestão de recursos

Segundo caracterizaram Dong He, Stefan Ingves e Steven A. Seeling em uma publicação do FMI de 2006[9], "*Regardless the focuses of different AMCs, their operations should be guided ultimately by the objective of profit maximization or loss minimization, taking into full account market conditions as well as the funding cost to the AMC*."

A gestão de recursos tem como papel principal disponibilizar gestores com experiência no mercado para selecionar os melhores ativos e realizar operações com o dinheiro dos investidores.

Um paralelo atribuído a Bernstein (1992), compara a semelhança entre a atividade do consultor profissional de investimentos e o decorador de interiores. Para cada tipo e estilo de investidor, uma diferente decoração seria recomendada. Essa associação se encaixa bem no mundo dos fundos de investimento.

Ignoraremos nesse estudo o viés dos *asset managements* de muitas vezes agir na compra de títulos podres de bancos a fim de "limpar" seus balanços conforme descrito em "*The Use Of Asset Management Companies In The Resolution Of Banking Crises Cross-Country Experiences*[10]" de Daniela Klingebiel, por considerarmos que no Brasil essa prática não é tão relevante, portanto não incide sobre nossas conclusões.

Ao optar por aplicar em um fundo de investimento, os investidores terceirizam a escolha de seus ativos. Para tanto, os investidores se comprometem a pagar uma taxa de administração dos recursos, que, em media, representa cerca de 2% anuais dos recursos aplicados. Para muitos fundos de investimento, ainda é cobrada uma taxa de performance sobre o desempenho que exceder um *benchmark* pré estabelecido (em geral, é algum índice de mercado como o Ibovespa, CDI, SMILL ou IPCA). Ou seja, o investidor permite que outro indivíduo escolha os ativos de seu portfólio e ainda se compromete a pagar um valor fixo sobre o montante da aplicação e um valor

[9] Dong He, Stefan Ingves e Steven A. Seeling - *Issues in the establishment of asset management companies*. Bank restructuring and resolution - FMI 2006

[10] World Bank - Policy Unit - February 2000

variável atrelado à performance obtida pelo gestor.
A questão a ser abordada nesse estudo é se vale a pena para o investidor tomar essa decisão.
Tendo em vista as conclusões do modelo acima, inferimos que nesse mundo CAPM, não faz sentido existir o papel do gestor de recursos. Essa inferência decorre do fato de que se uma gestora obtém retornos superiores ao retorno de mercado, de acordo com o modelo, isso exclusivamente pode ser explicado pelo fato da gestora ter tomado mais risco do que o risco de mercado.
Dado que o retorno esperado do portfólio foi maior que o de mercado na média, e isso se deveu à maior tomada de risco, de acordo com o cenário teórico derivado acima, o investidor poderia simplesmente escolher outra combinação de pesos entre o ativo livre de risco e uma ação (ou um índice de ações) que envolvesse maior desvio padrão em relação à média, inclusive envolvendo alavancagem. Nesse caso, esse se deslocaria ao longo da fronteira eficiente e seus retornos esperados deveriam aumentar. Além disso, o investidor se veria livre do pagamento de taxas de administração e performance, o que aumentaria seu ganho líquido.
Então, o individuo está pagando taxas a terceiros para que montem um portfólio - que contém um risco acima do risco de mercado atrelado à possibilidade de maiores retornos - que o próprio indivíduo poderia montar "domesticamente", livre de taxas. Além disso, nos deparamos com a questão de *risk-shifting*[11] e todo entorno dos incentivos para que o gestor assuma mais risco do que o ótimo social (com o dinheiro do investidor) decorrente do fato de sua remuneração direta (bonificação) estar atrelada à performance acima do *benchmark*. O que, em termos simplificados, é o mesmo do que dizer que se o gestor devolver ao investidor mais do que o retorno de mercado, o excedente é dividido entre os dois, se o gestor devolver menos, ele não perde nada e todo risco é do investidor - que ainda terá de pagar a taxa de administração. O gestor terá incentivo a tomar mais risco do que o ótimo social e preferirá até mesmo retornos esperados negativos caso a cauda da distribuição de probabilidade seja maior do que uma distribuição de retorno esperado positivo com uma cauda achatada.
Em suma, de acordo com os fatos estudados, não existe sentido lógico, nesse cenário, em haver gestoras de recursos operantes.

11 Nesse estudo, os conceitos de risk-shifting foram extraídos de MYERS S. – *Determinants of Coporate Borrowing* - Journal of Finance - 1977

Capítulo 2) A Realidade Empírica

A motivação desse capítulo é bastante intuitiva. Vimos que o CAPM é um modelo muito difundido no mundo das finanças mundiais e é referência para muitos autores. Ao mesmo tempo, observamos que o modelo sugere que as gestoras de ativos não deveriam ter papel nas decisões dos investidores de como aplicar seus recursos. Então, pelo princípio da preferência revelada[12], queremos descobrir o porquê da existência de cada vez mais empresas desse ramo. Ou seja, se os investidores podem, individualmente, replicar o portfólio que é escolhido pelas gestoras e assim, segundo o modelo, obter o mesmo retorno esperado, é intrigante pensar que os indivíduos continuem preferindo utilizar os serviços de um *asset management*, paguem por isso, e esse segmento ainda continue crescendo.

A fim de encontrar as razões para a existência das gestoras, computamos os retornos anuais (líquidos de taxas de administração e performance) de todos os fundos[13] de investimento, de diferentes gestoras, contidos na base do Quantum Axis. Foram comparadas também, visando à medição do risco, as volatilidades desses retornos anuais desde 1997[14].

Ao mesmo tempo, a tabela contém o retorno de investimentos como títulos que pagam o CDI, o índice IBOV, IPCA, IGP-M e Poupança.

No caso especial do rendimento de poupança, por ser o único investimento cujo os ganhos não são taxados no imposto de renda, calculamos o retorno da aplicação somado a esse imposto de renda “devolvido”. Ou seja, para não deduzir do rendimento de todas as outras aplicações o imposto de renda, foi acrescido no rendimento na poupança a média dos tributos pagos de acordo com a tabela (abaixo) de pagamento de imposto para aplicação de renda fixa.

[12] *Revealed preference theory* desenvolvida por Paul Samuelson. Nesse contexto se aplica, pois se há indivíduos que realizam o ato de investir seus recursos em gestoras, é porque eles atribuem maior utilidade a fazer isso do que em investimentos alternativos, ou seja, preferência por essa aplicação dentre as opções de aplicações.
[13] Segundo a base utilizada, são 11.062 fundos de investimentos.
[14] Para o ano de 2011, usaremos os dados disponíveis até 30/09/11

Prazo da Aplicação	% IR sobre o Rendimento Bruto
Até 180 dias	22,50%
De 181 a 360 dias	20%
De 361 a 720 dias	17,50%
Acima de 720 dias	15%

Tabela 2.1 – Pagamento de IR sobre rendimento bruto

Para dar início a esse capítulo, realizamos um exercício simples de buscar contra-exemplos, dentro do escopo da indústria de fundos, para a teoria de que mais retorno necessariamente deve ser atribuído à maior tomada de risco. Para isso, o seguinte experimento foi realizado:

Dentro da tabela de todos os fundos da indústria, consideramos apenas os últimos três anos a fim de homogeneizar a situação de todos os fundos (que independentemente da estrutura prévia da gestora, passavam por uma época de recuperação da crise). Eliminamos todos os fundos que apresentavam volatilidade de retornos superior à volatilidade do índice Ibovespa (o ativo de risco que é utilizado como portfólio de mercado nesse estudo). Após isso, eliminamos também todos os fundos que obtiveram retorno inferior ao IBOV no mesmo período. Levando em consideração a teoria do modelo apresentado acima, se só consideramos fundos com volatilidade abaixo do ativo de risco (IBOV), não deveríamos encontrar nenhum fundo com retorno superior. Porém, veja a lista de fundos que, mesmo com volatilidade menor em todos os últimos três anos, obtiveram maiores retornos em todos esses anos.

Fundo	2011	2010	2009
BBM BAHIA I FI MULTIMERCADO	12,53%	20,51%	119,09%
BBM BAHIA FI MULTIMERCADO	12,48%	20,40%	118,16%
BBM CÍCLOTRON INVESTIMENTO NO EXTERIOR FIC MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	10,61%	16,45%	92,47%
BBM BAHIA FIC MULTIMERCADO	10,40%	16,33%	92,07%
SQUADRA MASTER LONG BIASED FI AÇÕES	9,19%	27,61%	125,39%
SQUADRA PRIVATE FIC AÇÕES	8,93%	35,45%	103,01%
CDI (Ativo livre de risco)	**8,70%**	**9,75%**	**9,88%**
CITRINO FIC MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	8,34%	9,41%	85,14%
SQUADRA VALUTA FIC AÇÕES	7,69%	22,22%	100,51%
SQUADRA UDINE FIC AÇÕES	7,68%	22,40%	103,78%
SQUADRA LONG BIASED FIC AÇÕES	7,59%	21,89%	98,66%
EXPLORA LONG AÇÕES FI AÇÕES	5,69%	26,82%	130,71%
EXPLORA SEEDER FIC AÇÕES	1,88%	22,29%	126,28%

EXPLORA LONG AÇÕES 30 FIC AÇÕES	0,71%	20,76%	122,02%
AC0 INVESTIMENTO NO EXTERIOR FI MULTIMERCADO	0,29%	10,46%	102,11%
BRESSER AÇÕES FI AÇÕES	-1,22%	24,04%	85,36%
BTG PACTUAL ABSOLUTO FIC AÇÕES	-2,31%	12,96%	91,88%
DYBRA FI AÇÕES	-2,46%	24,51%	85,12%
M SQUARE AÇÕES CSHG MASTER FI AÇÕES	-2,53%	33,50%	91,69%
JGP EQUITY FIC MULTIMERCADO	-2,97%	18,12%	118,13%
TMB FI AÇÕES	-3,28%	37,78%	84,21%
M SQUARE AÇÕES CSHG FIC AÇÕES	-3,85%	27,75%	84,55%
M SQUARE AÇÕES FIC AÇÕES	-3,86%	28,09%	88,14%
FIDES TOTAL RETURN FI AÇÕES	-3,92%	2,90%	134,81%
FPRV DYN UIRAPURU FI AÇÕES PREVIDENCIÁRIO	-4,00%	25,24%	85,89%
BNY MELLON ARX LONG TERM FI AÇÕES	-4,21%	54,19%	155,20%
SAFRA CONSUMO FI AÇÕES	-4,24%	16,04%	86,84%
ITCA FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	-4,28%	14,39%	84,76%
COX MASTER FI AÇÕES	-4,44%	45,40%	116,92%
PAR PERFEITO FI AÇÕES	-4,97%	10,82%	84,93%
IP PARTICIPAÇÕES INSTITUCIONAL FIC AÇÕES	-5,36%	24,10%	86,41%
COX FIC AÇÕES	-5,70%	37,87%	104,69%
BANESPREV MAIS VALOR FI AÇÕES	-5,82%	25,66%	88,40%
IP SELEÇÃO FI AÇÕES	-5,97%	24,25%	88,71%
CSHG ALLOCATION COX FIC AÇÕES	-6,01%	37,52%	105,09%
SQUADRA MASTER LONG ONLY FI AÇÕES	-6,30%	34,90%	166,58%
BOGARI VALUE FI AÇÕES	-6,69%	29,52%	122,03%
FREIBURG FIC AÇÕES	-6,88%	28,58%	87,18%
ITAÚ IP PARTICIPAÇÕES FIC AÇÕES	-6,94%	22,64%	85,71%
XP ABSOLUTO CONSUMO FI AÇÕES	-7,09%	16,58%	105,17%
IP PARTICIPAÇÕES FIC AÇÕES	-7,12%	23,03%	87,41%
KONDOR FI AÇÕES	-7,55%	14,40%	133,52%
AAA AÇÕES FIC AÇÕES	-7,71%	17,84%	83,83%
VOTORANTIM VISION FI AÇÕES	-7,83%	36,72%	130,00%
SQUADRA AZZURRA FIC AÇÕES	-8,07%	30,88%	159,18%
SQUADRA LONG ONLY FIC AÇÕES	-8,27%	30,67%	157,83%
BBM SMID CAPS FIC AÇÕES	-8,39%	28,66%	205,75%
OPUS SELETO FIC AÇÕES	-8,43%	14,58%	91,72%
MANGALARGA FI AÇÕES	-8,64%	21,43%	94,66%
LIPIZZANER FI AÇÕES	-8,72%	23,93%	114,19%
BB TOP SETORIAL CONSUMO FI AÇÕES	-8,85%	24,57%	96,71%
MAPFRE SMALL FI AÇÕES	-9,09%	24,03%	94,24%
BB CONSUMO FIC AÇÕES	-9,58%	23,26%	94,40%
BOREAS FIC AÇÕES	-9,76%	3,64%	87,40%
GÁVEA AÇÕES MASTER FI AÇÕES	-10,00%	9,56%	87,34%
VINCI GAS FLASH FIC AÇÕES	-10,07%	4,20%	97,72%
METARACANGA FIC AÇÕES	-10,22%	9,30%	86,91%
BRASIL CAPITAL FIC AÇÕES	-10,39%	38,96%	185,64%
CSHG OURUS FIC MULTIMERCADO	-10,46%	42,27%	95,25%
CORINGA FI AÇÕES	-10,72%	14,15%	112,96%

BRASIL CAPITAL II FIC AÇÕES	-10,93%	38,07%	185,64%
JEQUITIBÁ FI AÇÕES	-10,99%	14,25%	93,73%
RUDRIC EQUITY FIC AÇÕES	-11,08%	13,59%	83,90%
VINCI GAS BLUE MARLIN FI AÇÕES	-11,08%	5,80%	82,89%
UNIBANCO CONSUMO FI AÇÕES	-11,29%	17,46%	86,53%
GÁVEA AÇÕES FIC AÇÕES	-11,39%	7,20%	83,04%
MIRAE ASSET DISCOVERY DIVIDENDOS FI AÇÕES	-11,46%	16,67%	120,40%
NEST AÇÕES FIC AÇÕES	-11,63%	34,79%	100,42%
DAYCOVAL EXPERT FI MULTIMERCADO	-11,79%	21,28%	102,62%
PRISMA FI AÇÕES	-11,97%	42,29%	99,90%
LEBLON AÇÕES MASTER FI AÇÕES	-12,12%	24,22%	125,40%
XANGAI FIC AÇÕES	-12,22%	19,47%	98,43%
POLO FI AÇÕES	-12,30%	4,35%	86,99%
POLO CSHG FIC AÇÕES	-12,30%	4,35%	86,98%
CSHG ESMERALDA EQUITY FIC MULTIMERCADO	-12,39%	16,14%	86,45%
COUGAR FIC MULTIMERCADO	-12,43%	17,27%	86,40%
BARÉ II FIC MULTIMERCADO	-12,51%	13,92%	85,97%
TI 1 FIC AÇÕES	-12,62%	15,11%	100,00%
AROEIRA FIC AÇÕES	-12,77%	17,21%	93,44%
FÊNIX FI AÇÕES	-12,81%	6,39%	88,98%
VERAX CARPA II EXCLUSIVO FIC MULTIMERCADO	-12,84%	18,73%	105,22%
INTERAÇÃO FIC AÇÕES	-12,89%	14,10%	103,95%
EVOLUTION FI AÇÕES	-13,09%	6,13%	88,46%
TEMIS FIC AÇÕES	-13,14%	13,58%	103,02%
PHOENIX II FI AÇÕES	-13,21%	13,89%	93,18%
JEQUITIBÁ FIC AÇÕES	-13,21%	16,10%	87,92%
VICTOIRE SMALL CAP FI AÇÕES	-13,26%	44,66%	89,99%
LEBLON AÇÕES FIC AÇÕES	-13,43%	20,19%	100,08%
BRADESCO SMALL CAP PLUS FI AÇÕES	-13,60%	17,30%	85,96%
CREDIT SUISSE SELECTION GLOBAL FI AÇÕES	-13,66%	31,79%	188,38%
FRANKLIN TEMPLETON VALOR E FVL FI AÇÕES	-13,73%	10,91%	110,97%
ITAÚ PRIVATE GAP FIC AÇÕES	-14,15%	20,80%	89,66%
FAMA CHALLENGER MASTER FI AÇÕES	-14,16%	6,95%	134,11%
OURO BRANCO FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	-14,21%	18,91%	103,26%
CAIMAR FIC AÇÕES	-14,29%	15,37%	92,80%
GAP AÇÕES FI AÇÕES	-14,40%	21,17%	89,55%
BRZ VALOR FIC AÇÕES	-14,44%	15,35%	127,97%
FAMA CHALLENGER 60 FIC AÇÕES	-14,47%	4,09%	120,80%
BRADESCO PRIME SMALL CAP FIC AÇÕES	-14,58%	15,55%	83,22%
SANTANDER PB OURO FINO FIC AÇÕES	-14,60%	14,35%	84,53%
ZEUS FIC AÇÕES	-14,88%	15,49%	94,19%
XP INVESTOR SMALL CAPS FI AÇÕES	-14,89%	26,93%	124,35%
RM FI AÇÕES	-14,92%	11,53%	97,03%
POLLUX AÇÕES FI AÇÕES	-14,93%	20,29%	159,77%
ITAÚ PRIVATE MULTI FIC AÇÕES	-15,01%	9,28%	83,16%
ITAÚ PRIVATE ARX FIC AÇÕES	-15,04%	16,59%	103,36%
HSBC AQUAMARINE PRIVATE 10 FIC AÇÕES	-15,06%	9,56%	85,38%

BNY MELLON ARX FI AÇÕES	-15,07%	16,88%	110,25%
G5 EQUITIES MASTER FI AÇÕES	-15,23%	10,98%	102,95%
BBM VALUATION FIC AÇÕES	-15,30%	13,34%	133,59%
TRAIRÃO FI MULTIMERCADO	-15,34%	18,19%	100,73%
FAMA CHALLENGER FIC AÇÕES	-15,51%	4,68%	129,90%
G5 PORTO FI AÇÕES	-15,51%	10,78%	100,67%
OPPORTUNITY SELECTION MASTER FI AÇÕES	-15,59%	4,83%	97,47%
SET FI AÇÕES	-15,82%	10,19%	92,49%
ARAUCÁRIA SEGUNDO FI AÇÕES	-15,91%	29,72%	229,08%
ÁGORA BOLSA FIC AÇÕES	-15,98%	9,61%	100,32%
J. MALUCELLI SMALL CAPS FI AÇÕES	-16,00%	21,17%	97,01%
FAMA MIX 180 FIC AÇÕES	-16,01%	6,54%	101,18%
SANTANDER VALOR FIC AÇÕES	-16,08%	9,62%	85,04%
ARGUCIA INCOME FI AÇÕES	-16,14%	14,95%	88,08%
CARTEIRA 47 FI AÇÕES	-16,16%	18,01%	95,37%
SKOPOS MASTER FI AÇÕES	-16,17%	53,30%	100,71%
CSHG ALLOCATION ARGUCIA INCOME FIC AÇÕES	-16,20%	14,89%	88,01%
SAFRA SELECT FUNDS MASTER FIC AÇÕES	-16,28%	12,52%	96,12%
PERFIN FORESIGHT FIC AÇÕES	-16,32%	42,96%	164,52%
EQUITY ALLOCATION FUND FIC AÇÕES	-16,36%	13,23%	84,42%
SKOPOS CANÁRIO FIC AÇÕES	-16,47%	52,51%	99,67%
ITAÚ RPI IBOVESPA FIC AÇÕES	-16,69%	10,94%	98,74%
CGI FIC AÇÕES	-16,73%	14,53%	91,90%
SKOPOS CAURÉ FIC AÇÕES	-16,85%	47,37%	98,66%
BB MULTIGESTOR PRIVATE FIC AÇÕES	-16,86%	7,56%	85,35%
SAFRA SELECT FUNDS FIC AÇÕES	-16,91%	10,51%	92,43%
G5 EQUITIES FIC AÇÕES	-17,06%	7,90%	97,52%
FIDUCIA RUBY CLONE FI AÇÕES	-17,11%	22,60%	140,44%
SKOPOS BRK FIC AÇÕES	-17,14%	47,03%	97,45%
CSHG QUETZAL FIC AÇÕES	-17,18%	48,15%	95,33%
SKOPOS BRK 60 FIC AÇÕES	-17,27%	45,07%	91,79%
UNIBANCO MICRO CAP FI AÇÕES	-17,30%	38,50%	149,41%
CLARITAS AÇÕES FI AÇÕES	-17,42%	13,75%	90,21%
UNIBANCO INSTITUCIONAL SMALL CAP FI AÇÕES	-17,58%	28,92%	127,78%
LONG BRASIL FI AÇÕES	-17,63%	10,22%	92,53%
BRADESCO GOVERNANÇA CORPORATIVA FI AÇÕES PREVIDENCIÁRIO	-17,66%	11,76%	84,78%
TENDÊNCIA PRIME FI AÇÕES	-17,81%	15,18%	86,31%
RIO VERDE SMALL CAPS FI AÇÕES	-17,84%	11,87%	154,93%
LLA PERFORMANCE AÇÕES FIC AÇÕES	-18,27%	12,16%	85,76%
IB SMALL CAP VALUATION FI AÇÕES	-18,29%	25,18%	124,58%
MERCATTO ABACO FI AÇÕES	-18,39%	1,52%	115,36%
FIDUCIA RUBY FIC AÇÕES	-18,43%	16,27%	122,59%
IRMB FI AÇÕES	-18,44%	12,56%	86,90%
BS FI MULTIMERCADO	-18,44%	7,66%	83,99%
OCEANA VALOR FI AÇÕES	-18,58%	4,69%	100,07%
UNIBANCO MICRO CAP FIC AÇÕES	-18,70%	35,41%	142,58%
SANTANDER SMALL CAP FI AÇÕES	-18,71%	17,90%	118,07%

LEÃO FI AÇÕES	-18,72%	12,34%	84,08%
ITAÚ PERSONNALITÉ MULTIFUNDOS FIC AÇÕES	-18,75%	8,83%	84,06%
BRADESCO RACIONAL FIC AÇÕES	-18,86%	7,40%	90,86%
ITAÚ SELEÇÃO FI AÇÕES	-18,87%	21,13%	120,76%
CEOS FI AÇÕES	-18,88%	13,72%	88,22%
GUEPARDO I FIC AÇÕES	-18,93%	15,90%	150,34%
SUNSET CSHG FI AÇÕES	-18,93%	15,91%	149,89%
VINCI GAS CANOY DIVIDENDOS FI AÇÕES	-18,99%	8,28%	98,39%
ITAÚ PERSONNALITÉ SELEÇÃO FIC AÇÕES	-19,04%	20,72%	119,83%
NETUNO FI AÇÕES	-19,26%	1,13%	87,53%
CONSTELLATION AÇÕES PPC FIC AÇÕES	-19,47%	29,21%	84,42%
UNIBANCO SMALL CAP FI AÇÕES	-19,48%	24,40%	119,65%
MISTYQUE FI AÇÕES	-19,52%	2,97%	84,82%
MERCATTO GESTÃO FUNDAMENTALISTA FI AÇÕES	-19,59%	6,51%	149,24%
HUMAITÁ VALUE FI AÇÕES	-19,59%	3,08%	107,61%
CRICIUMA FI AÇÕES	-19,73%	16,14%	102,29%
MCAP VIRTUS FI AÇÕES	-19,75%	20,75%	92,22%
CONSTELLATION FIC AÇÕES	-19,79%	26,87%	114,14%
CAPITÂNIA EQUITIES FIC AÇÕES	-19,79%	5,08%	106,10%
CSHG STRATEGY II MASTER FI AÇÕES	-19,87%	14,69%	103,99%
BBM II FI AÇÕES	-19,99%	4,57%	103,93%
QUEST AÇÕES FIC AÇÕES	-20,17%	10,17%	87,91%
PERFIN EQUITY BRAZIL FIC AÇÕES	-20,18%	31,82%	132,36%
ALEGRIA FI AÇÕES	-20,19%	14,89%	99,21%
RUBI FI AÇÕES	-20,19%	4,23%	83,67%
ASHMORE BRASIL AÇÕES MASTER FI AÇÕES	-20,23%	2,43%	111,95%
FOCUS FI AÇÕES	-20,30%	4,32%	101,30%
CSHG STRATEGY INSTITUCIONAL IBOVESPA FIC AÇÕES	-20,44%	12,12%	99,28%
ARAQUARI FI AÇÕES	-20,50%	15,50%	93,95%
VICTOIRE SELECTION FI AÇÕES	-20,62%	19,08%	110,00%
210 FI AÇÕES	-20,72%	6,45%	107,59%
FATOR FAELBA CD FI AÇÕES	-20,75%	8,22%	85,49%
SDA 130-30 FI AÇÕES	-20,91%	4,22%	89,81%
CSHG STRATEGY II FIC AÇÕES	-21,09%	11,02%	99,28%
ARMAZÉM FI AÇÕES	-21,22%	14,34%	95,36%
GARUVA FI AÇÕES	-21,31%	14,19%	94,67%
VOTORANTIM FI AÇÕES	-21,37%	7,59%	84,81%
JPMORGAN BRASIL WEALTH FIC AÇÕES	-21,57%	1,15%	91,32%
ENDYO FI AÇÕES	-21,72%	13,53%	94,68%
CSHG SKYJAY INVESTIMENTO NO EXTERIOR FI AÇÕES	-21,74%	1,07%	85,75%
BRAM ALAVANCADO IBOVESPA FI AÇÕES	-21,80%	2,51%	91,63%
ATALANTA FI AÇÕES	-21,82%	14,16%	93,86%
RIO BRAVO FUNDAMENTAL FI AÇÕES	-21,91%	10,12%	93,46%
CRPC MAURITSSTAD FI AÇÕES	-21,98%	8,58%	96,39%
JAUÁ FI AÇÕES	-22,13%	13,67%	93,88%
TEOREMA FI AÇÕES	-22,32%	4,59%	87,48%
HSBC SMALL CAPS FI AÇÕES	-22,57%	17,43%	143,74%

DAYCOVAL TARGET FI AÇÕES	-22,78%	5,78%	110,30%
FAMA FUTUREWATCH MASTER FI AÇÕES	-22,88%	4,84%	117,50%
MAX FI AÇÕES	-23,15%	4,47%	99,07%
ITAÚ GOVERNANÇA CORPORATIVA FI AÇÕES	-23,15%	17,19%	85,69%
HSBC SMALL CAPS FIC AÇÕES	-23,24%	15,59%	138,62%
HALT SUL AMÉRICA FIC AÇÕES	-23,33%	2,49%	92,26%
KINEA DINÂMICO MASTER FI AÇÕES	-23,34%	6,79%	108,05%
GTI VALUE FI AÇÕES	-23,37%	18,54%	163,51%
IPORANGA FI AÇÕES	-23,80%	2,87%	86,88%
GERAÇÃO FUTURO L. PAR FI AÇÕES	-23,84%	5,49%	84,32%
LEGG MASON INSTITUCIONAL SELECTION FIC AÇÕES	-23,91%	9,87%	112,05%
CSHG ALLOCATION FAMA FUTUREWATCH 180 FIC AÇÕES	-24,09%	2,63%	107,90%
LEGG MASON SELECTION FIC AÇÕES	-24,10%	9,46%	112,69%
FAMA FUTUREWATCH 180 FIC AÇÕES	-24,10%	2,76%	108,22%
FAMA FUTUREWATCH I FIC AÇÕES	-24,17%	2,77%	112,14%
CUMBUCO FI AÇÕES	-24,26%	13,15%	117,88%
CSHG ALLOCATION FAMA FUTUREWATCH I FIC AÇÕES	-24,29%	2,66%	111,45%
BB TOP SMALL CAPS FI AÇÕES	-24,45%	14,34%	125,39%
Ibovespa	**-24,50%**	**1,04%**	**82,66%**

Tabela 2.2 – Volatilidades e Retornos comparados ao IBOV

Paralelamente, realizamos um segundo experimento idêntico, porém, agora considerando o investimento em Poupança. Extraímos todos os fundos que apresentaram volatilidade superior à poupança no ano de 2011. A provável conclusão, de acordo com a teoria, é que nenhum desses fundos remanescentes deveria apresentar retorno superior à poupança, já que sua volatilidade é menor.

Mas, note que, surpreendentemente, o fundo SOLE FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO obteve um retorno de 9,24% no ano com volatilidade de 0,01%, enquanto a aplicação em poupança, de volatilidade 0,02%, rendeu apenas 6,67% (já corrigido pela isenção de imposto sobre o rendimento).

Tendo então delimitado que a relação risco e retorno não é tão previsível quanto descreve o modelo, nos debruçaremos mais nessa questão.

Comparamos, no ano de 2011, a decisão de investimento do agente através do emparelhamento do retorno dos índices e da combinação dos índices com o retorno de cada fundo de investimento. Isto é, sabendo ex-ante qual será o retorno obtido pelo fundo ao fim do período e os possíveis retornos da combinação entre portfólio de mercado e ativo livre de risco, damos escolha a um agente de qual seria sua preferência.

A primeira tabela abaixo representa nada mais do que possíveis combinações entre um ativo livre de risco, no caso, o CDI, e os títulos do Ibovespa (representando o portfólio de mercado). Aqui consideraremos as combinações possíveis de 10% em 10%.

Ou seja, as combinações possíveis consideradas foram *CDI.X.10% + (1-X.10%).IBOV*, sendo X =(0,1,2,...,10).

Para não nos estendermos muito nessa análise – já que ela não engloba risco e é apenas ilustrativa de retornos absolutos - a tabela de comparação abaixo contém unicamente por volta de 100 fundos das mais tradicionais gestoras de fundos da indústria brasileira. Aqui, apenas olharemos os fundos com estratégias multimercados e ações. Assim encontramos os resultados abaixo:

	Combinações possíveis de portfólio para maximizar ganhos. Portfólio = (X.IBOV)+ ((1-X).CDI)										
X=	**0%**	**10%**	**20%**	**30%**	**40%**	**50%**	**60%**	**70%**	**80%**	**90%**	**100%**
	8,7%	5,4%	2,1%	-1,3%	-4,6%	-7,9%	-11,2%	-14,5%	-17,9%	-21,2%	-24,5%

	Retornos 2011* dos fundos que superam qualquer combinação de IBOV e CDI	
1	ADVIS ENDURO FI MULTIMERCADO	24,51%
2	ADVIS DELTA FIC MULTIMERCADO	16,29%
3	PAINEIRAS HEDGE FI MULTIMERCADO	14,96%
4	IBIÚNA HEDGE FIC MULTIMERCADO	14,03%
5	VINCI FIC MULTIMERCADO	14,02%
6	BTG PACTUAL HEDGE PLUS FI MULTIMERCADO	13,19%
7	POLO LATITUDE 84 FI AÇÕES	13,00%
8	BTG PACTUAL LOCAL FI MULTIMERCADO	12,96%
9	KONDOR MAX FIC MULTIMERCADO	12,23%
10	SAFRA GALILEO FI MULTIMERCADO	11,96%
11	KINEA I SISTEMÁTICO FI MULTIMERCADO	11,20%
12	VENTOR HEDGE FIC MULTIMERCADO	11,16%
13	MAPFRE INVERSION ARROJADO FI MULTIMERCADO	10,87%
14	ADVIS MACRO FIC MULTIMERCADO	10,73%
15	NEO MULTI ESTRATÉGIA 30 FEEDER FIC MULTIMERCADO	10,70%
16	GAP ABSOLUTO FI MULTIMERCADO	10,52%
17	SAFRA ABSOLUTO 30 FIC MULTIMERCADO	10,14%
18	JGP MAX FIC MULTIMERCADO	9,82%
19	SDA ABSOLUTO 30 FIC MULTIMERCADO	9,75%
20	SAFRA MIX I FIC MULTIMERCADO	9,63%
21	GAP MULTIPORTFOLIO FI MULTIMERCADO	9,54%

22	KONDOR FIC MULTIMERCADO	9,54%
23	QUEST QUANT FIC MULTIMERCADO	9,54%
24	SPX NIMITZ FEEDER FIC MULTIMERCADO	9,41%
25	CSHG VERDE 14 FIC MULTIMERCADO	9,14%
26	CSHG VERDE FIC MULTIMERCADO	9,14%
27	ASHMORE BRASIL 30 FIC MULTIMERCADO	9,12%
28	BNY MELLON ARX HEDGE PLUS FI MULTIMERCADO	9,11%
29	EQUITAS EQUITY HEDGE FIC MULTIMERCADO	8,98%
30	GAP HEDGE FI MULTIMERCADO	8,90%
31	JGP HEDGE FIC MULTIMERCADO	8,87%
32	CSHG VERDE 90 FIC MULTIMERCADO	8,79%
33	CSHG AGAR FIC MULTIMERCADO	8,77%

**Até 30/09/2011*

Tabela 2.3 – Fundos de investimento comparados à combinação CDI x IBOV

Conforme podemos ver, no próprio ano corrente, muitas das gestoras tradicionais obtiveram melhores retornos do que o portfólio de mercado e a combinação dele com o ativo livre de risco.

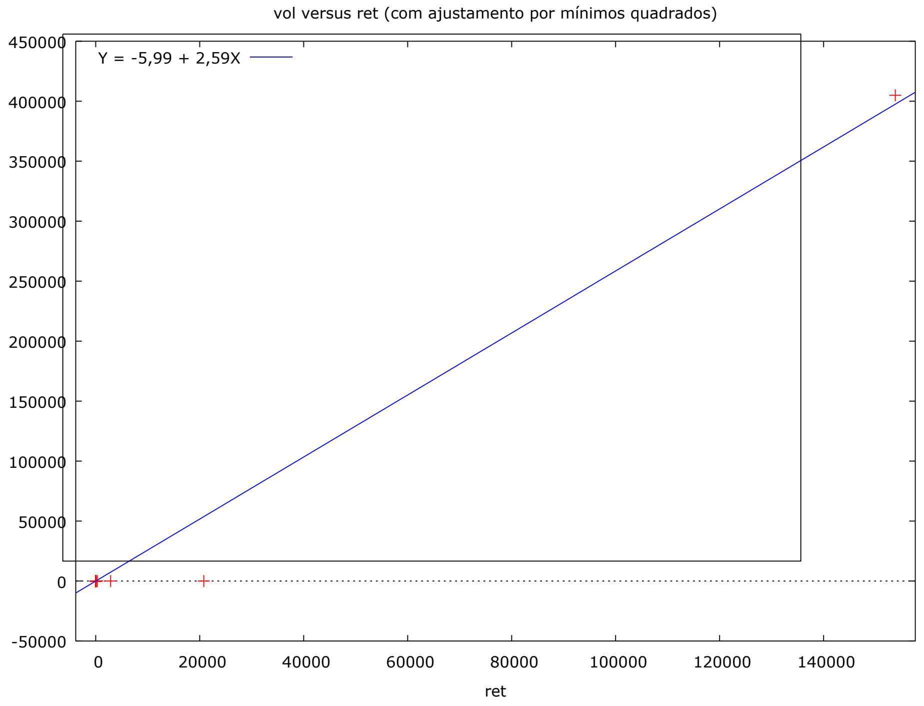
O que a teoria certamente nos diria sobre a tabela acima é que pode ser explicada devido à maior tomada de risco por parte das gestoras, se comparadas à combinação de portfólio de mercado com ativo livre de risco.

Para verificar a real relação empírica entre risco e retorno, podemos traçar uma regressão da média de retornos e da média de volatilidade dos retornos nos último 15 anos. Certamente, a estatística ficará um pouco prejudicada devido às diferentes durações de cada fundo. A variável dependente é a média dos retornos, pois queremos explicar quanto dessa pode ser atribuída ao risco tomado no portfólio. Uma constante foi incluída na regressão a fim de colocar um intercepto indicando o retorno mínimo da série de retornos independente da volatilidade. A regressão por método de Mínimos quadrados ordinários tem o seguinte resultado:

	coeficiente	**erro padrão**	**razão-t**	**p-valor**
Constante	2,61987	2,22653	1,177	0,2394
Volatilidade	0,379762	0,000533746	711,5	0

R-quadrado **0,981728** Durbin-Watson **1,703400**

Tabela 2.4 – Resultados da regressão risco x retorno

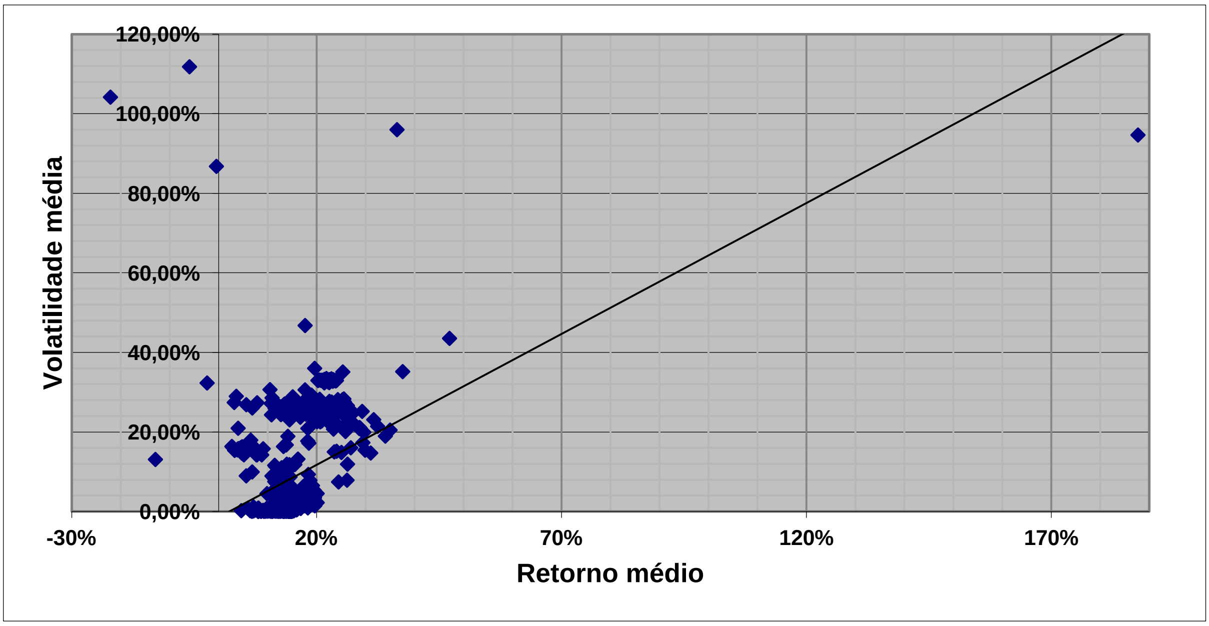


Uma vez evidenciada a relação empírica diretamente proporcional, conforme previa o modelo, vamos finalmente traçar uma tabela em busca de evidências da relevância das gestoras de recursos.

Para essa análise, a fim de evitar erros de amostras curtas demais ou de períodos heterogêneos, padronizaremos a amostra. O fato é que se olharmos um intervalo curto demais, como por exemplo, o período pré-crise de 2008, encontraríamos muitos fundos com *exposure* baixo ao risco e altos retornos, mas olhando a distribuição de probabilidades como um todo, poderíamos ver a cauda da distribuição, logo, a real exposição ao risco do gestor no médio e longo prazo.

Apenas nos focaremos agora nos fundos de investimento que possuem mais de 10 anos de rentabilidade, o que nos dá uma base de 934 fundos. Ao filtrar dessa maneira, calcularemos o retorno médio do fundo desde o ano de 2001. Ao mesmo tempo, calcularemos a volatilidade média no período.

A distribuição pode ser vista abaixo:



Agora realizamos o seguinte exercício:

Excluímos todos os fundos que possuem volatilidade média menor do que o portfólio de mercado (IBOV). É de se esperar conforme visto acima, que todos esses fundos - com volatilidade menor do que o portfólio de mercado - devolvam um retorno líquido de taxas aos seus investidores menor do que o retorno do portfólio mercado. Porém, quando excluímos desses restantes todos os fundos com retornos abaixo do portfólio de mercado, encontramos uma lista extensa:

	Fundo	VOL Média	Retorno médio
1	IB SMALL CAP VALUATION FI AÇÕES	20,50%	35,10%
2	TEMPO CAPITAL FIC AÇÕES	19,00%	34,10%
3	BNY MELLON ARX INCOME FI AÇÕES	21,40%	32,50%
4	GERAÇÃO FI AÇÕES	23,10%	31,70%
5	FAMA FUTUREWATCH I FIC AÇÕES	14,70%	31,10%
6	FRANKLIN TEMPLETON VALOR E FVL FI AÇÕES	15,40%	30,00%
7	FOREIGN FUND 1 FI MULTIMERCADO	20,00%	29,70%
8	DYNAMO COUGAR FI AÇÕES	17,40%	29,50%
9	MERCATTO ESTRATÉGIA FI AÇÕES	25,20%	29,40%
10	SAFRA MULTI DIVIDENDOS FI AÇÕES	21,00%	28,90%
11	BRADESCO PRIME SMALL CAP FIC AÇÕES	21,20%	28,80%
12	ITAÚ DIVIDENDOS FI AÇÕES	20,90%	28,80%
13	SANTANDER DIVIDENDOS FI AÇÕES	22,10%	27,60%
14	BRADESCO IBX PLUS FI AÇÕES	24,80%	27,40%
15	AAA AÇÕES FIC AÇÕES	16,00%	27,00%
16	CSHG STRATEGY INSTITUCIONAL IBOVESPA FIC AÇÕES	25,50%	27,00%
17	FAMA CHALLENGER FIC AÇÕES	21,50%	26,90%
18	CSHG STRATEGY II FIC AÇÕES	25,50%	26,90%

19	PRÓSPERO ADINVEST FI AÇÕES	22,60%	26,60%
20	BNY MELLON CAPIBARIBE FI AÇÕES	23,60%	26,50%
21	SUL AMÉRICA SAP CONCEDIDOS FI RENDA FIXA	11,90%	26,40%
22	CREDIT SUISSE IBX E FI AÇÕES	26,70%	26,30%
23	CSHG VERDE FIC MULTIMERCADO	7,90%	26,30%
24	CSHG TOP AÇÕES FIC AÇÕES	20,10%	26,00%
25	REAL ESTRATÉGICO FI AÇÕES	27,60%	25,70%
26	OPPORTUNITY LÓGICA II FIC AÇÕES	28,30%	25,60%
27	SANTANDER IBRX FI AÇÕES	27,40%	25,50%
28	INVESTCENTER OPPORTUNITY LÓGICA II FIC AÇÕES	28,20%	25,50%
29	GRADUAL PAVARINI FI AÇÕES	21,10%	25,50%
30	CREDIT SUISSE FIG INSTITUCIONAL FI AÇÕES	28,20%	25,40%
31	COINVALORES KIDS FIC AÇÕES	24,60%	25,40%
32	FATOR JAGUAR FI AÇÕES	26,60%	25,30%
33	IP PARTICIPAÇÕES INSTITUCIONAL FIC AÇÕES	14,90%	25,10%
34	CREDIT SUISSE FIG PREMIUM FI AÇÕES	27,70%	24,80%
35	ITAÚ UNIBANCO POLO FIC MULTIMERCADO CP	7,50%	24,50%
36	BRADESCO PRIME ACTIVE FIC AÇÕES	26,40%	24,40%
37	FOCUS FI AÇÕES	28,20%	24,40%
38	BRADESCO INSTITUCIONAL IBX ATIVO FI AÇÕES	24,90%	24,40%
39	SCHRODER ALPHA PLUS FI AÇÕES	25,60%	24,30%
40	BRADESCO PRIVATE ALAVANCADO IBOVESPA FI AÇÕES	26,00%	24,30%
41	BRADESCO PRIVATE FI AÇÕES	27,00%	24,10%
42	IP PARTICIPAÇÕES FIC AÇÕES	15,20%	24,10%
43	VINCI GAS LOTUS FIC AÇÕES	22,40%	23,80%
44	VOTORANTIM FI AÇÕES	27,40%	23,80%
45	ITAÚ IP PARTICIPAÇÕES FIC AÇÕES	15,00%	23,70%
46	CA COMPOSITE AÇÕES FIC AÇÕES	20,70%	23,50%
47	LEGG MASON VALUATION FIC AÇÕES	24,80%	23,40%
48	BELLS FI AÇÕES	26,10%	23,20%
49	BTG PACTUAL ANDRÔMEDA FI AÇÕES	27,40%	23,20%
50	FATOR INSTITUCIONAL FI AÇÕES	25,40%	23,20%
51	BANRISUL INFRA-ESTRUTURA FI AÇÕES	27,50%	23,10%
52	ITAÚ INSTITUCIONAL IBRX ATIVO FI AÇÕES	25,30%	23,10%
53	SCHRODER FC FI AÇÕES PREVIDENCIÁRIO	26,00%	22,90%
54	ITAÚ PRIVATE SELECT FI AÇÕES	24,40%	22,80%
55	RT GALÁXIA FI AÇÕES	24,50%	22,80%
56	SAFRA SETORIAL BANCOS FI AÇÕES	27,70%	22,70%
57	COINVALORES FI AÇÕES	26,60%	22,60%
58	BTG PACTUAL DINÂMICO IBRX 50 FI AÇÕES	26,50%	22,60%
59	FATOR FAELBA CD FI AÇÕES	23,10%	22,60%
60	BNY MELLON DATA EQUITY FI AÇÕES PREVIDENCIÁRIO	24,50%	22,60%
61	BRAM FIB FI AÇÕES	25,60%	22,50%
62	SAFRA CONSUMO FI AÇÕES	24,30%	22,40%
63	ELITE FI AÇÕES	22,60%	22,40%
64	COMERCIAL MASTER FI AÇÕES	25,40%	21,70%
65	BBM II FI AÇÕES	24,60%	21,50%

66	SANTANDER INSTITUCIONAL BR IBOVESPA FI AÇÕES	27,00%	21,50%
67	TÁTICA PLUS FI AÇÕES	24,60%	21,50%
68	HSBC INSTITUCIONAL FI AÇÕES	25,00%	21,40%
69	SANTANDER BF II FI AÇÕES	26,50%	21,40%
70	ÁTICO AÇÕES FI AÇÕES	22,80%	21,10%
71	LUXOR FI AÇÕES	25,40%	21,00%
72	BB AÇÕES ENERGIA FI AÇÕES	23,00%	20,90%
73	HSBC SETORIAL ATIVO FI AÇÕES	27,10%	20,80%
74	HSBC DIVIDENDOS FI AÇÕES	22,60%	20,80%
75	BRADESCO PRIVATE IBOVESPA FIC AÇÕES	28,20%	20,70%
76	LEGG MASON PORTFÓLIO FI AÇÕES	26,90%	20,70%
77	ACTION EXCLUSIVO FI AÇÕES	25,20%	20,50%
78	HSBC SALUBRE FI AÇÕES	25,00%	20,50%
79	ITAÚ INSTITUCIONAL IBOVESPA ATIVO FI AÇÕES	26,90%	20,50%
80	FIBRA VIC FI AÇÕES	26,20%	20,40%
81	ITAÚ PRIVATE ATIVO FI AÇÕES	26,80%	20,20%
82	ITAÚ CELI FIC MULTIMERCADO	4,50%	20,20%
83	SUL AMÉRICA ESPECIAL FI RENDA FIXA	2,30%	20,20%
84	SANTANDER ENERGY FI AÇÕES	24,60%	20,20%
85	SAFRA SETORIAL ENERGIA FI AÇÕES	22,60%	20,10%
86	FRG PLANO BD FI MULTIMERCADO	2,40%	20,00%
87	SANTANDER FIC AÇÕES	25,70%	19,90%
88	UNIBANCO PREVIDÊNCIA IBOVESPA FI AÇÕES	26,60%	19,90%
89	ITAÚ INDEX IBOVESPA FI AÇÕES	27,20%	19,70%
90	SULAPREVI CONCEDIDOS FI RENDA FIXA	1,50%	19,70%
91	TOP CONDOR FI AÇÕES	27,20%	19,70%
92	MULTIPLY VARIABLE FI AÇÕES	26,00%	19,70%
93	TARGET II FIC MULTIMERCADO LP	3,50%	19,60%
94	PREVIDÊNCIA B FI AÇÕES	25,30%	19,60%
95	BTG PACTUAL HEDGE PLUS FI MULTIMERCADO	5,40%	19,60%
96	BRADESCO ENERGIA FI AÇÕES	26,20%	19,50%
97	SANTANDER ATIVO II FI AÇÕES	26,80%	19,40%
98	SUL AMÉRICA EQUILIBRIUM FI AÇÕES	26,40%	19,20%
99	SUL AMÉRICA NE FI AÇÕES PREVIDENCIÁRIO	25,80%	19,20%
100	CLARITAS HEDGE FIC MULTIMERCADO LP	6,60%	19,20%
101	SANTANDER SUL ENERGIA FI AÇÕES	26,70%	19,10%
102	SANTANDER INSTITUCIONAL FI AÇÕES	26,80%	19,10%
103	**Ibovespa**	**29,30%**	**19,00%**

Tabela 2.5 – Volatilidades médias X Retornos médios

Portanto, aqui encontramos uma forte evidência para nosso estudo. Pelo menos 100 fundos da indústria brasileira, do total de 934 analisados, se comportam diferentemente do que sugeriria o modelo.

Por último nesse capítulo, há mais uma análise restante. A análise de índice Sharpe[15].

O índice de Sharpe indica o excesso de retorno em comparação ao ativo livre de risco e divide pelo risco tomado. Seu objetivo é verificar se o fundo possui um prêmio de risco compatível com o risco assumido.

A fórmula de cálculo do Índice Sharpe pode ser verificada abaixo:

Índice Sharpe = $E\left(\frac{R(Fundo - Rf)}{\sigma}\right)$

De acordo com o modelo CAPM, o índice Sharpe máximo deveria ser o do próprio portfólio de mercado. Pois, como ele está na fronteira eficiente, conforme derivado no primeiro capítulo, sua relação risco e retorno deveria ser máxima.

Para checarmos essa hipótese e buscarmos mais evidências a respeito do sucesso dos *Asset Managements*, calcularemos o índice Sharpe de todos os fundos da indústria brasileira, considerando o CDI como ativo livre de risco. Então, desconsideraremos todos os fundos com *Sharpe Ratio* menor do que o portfólio de mercado. A amostra apenas incluirá os fundos com mais de dez anos de existência para podermos calcular o índice médio ao longo dos anos. Conforme visto abaixo, temos mais uma vez uma lista extensa que contradiz a teoria:

	Nome	**Sharpe Médio**
1	KANSAS FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	544,7%
2	WESTERN ASSET PENSION FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	509,7%
3	SPECIAL FI REFERENCIADO DI	475,3%
4	SANTANDER FI REFERENCIADO DI CRÉDITO PRIVADO	465,8%
5	ALFA SEGURADORA IQ FI RENDA FIXA	463,4%
6	CORP FI REFERENCIADO DI	460,9%
7	REGULUS FI REFERENCIADO DI	434,0%
8	BRAM TARGET FI RENDA FIXA	377,4%
9	BB TOP DI FI REFERENCIADO DI LP	373,5%
10	BB TOP RF MODERADO FI RENDA FIXA LP	373,2%
11	SANTANDER FI REFERENCIADO DI	372,5%
12	ITAÚ FI REFERENCIADO DI	365,9%
13	SUL AMÉRICA ESPECIAL FI RENDA FIXA	362,7%
14	MAPFRE SOBERANO FI RENDA FIXA	351,3%
15	BB TOP RF ARROJADO FI RENDA FIXA LP	321,7%

[15] Desenvolvido por William Sharpe em 1966.

16	SANTANDER PROFIT FI REFERENCIADO DI	314,9%
17	BRADESCO TOUCAN I FI RENDA FIXA	313,5%
18	ALFA ITAIPAVA IQ FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	310,5%
19	TOP MIX FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO LP	283,6%
20	ITAÚ PERFIL FI REFERENCIADO DI	275,3%
21	SAS FI RENDA FIXA	274,2%
22	BRADESCO INCOME FI MULTIMERCADO	269,6%
23	BB CORPORATIVO 10 MILHÕES FIC RENDA FIXA LP	267,9%
24	BB ALIANÇA FI RENDA FIXA	262,3%
25	SULAPREVI CONCEDIDOS FI RENDA FIXA	260,5%
26	CAIXA SÊNIOR III ÍNDICE DE PREÇOS FI RENDA FIXA LP	257,8%
27	BB CAP FI RENDA FIXA	251,2%
28	IB CREDIT FIX FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO LP	249,9%
29	SANTANDER FI RENDA FIXA	236,9%
30	SUL AMÉRICA TAMMAR FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	234,5%
31	BRADESCO PLUS FI MULTIMERCADO	234,4%
32	ITAÚ FI RENDA FIXA	229,5%
33	VOTORANTIM DINÂMICO FI MULTIMERCADO	229,2%
34	IB MAXI CREDIT FIX FIC RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO LP	228,6%
35	ITAÚ FRANCÊS FI RENDA FIXA	225,7%
36	MIG PLUS FIC REFERENCIADO DI	222,6%
37	BRAM FI RENDA FIXA	221,5%
38	HSBC MULTI FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	218,9%
39	ITAÚ FLOOR FI RENDA FIXA	216,3%
40	BTG PACTUAL YIELD FI REFERENCIADO DI CRÉDITO PRIVADO	212,8%
41	WESTERN ASSET FI REFERENCIADO DI	211,5%
42	BRADESCO INVESTOR B FI RENDA FIXA	208,7%
43	ITAÚ CORP PLUS FIC REFERENCIADO DI	208,6%
44	ITAÚ LION FI REFERENCIADO DI	206,8%
45	BB TOP PRINCIPAL FI REFERENCIADO DI LP	205,5%
46	PIRÂMIDE FIC MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	205,3%
47	HSBC JATOBA FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	204,8%
48	BB PREV RF FI RENDA FIXA IGP-M CRÉDITO PRIVADO	195,0%
49	ITAÚ PERFORMANCE FI RENDA FIXA	184,9%
50	HSBC ALPRESS FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	178,3%
51	CONFIANÇA G FIC MULTIMERCADO	174,7%
52	PRINCIPAL CBS FIC MULTIMERCADO PREVIDENCIÁRIO	170,5%
53	ITAÚ INSTITUCIONAL FI REFERENCIADO DI	167,9%
54	VOTORANTIM EAGLE FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	165,7%
55	GEOMÉTRICO FIC MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	163,6%
56	ONIX FI MULTIMERCADO	163,5%
57	BB MILÊNIO 8 FI RENDA FIXA	163,4%
58	FATOR SINERGIA FI RENDA FIXA	158,7%
59	BNP PARIBAS LA CONCORDE FI RENDA FIXA PREVIDENCIÁRIO	158,5%
60	FAELCE JERI FI RENDA FIXA	157,7%
61	MAPFRE SOBERANO FI RENDA FIXA IGP-M	156,8%
62	RETÂNGULO FIC MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	155,7%

63	MERCATTO ATALAIA FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	155,2%
64	ALDEBARAN FI MULTIMERCADO	149,7%
65	MODERADO CORAL FI MULTIMERCADO	148,8%
66	CSHG VERDE FIC MULTIMERCADO	145,2%
67	SANTANDER PREMIUM FIC REFERENCIADO DI CRÉDITO PRIVADO	142,9%
68	POLIEDRO FIC MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	141,8%
69	TESOURO FI RENDA FIXA	138,5%
70	TARGET II FIC MULTIMERCADO LP	138,4%
71	TOP RENDA MISTA CORP FIC RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO LP	138,3%
72	HSBC CRAFT FI MULTIMERCADO	138,1%
73	BRADESCO TARGET I FI RENDA FIXA	134,5%
74	BB ATUARIAL FI RENDA FIXA LP I	132,4%
75	ITAÚ UNIBANCO POLO FIC MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	130,5%
76	BRADESCO PREMIUM FI REFERENCIADO DI	128,8%
77	VT MIRANTE FI RENDA FIXA	124,2%
78	CSHG TOP FIC MULTIMERCADO	123,4%
79	ITAÚ CAPITAL INFLATION INDEX FIC RENDA FIXA	123,3%
80	BRADESCO ALFA FI RENDA FIXA LP	123,1%
81	GOYA FI MULTIMERCADO	122,8%
82	BB UNICRED DO BRASIL FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	120,0%
83	HSBC SEGURADORA FI RENDA FIXA	119,2%
84	HSBC ATIVO FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	118,9%
85	MBI FI REFERENCIADO DI	118,4%
86	HSBC EXECUTIVO FI REFERENCIADO DI CRÉDITO PRIVADO LP	118,3%
87	BNP PARIBAS MIRANTE FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	117,8%
88	SANTANDER CORPORATE FIC REFERENCIADO DI	116,1%
89	NUCLEOS V VOTORANTIM ALM FI RENDA FIXA LP	114,8%
90	FATOR MAX CORPORATIVO FI RENDA FIXA	114,5%
91	BENEFIT FIC MULTIMERCADO	114,3%
92	FRG PLANO BD FI MULTIMERCADO	113,1%
93	CONCÓRDIA EXTRA FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	112,9%
94	BTG PACTUAL HEDGE PLUS FI MULTIMERCADO	112,5%
95	ITAÚ FEF CD FI MULTIMERCADO	112,4%
96	UNIBANCO YIELD PLUS FI MULTIMERCADO	112,2%
97	ITAÚ CELI FIC MULTIMERCADO	111,3%
98	HSBC FINCAP FI RENDA FIXA	110,9%
99	BB VEÍCULO FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	110,0%
100	UNIBANCO FIDELIDADE W FI MULTIMERCADO	109,4%
101	LUMINIS FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	109,3%
102	PRIVATE IZA FIC MULTIMERCADO	108,5%
103	BENEFIT FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	107,9%
104	BRADESCO FPP FI RENDA FIXA	107,4%
105	JEQUITIBÁ FIC MULTIMERCADO	107,0%
106	CAIXA MASTER FI RENDA FIXA LP	105,5%
107	SANTANDER BREMEN FI MULTIMERCADO	104,1%
108	ITAÚ MIRANTE FI RENDA FIXA	102,9%
109	JGP HEDGE FIC MULTIMERCADO	102,7%

110	MERCATTO ACAJU FI MULTIMERCADO PREVIDENCIÁRIO	98,5%
111	WESTERN ASSET DURATION II FI RENDA FIXA	96,5%
112	FAMA FUTUREWATCH I FIC AÇÕES	96,1%
113	SANTANDER MARKELO FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	95,0%
114	SANTANDER ELETRON FI MULTIMERCADO	94,8%
115	KENTUCKY FIC MULTIMERCADO	93,6%
116	BTG PACTUAL HIGH YIELD FI MULTIMERCADO	93,5%
117	MODERADO ALBACORA FI MULTIMERCADO	93,3%
118	TRIUNFO FI MULTIMERCADO	91,2%
119	TEMPO CAPITAL FIC AÇÕES	89,5%
120	JACO I FIC MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO LP	89,1%
121	RUDRIC FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	88,5%
122	DYNAMO COUGAR FI AÇÕES	88,0%
123	MODERADO RONCADOR FI MULTIMERCADO	86,6%
124	SANTANDER INSTITUCIONAL MIRANTE FI RENDA FIXA	86,0%
125	ITAÚ PRIVATE EXCELLENCE FIC RENDA FIXA	85,5%
126	HSBC FEF CD FI MULTIMERCADO	85,3%
127	BRADESCO PLUS I FI MULTIMERCADO	84,9%
128	GAP MULTIPORTFOLIO FI MULTIMERCADO	84,7%
129	MULTICARTEIRA BARRACUDA FI MULTIMERCADO	83,8%
130	SANTANDER PERFORMANCE DT FIC MULTIMERCADO	83,4%
131	MERCATTO DIFERENCIAL FI MULTIMERCADO LP	81,9%
132	IB SMALL CAP VALUATION FI AÇÕES	78,8%
133	BNY MELLON ARX HEDGE FI MULTIMERCADO	78,2%
134	PRIVBANK PÉROLA PLUS FIC MULTIMERCADO	77,7%
135	CSHG ALLOCATION BTG PACTUAL HIGH YIELD FIC MULTIMERCADO	77,4%
136	MERCATTO PAJUÇARA FIC MULTIMERCADO	77,0%
137	ITAÚ PRIVATE EXCLUSIVE FIC REFERENCIADO DI	75,8%
138	CAIXA PATRIMÔNIO ÍNDICE DE PREÇOS FIC RENDA FIXA LP	75,6%
139	BNY MELLON ARX INCOME FI AÇÕES	75,5%
140	BTG PACTUAL EQUITY HEDGE FI MULTIMERCADO	75,1%
141	BRADESCO FEDERAL EXTRA FI REFERENCIADO DI	74,7%
142	FRANKLIN TEMPLETON VALOR E FVL FI AÇÕES	74,5%
143	FEDERAL FI CURTO PRAZO	74,5%
144	AAA AÇÕES FIC AÇÕES	74,4%
145	AAA ALLOCATION FIC MULTIMERCADO	74,2%
146	BRADESCO MINING FI MULTIMERCADO	73,5%
147	SUPER I FIC MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO LP	73,5%
148	RELIANCE CA H3 COMPOSITE FIC MULTIMERCADO	73,4%
149	TAORMINA FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	72,4%
150	GAP EXCLUSIVO I FI AÇÕES	70,4%
151	BNP PARIBAS OPTIMUM FI REFERENCIADO DI	70,4%
152	SANTANDER E FI MULTIMERCADO	69,9%
153	TITULO FI MULTIMERCADO LP	69,7%
154	BNP PARIBAS ENERGIE FI MULTIMERCADO PREVIDENCIÁRIO	68,8%
155	BRADESCO MAIS FIC MULTIMERCADO	68,6%
156	INVESTCARD FIC REFERENCIADO DI	67,8%

157	AMETISTA FI RENDA FIXA PREVIDENCIÁRIO CRÉDITO PRIVADO	67,0%
158	GERAÇÃO FI AÇÕES	66,7%
159	ITAÚ BTG PACTUAL HEDGE FIC MULTIMERCADO	66,4%
160	FAELCE QUIXABÁ FI RENDA FIXA	65,4%
161	BTG PACTUAL HEDGE FI MULTIMERCADO	65,3%
162	CAIXA PORTFÓLIO PREFIXADO FI RENDA FIXA LP	64,3%
163	IP PARTICIPAÇÕES INSTITUCIONAL FIC AÇÕES	64,0%
164	PROSPER INSTITUTIONAL FI RENDA FIXA	63,8%
165	NOBEL ADVANCED AGRESSIVE FI MULTIMERCADO	63,7%
166	LUXOR FI MULTIMERCADO	63,0%
167	CSHG ASTÚRIAS FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	62,6%
168	BRADESCO PRIME SMALL CAP FIC AÇÕES	62,5%
169	CARTEIRA INSTITUCIONAL 3 FI RENDA FIXA	62,0%
170	ICATU VANGUARDA CAP SOBERANO FI RENDA FIXA	61,9%
171	BRADESCO TEAM FI MULTIMERCADO	61,8%
172	OPPORTUNITY MARKET FIC MULTIMERCADO	61,4%
173	ÁTICO HEDGE FI MULTIMERCADO	61,3%
174	SANTANDER PB MODERADO FIC MULTIMERCADO	60,5%
175	ITAÚ DIVIDENDOS FI AÇÕES	59,9%
176	SR FIC MULTIMERCADO LP	59,6%
177	SAFRA MULTI DIVIDENDOS FI AÇÕES	58,9%
178	BNY MELLON ARX TARGET FI MULTIMERCADO	58,9%
179	BRADESCO BOND FI RENDA FIXA	58,4%
180	INVESTCENTER OPPORTUNITY MARKET FIC MULTIMERCADO	58,1%
181	HSBC AQUAMARINE FIC MULTIMERCADO LP	57,9%
182	SUCESSO FIC MULTIMERCADO LP	57,7%
183	FOREIGN FUND 1 FI MULTIMERCADO	56,0%
184	UNIVERSAL I INVESTIMENTO NO EXTERIOR FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	55,6%
185	IP PARTICIPAÇÕES FIC AÇÕES	55,5%
186	SUL AMÉRICA SAP CONCEDIDOS FI RENDA FIXA	54,1%
187	MAGLIANO BTG PACTUAL HIGH YIELD FIC MULTIMERCADO	54,1%
188	UNIBANCO INSTITUCIONAL FI REFERENCIADO DI	53,6%
189	ITAÚ IP PARTICIPAÇÕES FIC AÇÕES	53,2%
190	HSBC FUNBR B FI MULTIMERCADO	52,2%
191	SANTANDER OLINDA FIC AÇÕES	52,2%
192	SANTANDER DIVIDENDOS FI AÇÕES	52,0%
193	PSPP FIC MULTIMERCADO	52,0%
194	TRADIÇÃO Q FIC MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	51,5%
195	CSHG TOP AÇÕES FIC AÇÕES	51,2%
196	OPPORTUNITY VENEZA FIC MULTIMERCADO	51,0%
197	BNP PARIBAS CKF FIC MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	49,7%
198	BBM ASTRO FIC MULTIMERCADO	49,5%
199	UNIPREV FIC MULTIMERCADO	48,6%
200	MULTI FIC MULTIMERCADO	48,2%
201	GRADUAL PAVARINI FI AÇÕES	48,2%
202	VIKING FI RENDA FIXA PREVIDENCIÁRIO	48,0%
203	SL MODERADO FIC MULTIMERCADO	47,2%

204	BNP PARIBAS RF FI RENDA FIXA	47,1%
205	BTG PACTUAL FIX FI RENDA FIXA	46,5%
206	FAMA CHALLENGER FIC AÇÕES	46,4%
207	BNY MELLON CAPIBARIBE FI AÇÕES	46,0%
208	BRADESCO IBX PLUS FI AÇÕES	45,5%
209	SUL AMÉRICA LONG & SHORT FI MULTIMERCADO	45,5%
210	ATLANTA FIC MULTIMERCADO	44,5%
211	FATOR EXTRA FI MULTIMERCADO	44,0%
212	SAINT MALO FIC MULTIMERCADO	43,9%
213	CONFIANÇA F FIC MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	43,8%
214	MERCATTO ESTRATÉGIA FI AÇÕES	43,5%
215	CSHG SUNRISE FIC MULTIMERCADO	43,1%
216	HSBC TIPO FIC RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	43,0%
217	CREDIT SUISSE IBX E FI AÇÕES	42,8%
218	MAPFRE PRIVADO II FI MULTIMERCADO	41,9%
219	SCHRODER ALPHA PLUS FI AÇÕES	40,6%
220	VINCI GAS LOTUS FIC AÇÕES	40,5%
221	CARLOS GOMES FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	39,7%
222	FLAMBOYANT FI MULTIMERCADO	39,6%
223	SANTANDER PB TELLER II FIC MULTIMERCADO	39,5%
224	BRADESCO INSTITUCIONAL IBX ATIVO FI AÇÕES	39,2%
225	COINVALORES KIDS FIC AÇÕES	38,4%
226	ITAÚ INSTITUCIONAL ÍNDICES FI RENDA FIXA	38,3%
227	FATOR HEDGE FI MULTIMERCADO	38,2%
228	PRIVATE 22 FIC MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	38,1%
229	PRÓSPERO ADINVEST FI AÇÕES	37,9%
230	SAFRA CONSUMO FI AÇÕES	37,8%
231	ITAÚ EMPRESA MULTIESTRATÉGIA FIC MULTIMERCADO	37,5%
232	BOYLSTON FIC MULTIMERCADO	37,1%
233	CSHG STRATEGY INSTITUCIONAL IBOVESPA FIC AÇÕES	36,7%
234	SCHRODER FC FI AÇÕES PREVIDENCIÁRIO	36,7%
235	OUTSOURCE FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	36,7%
236	SAFRA SETORIAL BANCOS FI AÇÕES	36,3%
237	BNY MELLON DATA EQUITY FI AÇÕES PREVIDENCIÁRIO	36,3%
238	TÁTICA PLUS FI AÇÕES	36,3%
239	CSHG STRATEGY II FIC AÇÕES	35,6%
240	VERONA FI MULTIMERCADO	35,0%
241	ITAÚ INSTITUCIONAL IBRX ATIVO FI AÇÕES	34,8%
242	CREDIT SUISSE FIG INSTITUCIONAL FI AÇÕES	34,2%
243	BTG PACTUAL DINÂMICO IBRX 50 FI AÇÕES	34,0%
244	CREDIT SUISSE FIG PREMIUM FI AÇÕES	33,9%
245	CA COMPOSITE AÇÕES FIC AÇÕES	33,8%
246	FATOR FAELBA CD FI AÇÕES	33,6%
247	BRAD MIRANTE FI RENDA FIXA	33,2%
248	BRAM FIB FI AÇÕES	33,0%
249	ADATTO FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	32,9%
250	BRADESCO PRIME ACTIVE FIC AÇÕES	32,9%

251	ITAÚ PRIVATE SELECT FI AÇÕES	32,8%
252	BELLS FI AÇÕES	32,7%
253	REAL ESTRATÉGICO FI AÇÕES	32,5%
254	BRADESCO PRIVATE FI AÇÕES	32,3%
255	SANTANDER IBRX FI AÇÕES	32,3%
256	BB AÇÕES ENERGIA FI AÇÕES	31,3%
257	GAP HEDGE FI MULTIMERCADO	31,2%
258	FOCUS FI AÇÕES	30,9%
259	ELITE FI AÇÕES	30,8%
260	BBM HIGH YIELD FI MULTIMERCADO	30,7%
261	CLARITAS HEDGE FIC MULTIMERCADO LP	30,7%
262	BRADESCO PRIVATE ALAVANCADO IBOVESPA FI AÇÕES	30,4%
263	VOTORANTIM FI AÇÕES	30,0%
264	PRISMA FIC MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	29,6%
265	ALFA I FMP FGTS PETROBRAS	29,1%
266	BTG PACTUAL CAPRICÓRNIO FIC MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	29,1%
267	FATOR JAGUAR FI AÇÕES	28,8%
268	RT GALÁXIA FI AÇÕES	28,7%
269	ALFA VIII FMP FGTS PETROBRAS	28,5%
270	BRADESCO FGTS PRIVATE III PETROBRAS	28,5%
271	LEGG MASON VALUATION FIC AÇÕES	28,4%
272	BRADESCO MULTIPERFORMANCE FIC MULTIMERCADO	28,0%
273	BTG PACTUAL ANDRÔMEDA FI AÇÕES	27,8%
274	BRADESCO FGTS PRIVATE IV PETROBRAS	27,6%
275	ITAÚ DESENV PETROBRAS FMP FGTS	27,6%
276	HSBC INSTITUCIONAL FI AÇÕES	27,6%
277	CAIXA FMP FGTS PETROBRAS IV	27,6%
278	FMP FGTS UBB C PETROBRAS	27,5%
279	ALFA II PETROBRAS FI AÇÕES	27,3%
280	ABN AMRO FP FMP FGTS	27,3%
281	FMP FGTS UBB F PETROBRAS	27,2%
282	ALFA III FMP FGTS PETROBRAS	27,1%
283	ITAUBANCO PETROBRAS FMP FGTS	27,0%
284	SUDAMERIS III FGTS PETROBRAS	26,9%
285	CAIXA FMP FGTS PETROBRAS III	26,8%
286	LEGG MASON DIVIDENDOS FIC AÇÕES	26,8%
287	AMARAJI CELPOS FI MULTIMERCADO PREVIDENCIÁRIO	26,7%
288	SANTANDER ENERGY FI AÇÕES	26,7%
289	MELLON CLIC FMP FGTS PETROBRAS	26,5%
290	ALFA VII FMP FGTS PETROBRAS	26,5%
291	OPPORTUNITY LÓGICA II FIC AÇÕES	26,5%
292	PACTUAL FGTS PETROBRAS	26,3%
293	SAFRA PETROBRAS FI AÇÕES	26,3%
294	INVESTCENTER OPPORTUNITY LÓGICA II FIC AÇÕES	26,3%
295	FBMP FGTS PETROBRAS	26,2%
296	SUL AMÉRICA PRIVATIZAÇÃO FGTS	26,2%
297	ACTION EXCLUSIVO FI AÇÕES	26,2%

298	TITANIUM SAS FI MULTIMERCADO	26,1%
299	BB FMP FGTS PETROBRAS	26,0%
300	CAIXA FMP FGTS PETROBRAS II	26,0%
301	CSAM FMP FGTS PETROBRAS	25,7%
302	BRADESCO FGTS PETROBRAS	25,7%
303	HSBC FMP FGTS PETROBRAS	25,7%
304	CAIXA PETROBRAS FI AÇÕES	25,6%
305	ITAÚ PETROBRAS FMP FGTS	25,5%
306	SAFRA PRIVATIZAÇÃO FGTS PETROBRAS	25,5%
307	LEGG MASON PRIVATE DURATION FIC RENDA FIXA	25,4%
308	ITAÚ PERSONNALITÉ PETROBRAS FMP FGTS	25,4%
309	SANTANDER BF II FI AÇÕES	25,3%
310	BRADESCO PETROBRAS FI AÇÕES	25,3%
311	ABN AMRO FMP FGTS PETROBRAS	25,1%
312	SANTANDER PETROBRAS BR FI AÇÕES	25,1%
313	ITAÚ PRIVATE PETROBRÁS FI AÇÕES	25,0%
314	BNP PARIBAS FMP FGTS PETROBRAS	25,0%
315	HSBC PETROBRAS FI AÇÕES	24,9%
316	HSBC DIVIDENDOS FI AÇÕES	24,9%
317	FATOR PLURAL FGTS PETROBRAS	24,7%
318	BBM II FI AÇÕES	24,6%
319	SUDAMERIS FGTS PETROBRAS	24,4%
320	ALAGRE FI MULTIMERCADO	24,0%
321	BNP PARIBAS FMP FGTS	23,5%
322	SANTANDER INSTITUCIONAL BR IBOVESPA FI AÇÕES	23,5%
323	FATOR INSTITUCIONAL FI AÇÕES	23,3%
324	GERAÇÃO FUTURO FMP FGTS PETROBRAS	23,3%
325	HSBC SALUBRE FI AÇÕES	22,9%
326	BANESTES FGTS	22,8%
327	FMP FGTS UBB P PETROBRAS	22,8%
328	MAGLIANO FGTS PETROBRAS	22,8%
329	SAFRA SETORIAL ENERGIA FI AÇÕES	22,8%
330	BB PETROBRAS FI AÇÕES	22,5%
331	SANTANDER PETROBRÁS FI AÇÕES	22,4%
332	SANTANDER FIC AÇÕES	22,0%
333	MÁXIMA FGTS	21,9%
334	SANTANDER PB VII FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	21,5%
335	ITAÚ K2 FI MULTIMERCADO	21,1%
336	MULTIPLY VARIABLE FI AÇÕES	21,0%
337	BANESTADO FMP FGTS PETROBRAS	20,9%
338	LEGG MASON PORTFÓLIO FI AÇÕES	20,9%
339	FMP FGTS UBB R PETROBRAS	20,8%
340	LUXOR FI AÇÕES	20,5%
341	BRB FMP FGTS PETROBRAS	20,5%
342	BRADESCO FEB BD FI MULTIMERCADO	20,1%
343	ITAÚ INSTITUCIONAL IBOVESPA ATIVO FI AÇÕES	20,1%
344	ITAÚ PETROBRÁS FI AÇÕES	20,0%

345	ITAÚ PRIVATE ATIVO FI AÇÕES	19,8%
346	PREVIDÊNCIA B FI AÇÕES	19,8%
347	UNIBANCO PETROBRAS FI AÇÕES	19,6%
348	CREDIT AGRICOLE MASTER FI REFERENCIADO DI LP	19,5%
349	SUL AMÉRICA NE FI AÇÕES PREVIDENCIÁRIO	19,5%
350	HSBC SETORIAL ATIVO FI AÇÕES	19,2%
351	COINVALORES FI AÇÕES	19,2%
352	ITAÚ INVESTPREV FI AÇÕES PREVIDENCIÁRIO	19,2%
353	SAFRA PRIVATE FI AÇÕES	19,1%
354	SUL AMÉRICA EQUILIBRIUM FI AÇÕES	19,0%
355	MELLON III FMP FGTS PETROBRAS	18,9%
356	LEGG MASON BALANCEADO FI MULTIMERCADO	18,7%
357	BRADESCO ENERGIA FI AÇÕES	18,5%
358	BRADESCO PRIVATE IBOVESPA FIC AÇÕES	18,5%
359	ITAÚ FI AÇÕES	18,5%
360	UNIBANCO PREVIDÊNCIA IBOVESPA FI AÇÕES	18,3%
361	TOP CONDOR FI AÇÕES	18,3%
362	ITAÚ PERSONNALITÉ IBRX ATIVO FIC AÇÕES	18,1%
363	BANRISUL INFRA-ESTRUTURA FI AÇÕES	17,5%
364	BBM PERSONAL FIC MULTIMERCADO	17,5%
365	SANTANDER ATIVO II FI AÇÕES	17,4%
366	FIBRA VIC FI AÇÕES	17,3%
367	ITAÚ INDEX IBOVESPA FI AÇÕES	16,7%
368	PARANÁ EXECUTIVO FI RENDA FIXA	16,3%
369	COMERCIAL MASTER FI AÇÕES	15,8%
370	SANTANDER INSTITUCIONAL FI AÇÕES	15,8%
371	BRADESCO EQUITIES FI AÇÕES	15,7%
372	ICATU SEG COMPOSTO 49C FIC MULTIMERCADO	15,5%
373	PORTO SEGURO FI RENDA FIXA	15,5%
374	SANTANDER SUL ENERGIA FI AÇÕES	15,3%
375	FEF BRASIL BD FI MULTIMERCADO CRÉDITO PRIVADO	15,2%
376	GAROPABA FIC MULTIMERCADO	15,0%
377	ÁQUILA FI MULTIMERCADO	14,9%
378	BRADESCO SUL ENERGIA FI AÇÕES	14,5%
379	ITAÚ INSTITUCIONAL DERIVATIVOS FI MULTIMERCADO	14,1%
380	HSBC NITE FI AÇÕES	13,8%
381	WESTERN ASSET LARGE CORPORATE FIC REFERENCIADO DI	13,6%
382	BB INDEXADO IBRX FIC AÇÕES	13,6%
383	AROEIRA FI RENDA FIXA	13,5%
384	**Ibovespa**	**13,4%**

Tabela 2.6 – Índices Sharpe

Notamos que de um total de 934 fundos com duração superior a 10 anos, 383 possuem um índice Sharpe maior do que o índice do portfólio de mercado IBOV.

Com isso, atingimos o objetivo desse capítulo: encontramos evidências para questionar as conclusões teóricas do modelo e, assim, unimos fatos empíricos que apóiam a existência das gestoras de recursos e a possibilidade delas representarem um *Best answer* nas opções de investimentos.

Tendo em vista as conclusões inferidas a partir dos dados acima, percebemos que no mundo real, diferentemente do que vimos no modelo CAPM, faz sentido existir o papel do gestor de recursos. Vimos que dado um nível de risco desejado, existem gestoras que oferecem retornos superiores ao retorno de mercado ou uma combinação de risco de mercado e um ativo livre de risco.
Então, mesmo com as taxas pagas pelo investidor para que terceiros montem um portfólio por ele, isso pode, com certeza, ser uma melhor resposta visando à maximização do valor de um portfólio.

Capítulo 3) Possíveis razões pelas quais as conclusões do modelo se diferem dos resultados empíricos

Após termos comparado as conclusões do modelo com fatos empíricos, claramente deveremos tentar entender o porquê da heterogeneidade das conclusões. Esse capítulo busca levantar hipóteses para explicar a diferença tão grande entre os resultados esperados pelo modelo e os encontrados pelos dados.

Os agentes possuem outras preocupações que não média e variância

Uma das principais premissas na derivação no modelo CAPM, foi que ao representarmos as preferências dos agentes, levávamos em consideração que os mesmos apenas se importavam com as médias dos retornos esperados dos ativos e suas variâncias. Isso foi fundamental para as conclusões a respeito da dominância estocástica, logo, da derivação da fronteira eficiente de risco e retorno.

Mas, na realidade, isso não necessariamente representa as preferências dos investidores do mundo real. É verdade que a média e a variância são medidas importantes, porém, medidas como a liquidez, máximo *drawdown* (máxima perda), porcentagem de meses com retornos positivos, exposição ao câmbio ou aos preços das *commodities* também são fatores essenciais para determinar uma escolha de portfólio.

Vejamos o exemplo abaixo:

Os portfólios A e B possuem o mesmo retorno esperado e mesma variância. Porém, A é um portfólio inteiramente aplicado na bolsa de valores brasileira, enquanto B é um portfólio voltado a atividades em multimercados, que nesse caso não envolve aplicações na bolsa. Sabendo que resgates de recursos na bolsa brasileira demoram três dias úteis para ser liquidados, o investidor, ao se deparar com a situação acima, certamente escolherá o ativo B devido à sua liquidez imediata.

Dado, portanto, que a liquidez também é um fator importante na determinação de preferência do agente, e considerando que o investidor pode se preocupar em ter seus recursos “congelados” durante três dias úteis, ele pode estar disposto a abrir mão de $\dot{\varepsilon}$ unidades de rentabilidade esperada para garantir liquidez imediata de seus investimentos. O que reorganizaria a derivação do modelo CAPM e a própria fronteira eficiente.

Apesar de ser um exemplo simplório, a situação acima já produz base para defendermos que o investidor se preocupa com outros fatores que não apenas média e variância.

O mercado não necessariamente é eficiente

A Hipótese dos Mercados Eficientes é um dos fatores que é considerado no CAPM. Ainda que na derivação não utilizemos explicitamente os conceitos da HME, pode-se notar que os princípios são similares e algumas das premissas para esses princípios também. O mercado é eficiente quando os preços dos ativos refletem toda a informação disponível. A teoria é embasada no conceito de arbitragem, e assim, toda a oportunidade de lucro não aproveitada é eliminada. Por isso, assim como no CAPM, considera-se que todos os agentes racionais têm a mesma opinião fundamentalista sobre o valor dos ativos e sobre sua distribuição de probabilidade.

Uma analogia possível é o trânsito de automóveis. Imaginemos que há apenas duas pistas e que ambas estão com o intenso fluxo de carros. É dado que os motoristas atribuem utilidade negativa a passar tempo no trânsito. Todos os motoristas conseguem ver quando a pista da direita tem um movimento mais rápido do que a da esquerda e vice e versa. Porém, se todos os motoristas, ao verem que a pista da direita estava com fluxo mais livre, se direcionassem para essa pista, no mesmo momento a faixa da direita estaria cheia de carros e o fluxo seria mais livre do lado esquerdo. Ou seja, na média, não se pode "bater" o mercado, e o tempo de tráfego nas duas pistas será aproximadamente igual. A distribuição se comportaria como um passeio aleatório.

A implicação da HME e das conclusões CAPM são que relatórios de analistas não possuem grande valor, exatamente como a ação de fundos de investimento. É exatamente disso que trata-se o exemplo da introdução desse estudo. Assim como na situação dos carros, qualquer investimento ou faixa de trânsito é bom como qualquer outro. A melhor estratégia seria manter-se na mesma pista e seguir no fluxo, ou, no mercado de investimentos, "comprar e manter".

Porém, os mercados podem não ser eficientes na realidade. Tomando como base o artigo "*The price is not always right and markets can be wrong*"[16] de Richard Thaler, podemos dizer que os preços podem ser imprevisíveis e obedecer a um passeio aleatório

[16] "*The price is not always right and markets can be wrong*" de Richard Thaler -Financial Times – 5 de agosto de 2009

e ainda assim estarem errados. Esse professor de "*economics and behavioural science*" na universidade de Chicago defende que os modelos matemáticos usados para chegar às conclusões de HME, são irrealistas como modelos de física que ignoram o atrito. A argumentação é que se os mercados estão sempre certos de acordo com os fundamentos, não haveria razões para acontecerem bolhas.

Fica difícil manter-se um defensor da HME após a crise 2008. Como o mercado poderia estar certo antes e depois da queda do Lehman Brothers? O mercado necessariamente esteve errado em algum dos momentos. E os analistas que previram a bolha estavam certos, ao contrário do que o modelo esperaria.

A informação não é simétrica

Seguindo o teor lógico da hipótese dos mercados eficientes, o CAPM parte do princípio de que os indivíduos integrantes do mercado têm acesso à mesma informação. Os investidores racionais são aqueles que utilizam toda a informação disponível. Os preços do mercado são formados através de todos os agentes utilizando todas as informações disponíveis. Dessa maneira, assim como descrito em cima, não há oportunidade de lucros médios acima do mercado. Esse modelo de arbitragem para eliminar lucros acima do mercado é utilizado como premissa na derivação do modelo CAPM.

Entretanto, a informação pode não estar necessariamente disponível a todos.

Em novembro de 2010 a Comissão de Valores Mobiliários do Brasil multou o banco Credit Suisse em R$ 26,4 milhões por utilizar-se de *insider trading* e auferir lucros de informação privilegiada na compra de ações da Terna Brasil (hoje Transmissora Aliança) durante o processo de venda para a CEMIG. Esse caso ilustra que existe informação diferenciada nos mercados e que alguns analistas têm acesso a informações antes do resto do mercado. Partindo dessa conclusão, novamente voltamos a encontrar uma defasagem que pode explicar as diferenças entre os dados empíricos e as conclusões esperadas do CAPM.

Se há informação diferenciada no mercado, os preços podem não refletir todos os dados fundamentalistas e, mais uma vez, a ação dos *Managers* pode ser explicada.

Expectativas Heterogêneas

A premissa de que os agentes do mercado possuem a mesma opinião sobre o valor dos ativos e suas distribuições de probabilidade é bastante rígida, portanto frágil sob ponto de vista racional. Isso quer dizer apenas que com um contra-exemplo, já podemos nos questionar sobre a validade dessa premissa.

A notícia "*Goldman Finally Capitulates: Closes EURUSD Trade At 2.3% Loss*" divulgada no site "Zero Hedge" em 23/11/11, mostra a Goldman Sachs comprando Euros por acreditar que a moeda estava em seu menor ponto histórico e deveria subir.

Conforme podemos observar, diferentes analistas possuem diferentes opiniões tanto sobre distribuições de probabilidade e ganhos esperados quanto a respeito da direção dos mercados.

Ao mesmo tempo em que a Goldman Sachs tinha um ponto de vista de que o Euro/Dólar nunca esteve tão barato e via nisso a oportunidade de comprar em um *"low"* e lucrar com a eminente ascensão no valor do Euro, o resto do mercado não via esse ponto como inflexão e continuou vendendo Euro/Dólares. A Goldman Sachs arcou com o prejuízo.

Mais uma vez, temos uma forte evidência que uma premissa do CAPM não é tão fiel a realidade quanto esperaríamos.

Taxas livres de risco

É bastante intuitivo que possamos emprestar recursos a uma taxa livre de risco. Para isso, basta que o detentor dos recursos deseje. Porém, tomar emprestado a uma taxa livre de risco é um fato um tanto quanto irrealista. Exceto por poucos casos como empréstimos familiares, o credor cobrará alguma taxa do devedor. O CAPM além de descrever essa taxa livre de risco, ainda se baseia na questão de que os investidores podem livremente emprestar e tomar emprestado a essa taxa. LINTNER (1965) e BLACK (1972) descreveram que dentre as hipóteses do modelo, essa seria a mais frágil.

O fato é que se essa hipótese for relaxada, o portfólio de fronteira perderia sua forma e, conseqüentemente, suas conclusões, pois um empréstimo para investimento em outro portfólio seria custoso em termos de taxas e, portanto, tornaria a relação não linear. A operação deixaria o novo portfólio fora da curva eficiente.

Essa crítica foi o que motivou Black, Jensen e Scholes (1972) a criarem um novo modelo de apreçamento de ativos onde o ativo livre de risco é inexistente, buscando assim, mais aplicabilidade ao modelo.

O portfólio de mercado

Richard Roll[17] em 1977 tornou famosa uma crítica direta ao modelo CAPM. Ele descreve que "qualquer teste válido (do modelo) pressupõe o conhecimento completo da verdadeira composição do portfólio de mercado". Roll não discorda de que o portfólio de mercado é eficiente no sentido da relação risco e retorno, porém levanta a questão sobre a incapacidade de realmente se chegar a ele.

Conforme vimos no capítulo 1, a linearidade do Beta e do retorno esperado é derivada da premissa de portfólio de mercado eficiente. Não há teste independente dessa questão. Aqui usamos o Ibovespa para "testar" as conclusões do modelo, porém, para isso, o IBOV idealmente teria que ser eficiente, mesmo se o verdadeiro portfólio de mercado não fosse. Não sabemos a relação entre o IBOV e o verdadeiro portfólio de mercado. Se usássemos outra composição do portfólio de mercado, teríamos resultados diferentes quanto ao desempenho dos fundos de investimento.

O verdadeiro portfólio de mercado seria capaz de computar todos os preços da economia como trabalhadores, imóveis, derivativos etc. O que parece um fardo computacional quase impossível.

Custos de transação

Um dos principais pilares do CAPM é que, por se tratar de um mercado sem fricção, pode-se comprar e vender ativos sem custos de transação. Ou seja, não custa nada diversificar para diminuir risco da carteira.

A realidade, porém, envolve custos de corretagem, de ordem etc. Com isso, podemos entender que uma carteira que diversifica muito pode deixar de ser eficiente por auferir muitos custos ao investidor. Além disso, nesse caso o tamanho da carteira interfere diretamente na rentabilidade, já que os custos de operação tornam-se diluídos. O CAPM se descaracteriza se considerarmos esses custos.

Impostos

---

[17] "*A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory*" – Roll, Richard - 1977

Seguindo perfeitamente o mesmo raciocínio dos custos de transação, os impostos adicionam ineficiências ao modelo CAPM, pois consideram custos ignorados na sua derivação. Também passa a ser relevante para a rentabilidade líquida das aplicações, a maturidade dos investimentos (já que os tributos que incidem sobre o resultado dependem do tempo de duração da aplicação).

Capítulo 4) Conclusões

Após termos comparado o modelo CAPM e os resultados empíricos obtidos pelas empresas de gestão de recursos no Brasil, além de enumerar possíveis argumentos para explicar a diferença entre eles, podemos chegar a uma conclusão importante.

Existem fundamentos para acreditar que as inferências do modelo CAPM não são suficientemente realistas para desqualificar a decisão de investir em fundos de investimentos. Isso decorre das diferenças entre as previsões do modelo e os resultados reais – apresentados no segundo capítulo - e o levantamento de evidências para a aplicabilidade limitada do CAPM no contexto empírico – realizado no terceiro capítulo.

Ao derivar detalhadamente o modelo *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) partindo desde a representação de preferência dos agentes até a equação $E(Retorno\ ativo) = Retorno\ livre\ de\ risco + \beta.(E(Retorno\ no\ portfólio\ de\ mercado) - Retorno\ livre\ de\ risco))$, ou, simplesmente, $E(Ri) = Rf + \beta.(E(Rm) - Rf))$, pudemos fixar cada premissa necessária para o resultado do modelo. Esse detalhamento foi determinante para concluirmos que as gestoras de recursos claramente não tinham razão de existir em um cenário descrito pelo CAPM.

Tendo estabelecido as premissas das quais partimos e as conclusões nas quais chegamos com a derivação do modelo, no movemos então, no capítulo dois, para uma comparação destas com os resultados empíricos. Com a ajuda de uma base de dados robusta, conseguimos apontar evidências para contestar a afirmação de que o CAPM conseguiria prever ou sequer explicar os resultados do "mundo real". Através de testes da relação risco e retorno dos fundos de investimentos, comparados aos índices de mercado e de um ativo livre de risco, notamos que as conclusões do primeiro capítulo pouco se aplicariam. Novamente discutimos o papel das *Asset Managements*. Desta vez consideramos o argumento de que essas obtiveram resultados melhores do que, por exemplo, o retorno de mercado (aqui tratado como o IBOV), inclusive com tomadas de risco inferior ao risco de mercado. Ou seja, mesmo se dispondo a pagar taxas de administração e desempenho, o investidor obteve, nos anos observados, maiores retornos líquidos (dado um nível de risco) investindo em fundos de investimento do que no índice de mercado.

O terceiro capítulo foi fundamental para a descrição de porque o CAPM poderia não fazer jus à realidade. Nessa parte, colocamos em discussão as premissas que adotamos no modelo, nos questionando se elas não seriam simplificadoras a ponto de perder sua conexão com a realidade. Dentre os pontos levantados, criticamos a relevância de apenas médias e variâncias dos retornos dos ativos na decisão e investimento dos agentes, informação e expectativas simétricas no contexto de mercado eficiente, desconsideração de custos de transação, além das próprias definições de ativo livre de risco e portfólio de mercado. Como Fama e French já haviam descrito em suas obras, a falha na utilização do modelo CAPM é reflexo da adoção da grande quantidade de premissas simplificadoras.

Na introdução desse trabalho expusemos a experiência curiosa realizada com macacos operando no mercado de ações. Seus retornos foram, na média, iguais aos dos analistas. Esse é um argumento a favor da HME, descrita no terceiro capítulo. Porém, nos questionamos se esse experimento fosse mantido por dez anos (assim como o horizonte que consideramos para caracterizar os retornos das gestoras, no segundo capítulo) com todas as imperfeições do mercado real, os símios obteriam retornos no mesmo patamar. O argumento é que no longo prazo, conforme evidenciamos, as gestoras obtêm retornos superiores aos esperados dado um nível de risco.

Ao refletir sobre os resultados de cada um dos pontos levantados acima, em síntese, temos o seguinte resultado: Existe a possibilidade de que o investimento em empresas de *Asset Management* seja uma *Best Answer* no problema de maximização de retornos de um portfólio. O mais importante que concluímos aqui é que temos evidências para dizer que o CAPM não é um bom argumento contra o investimento nessas gestoras.

5) Anexos:

Composição do Índice Ibovespa:

Código	Ação	Tipo	Part. (%)
ALLL3	ALL AMER LAT	ON NM	0,84
AMBV4	AMBEV	PN	1,29
BBAS3	BRASIL	ON NM	2,80
BBDC4	BRADESCO	PN ED N1	3,38
BISA3	BROOKFIELD	ON NM	0,64
BRAP4	BRADESPAR	PN EDJ N1	0,83
BRFS3	BRF FOODS	ON NM	1,42
BRKM5	BRASKEM	PNA N1	0,57
BRML3	BR MALLS PAR	ON NM	0,75
BRTO4	BRASIL TELEC	PN	0,36
BTOW3	B2W VAREJO	ON NM	0,35
BVMF3	BMFBOVESPA	ON NM	3,45
CCRO3	CCR SA	ON NM	0,75
CESP6	CESP	PNB N1	0,59
CIEL3	CIELO	ON NM	1,44
CMIG4	CEMIG	PN N1	0,96
CPFE3	CPFL ENERGIA	ON NM	0,38
CPLE6	COPEL	PNB N1	0,56
CRUZ3	SOUZA CRUZ	ON	0,51
CSAN3	COSAN	ON NM	0,80
CSNA3	SID NACIONAL	ON	1,66
CYRE3	CYRELA REALT	ON NM	1,75
DTEX3	DURATEX	ON NM	0,42
ELET3	ELETROBRAS	ON N1	0,68
ELET6	ELETROBRAS	PNB N1	0,64
ELPL4	ELETROPAULO	PN N2	0,71
EMBR3	EMBRAER	ON NM	0,62
FIBR3	FIBRIA	ON NM	0,87
GFSA3	GAFISA	ON NM	1,31
GGBR4	GERDAU	PN N1	3,43
GOAU4	GERDAU MET	PN N1	0,98
GOLL4	GOL	PN N2	0,90
HGTX3	CIA HERING	ON NM	0,61
HYPE3	HYPERMARCAS	ON NM	0,87
ITSA4	ITAUSA	PN N1	2,28
ITUB4	ITAUUNIBANCO	PN EX N1	4,65
JBSS3	JBS	ON NM	0,98
KLBN4	KLABIN S/A	PN N1	0,65

LAME4	LOJAS AMERIC	PN INT	0,96
LIGT3	LIGHT S/A	ON NM	0,53
LLXL3	LLX LOG	ON NM	0,52
LREN3	LOJAS RENNER	ON NM	0,94
MMXM3	MMX MINER	ON NM	1,08
MRFG3	MARFRIG	ON NM	0,57
MRVE3	MRV	ON NM	1,39
NATU3	NATURA	ON NM	0,88
OGXP3	OGX PETROLEO	ON NM	6,27
PCAR4	P.ACUCAR-CBD	PN N1	0,97
PDGR3	PDG REALT	ON NM	2,29
PETR3	PETROBRAS	ON	3,08
PETR4	PETROBRAS	PN	10,18
RDCD3	REDECARD	ON NM	1,38
RSID3	ROSSI RESID	ON NM	0,95
SANB11	SANTANDER BR	UNT N2	1,03
SBSP3	SABESP	ON NM	0,29
TAMM4	TAM S/A	PN N2	0,45
TIMP3	TIM PART S/A	ON NM	0,98
TMAR5	TELEMAR N L	PNA	0,15
TNLP3	TELEMAR	ON	0,17
TNLP4	TELEMAR	PN	0,64
TRPL4	TRAN PAULIST	PN N1	0,18
UGPA3	ULTRAPAR	ON NM	0,52
USIM3	USIMINAS	ON N1	0,43
USIM5	USIMINAS	PNA N1	2,49
VAGR3	V-AGRO	ON NM	0,56
VALE3	VALE	ON N1	2,91
VALE5	VALE	PNA N1	9,68
VIVT4	TELEF BRASIL	PN	0,90

6) Referências Bibliográficas:

HUANG, CHI-FU & LITZENBERGER, ROBERT H.: Foundations for financial economics. Elsevier, New York, 1988.

DUFFIE, DARRELL: Dynamic Asset Pricing Theory. Princeton Un. Press, New Jersey, 1996.

DAMODARAN, ASWATH – Investment Valuation: Tools and Techniques for Determining the Value of Any Asset, 2ed. John Wiley & Sons, 2002.

GRINBLATT, MARK & TITMAN SHERIDAN: Financial Markets & Corporate Strategy, 2ed. McGraw-Hill/Irwin, 2001.

BREALEY, RICHARD A., MYERS, STEWART C.: Principles of Corporate Finance, 8ed. McGraw-Hill, 2003.

MISHKIN, FREDERIC S.: The Economics of Money, Banking, and Financial Markets, 8ed. Pearson Addison Wesley, 2009.

HOELSCHER, DAVID S.: Bank Restructuring and Resolution – Chapter 9: HE, DONG, IGVES STEFAN & SEELING STEVEN A.: Issues in the establishment of asset management companies. 1ed. Palgrave MacMillan, 2006, p. 212 -226.

TERADA-HAGIWARA, AKIKO &PASADILLA, GLORIA O.: Experience of Crisis-Hit Asian Countries: Do Asset Management Companies Increase Moral Hazard? 2004. Discussion Paper - Philippine Institute for Development Studies.

PUNEET HANDA, ASHISH TIWARI: Does Stock Return Predictability Imply Improved Asset Allocation and Performance? Evidence from the U.S. Stock Market (1954–2002), 2006. Discussion Paper - The University of Chicago Press, University of Iowa.

DOROW, ANDERSON; REINA, DONIZETE; REINA, DIANE; COELHO, CHRISTIANO; SANTOS, GUILHERME: Modelo de precificação de ativos de Capital: Uma análise envolvendo série histórica. Revista Gestão e Tecnologia, 2009.

FAMA, EUGENE F. FAMA & FRENCH KENNETH R.: Multifactor Explanations of asset pricing anomalies, Mar 1996 - The Journal of finance.

FAMA, EUGENE F. FAMA & FRENCH KENNETH R.: The CAPM is Wanted, dead or alive, Dec 1996 - The Journal of finance.

BROOKS, RAY: Lessons from International experience with asset management companies, 2011.IMF Presentation, Beijing.

KLINGEBIEL, DANIELA: The Use of Asset Management Companies In The Resolution Of Banking Crises Cross-Country Experiences, 2000. World Bank Study - Policy Unit.

MYERS, STEWART C.: Determinants of Corporate Borrowing 1977 - The Journal of Finance.

GRAHAM, BENJAMIN: The Intelligent Investor, 1ed. HARPER BUSINESS, 1949.

NEUBAUER, FRANKLIN - Book review – HAUGEN, ROBERT: The new finance (1995), October 1997

BRUNI, ADRIANO LEAL: Risco, retorno e equilíbrio: Uma análise do modelo de precificação de ativos financeiros na avaliação de ações negociadas na Bovespa (1988-1996), 1998. Dissertação de Mestrado - UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO – USP, 1998.

THALER, RICHARD: The price is not always right and markets can be wrong. The Financial times, August 5th, 2009.

Autor desconhecido: Conceito de taxa livre de risco e sua aplicação no Capital Asset Pricing Model – Um estudo exploratório para o mercado brasileiro. Disponível em: http://www.iepg.unifei.edu.br/edson/download/taxalivreriscofama.pdf

ROLL, RICHARD: A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory, Journal of Financial Economics, March 1977

CROCHRANE, JOHN: Writing tips for PhD students, mimeo, 2005. Disponível em: http://faculty.chicagobooth.edu/john.cochrane/research/papers/phd_paper_writing.pdf

Standards of practice Handbook, CFA Institute. Disponível em: http://www.cfapubs.org/doi/pdf/10.2469/ccb.v2010.n2.1