

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA



MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

**Reversão à média como estratégia de
investimento: um estudo com os principais
índices de segmento e setoriais.**

Nome do aluno: João Pedro Gonçalves Machado

Matrícula: 1610645

Orientador: Claudio Flores

Julho de 2020

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA



MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

**Reversão à média como estratégia de
investimento: um estudo com os principais
índices de segmento e setoriais**

Nome do aluno: João Pedro Gonçalves Machado
Matrícula: 1610645
Orientador: Claudio Flores

**“Declaro que o presente trabalho é de minha autoria e que não
recorri para realizá-lo, a nenhuma forma de ajuda externa, exceto
quando autorizado pelo professor tutor”.**

João Pedro Gonçalves Machado
Julho de 2020

As opiniões expressas neste trabalho são de responsabilidade única e exclusiva do autor.

Agradecimentos

Essa talvez seja a parte mais difícil de todo trabalho. Tentar colocar em apenas uma página a minha gratidão por todos que contribuíram de forma positiva nessa jornada é praticamente impossível, porém tentarei. Para não correr o risco de esquecer alguém, não citarei nomes.

Primeiramente gostaria de agradecer meus pais por todo apoio nessa jornada, sabemos que não foi fácil, porém conseguimos. Um muito obrigado ao meu irmão por todo apoio e amor ao longo dessa convivência.

Aos meus amigos e amigas do Colégio Ipiranga, palavras não são suficientes para agradecer todo o companheirismo. Sem vocês a jornada da vida seria um milhão de vezes mais difícil.

Aos meus amigos da PUC, o meu eterno agradecimento pelo companheirismo nas noites de estudo e nas aulas, sem vocês a faculdade não seria tão agradável.

O meu muito obrigado à PUC-Rio, que me proporcionou essa oportunidade de estudar economia e descobrir uma paixão que até então desconhecia, espero poder retribuir algum dia.

Ao meu orientador Claudio, o meu muito obrigado por toda paciência, dicas e disponibilidade ao longo desse um ano de monografia.

Um agradecimento especial para o pessoal da Guide Investimentos por terem me ensinado tanto e por terem me apoiado nessa nova jornada.

À quem sempre acreditou em mim, muito obrigado.

Obrigado, Deus, por tudo.

“The market can remain irrational longer than you can remain solvent.”
John Maynard Keynes

Sumário

Lista de Figuras	6
1 Introdução	8
2 Revisão Bibliográfica	12
3 Base de Dados	14
4 Metodologia	14
4.1 Processos Estocásticos	14
4.1.1 Processo Geométrico de Ornstein-Uhlenbeck	14
4.1.2 Processo Geométrico Browniano	16
4.2 Estimação	18
4.2.1 Ornstein-Uhlenbeck	18
4.2.2 Browniano	18
4.2.3 Autocorrelação dos resíduos	18
4.3 Reversão à média como estratégia de investimento	19
4.3.1 Conceito de meia-vida	20
4.3.2 Simulação de Monte Carlo	21
5 Resultados	23
5.1 Regressões e simulações	24
5.1.1 Simulação sob hipótese do modelo Geométrico Browniano	26
5.1.2 Simulação sob hipótese do modelo Ornstein-Uhlenbeck . .	28
5.2 Reversão à média como estratégia de investimento	30
5.2.1 Desempenho dos portfólios	30
6 Análise de robustez	32
7 Conclusão	33
8 Referências Bibliográficas	35

Lista de Figuras

1	Simulações do processo geométrico de reversão com os seguintes parâmetros: $X_o = R\$50$, $\mu = R\$54$, $\sigma = 20\%$, $K1 = 0.1$, $K2 = 5$, $K3 = 10$ e $K4 = 50$	9
2	Comparação entre o processo Ornstein-Uhlenbeck e o Geométrico Browniano. A simulação do processo OU foi construída utilizando os seguintes parâmetros: $\mu = 1000$, $\sigma = 10\%$, $\eta = 0.5$ e $P_0 = 700$. A simulação do processo GB foi construída utilizando os seguintes parâmetros: $\mu = 0.0007$, $\sigma = 10\%$ e $P_0 = 700$	17
3	Esquematização temporal dos períodos de formação de portfólio (F), onde as ações dos índices são ranqueadas e de teste (T), onde o desempenho dos portfólios é avaliado. $F1=(2010)$, $F2=(2010-2011)$, $F3=(2010-2012)$ e T varia de acordo com a meia-vida . . .	20
4	Gráfico referentes à simulação de Monte Carlo. Nesse exemplo os parâmetros usados foram $H = 30$ e $k \in \{1, \dots, 1000\}$	22
5	Gráficos referentes aos preços de fechamento dos índices IMAT, INDX, SMLL, INFC e IEE no período de 2007 à 2018.	24
6	Simulações sob hipótese do modelo Geométrico Browniano.	27
7	Simulações sob hipótese do modelo Geométrico Ornstein-Uhlenbeck.	29

Lista de Tabelas

1	Principais estatísticas descritivas de cada índice	23
2	Resultados da regressão sob hipótese do modelo Geométrico Browniano.	25
3	Resultados da regressão sob hipótese do modelo Geométrico de Ornstein-Uhlenbeck.	25
4	Meias-vidas dos índices IMAT e INDX obtidas a partir da relação $H = \frac{\ln(2)}{\eta}$	30
5	Desempenho do portfólio do índice IMAT de acordo com a metodologia de construção de portfólios explicada na seção 4.3 utilizando um tempo de meia-vida de 241 dias.	30
6	Desempenho do portfólio do índice INDX de acordo com a metodologia de construção de portfólios explicada na seção 4.3 utilizando um tempo de meia-vida de 350 dias.	31
7	Teste de robustez do portfólio do índice IMAT. Foram realizadas 1000 simulações para 241 dias após o fim do período de formação. As premissas adotadas na simulação de Monte Carlo estão explicitadas na seção 4.3.2, logo os retornos acumulados das ações foram calculados da seguinte forma: $\hat{\mathbf{R}}_{241} = \prod_{t=1}^{241} (1 + \mathbf{R}_t)$, em que $t \in \{1, \dots, 241\}$ e, portanto, o retorno dos portfólios para cada simulação de Monte Carlo foi calculado como: $P_k = \mathbf{w} \cdot \hat{\mathbf{R}}_{241}$, em que $k \in \{1, \dots, 1000\}$	32

- 8 Teste de robustez do portfólio do índice INDX. Foram realizadas 1000 simulações para 350 dias após o fim do período de formação. As premissas adotadas na simulação de Monte Carlo estão explicitadas na seção 4.3.2, logo os retornos acumulados das ações foram calculados da seguinte forma: $\hat{\mathbf{R}}_{350} = \prod_{t=1}^{350} (1 + \mathbf{R}_t)$, em que $t \in \{1, \dots, 350\}$ e, portanto, o retorno dos portfólios para cada simulação de Monte Carlo foi calculado como: $P_k = \mathbf{w} \cdot \hat{\mathbf{R}}_{350}$, em que $k \in \{1, \dots, 1000\}$ 32

1 Introdução

Entender o comportamento dos mercados acionários é algo desafiador e que chama a atenção de centenas de profissionais do ramo. Tentar prever se determinado ativo irá valorizar ou desvalorizar é tema que motiva vasta literatura na área das finanças e movimentam milhões de dólares em pesquisas. Nos anos 70, a teoria mais difundida era a de que os mercados seguiam um passeio aleatório, processo que é definido pela seguinte equação:

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t, \quad (1)$$

onde u_t é i.i.d e Y_t é uma série de preços. Tal modelo diz que os preços dos ativos amanhã são iguais aos preços de hoje mais uma variação imprevisível. Para adeptos dessa teoria os preços das ações refletem toda a informação disponível, o que implica que em equilíbrio a previsibilidade de retornos é eliminada nos mercados.

Porém, no final dos anos 80 diversos artigos científicos contestando a hipótese de que mercados seguiam um passeio aleatório começaram a surgir. Fama e French (1988) encontraram forte autocorrelação negativa entre retornos no período de 3-5 anos, o que implica que os preços dos 3-5 anos anteriores potencialmente contribuem para prever os retornos dos próximos 3-5 anos. Portanto, começou-se o questionamento: retornos futuros são realmente imprevisíveis e preços seguem um passeio aleatório?

Um dos processos utilizados para modelar diversas variáveis econômicas é o de reversão à média. Essa dinâmica diz que os preços dos ativos flutuam, porém são atraídos para uma média no longo prazo. É comumente utilizado na modelagem da taxa de juros, pois tal acompanha ciclos econômicos que no longo prazo são divididos em recessão e expansão. Outra situação em que esse processo é utilizado é na modelagem dos preços de commodities. A ideia é que em geral o preço irá definir a oferta dos vendedores, portanto, se os preços estão altos os produtores ofertam mais, o que causa uma queda nos preços. Já se os preços estão baixos os produtores possuem pouco incentivo para ofertar e seus produtos sofrem uma escassez, o que faz com que os preços subam. Essa dinâmica nos mostra que existe uma tendência dos preços flutuarem em torno de uma média no longo prazo.

No que diz respeito à modelagem no preço de commodities, Schwartz (1997) utilizou uma variação do processo de reversão chamado processo de reversão geométrico para representar o comportamento dos preços das commodities. O processo é descrito da seguinte forma:

$$dX_t = k(\mu - \ln X_t)X_t dt + \sigma X_t dB_t \quad (2)$$

Em que X_t é o preço à vista da variável de interesse, σ é a volatilidade, μ é o preço médio e k é a velocidade com que a reversão ocorre. A Figura 1 mostra a interação de k com a variável de interesse. Foram utilizados os seguintes parâmetros: preço inicial (X_0) é igual a R\$50, a média de longo prazo (μ) é de R\$54 (linha tracejada em vermelho), a volatilidade é $\sigma = 20\%$ e os seguintes

valores de k : $K1 = 0.1$, $K2 = 5$, $K3 = 10$ e $K4 = 50$. Repare que quanto maior a velocidade de reversão (k), mais fortemente os preços são atraídos a média de longo prazo.

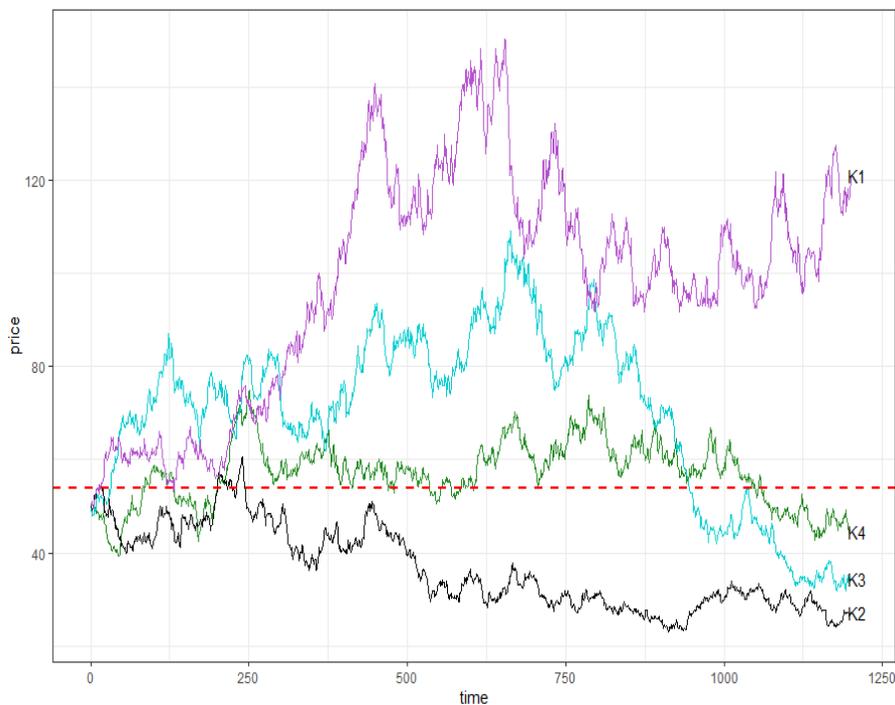


Figura 1: Simulações do processo geométrico de reversão com os seguintes parâmetros: $X_o = R\$50$, $\mu = R\$54$, $\sigma = 20\%$, $K1 = 0.1$, $K2 = 5$, $K3 = 10$ e $K4 = 50$.

A teoria de reversão à média encontra forte suporte na área das finanças comportamentais. A base desse argumento é a ideia explorada por DeBont e Thaler (1985), que afirmam que investidores tendem a ter um comportamento de reagir com exagero a novas notícias. Porém, qual reação é considerada correta e racional? A maioria dos autores considera o Teorema de Bayes como a medida correta de reação. O teorema, assim como bem explicam Klungland e Klok (2018), nos diz que investidores processam corretamente a informação e, em seguida, revisam suas previsões aplicando probabilidade condicional para que informações atuais e passadas sejam levadas em conta.

Com o passar do tempo viu-se que indivíduos violam fortemente a Lei de Bayes no momento de reagir a novas informações. Trazendo isso para o meio

das finanças, significa que a divulgação de uma notícia boa ou ruim sobre uma empresa pode fazer com que investidores se assustem e acabem exagerando o novo fato, causando uma disparada de preços.

Tal ideia foi primeiramente citada por J. M. Keynes (1964). O autor diz que flutuações diárias no mercado, que nada mais são que características insignificantes, tendem a ter uma influência excessiva e até mesmo absurda no mercado. Outro autor que cita esse fenômeno é J. B. Williams (1956), que argumenta que preços tendem a se basear muito em ganhos presentes e pouco na capacidade que o ativo tem de pagamento de dividendos no longo prazo.

A ideia de que preços acabam disparando para uma das direções cria espaço para a hipótese de reversão à média, assim como De Bondt e Thaler (1985) citaram: “Movimentos extremos nos preços das ações serão sucedidos, subsequentemente por movimentos na direção oposta” (tradução nossa).¹

Mais recentemente, diversos autores voltaram suas atenções para testar esse comportamento nos mercados acionários de países emergentes. Chaudhuri e Wu (2003) investigaram o comportamento de reversão à média em 17 mercados emergentes e encontraram fortes evidências de que dez desses mercados rejeitam a hipótese de passeio aleatório. Outros autores que abordaram esse tema foram Wang, Zhang e Zhang (2015), que ao utilizar o Multiplicador Lagrange de Fourier encontraram fortes evidências de que sete mercados asiáticos apresentam reversão à média.

Neste trabalho busco entender se as séries de preços de índices setoriais brasileiros seguem um comportamento de reversão à média ou não. Para isso testarei dois modelos estocásticos: Ornstein-Uhlenbeck e Geométrico Browniano. O primeiro testará a reversão à média, já o segundo servirá como hipótese alternativa para o comportamento dos preços. Primeiramente realizo MQO em versões discretizadas dos modelos estocásticos previamente citados para descobrir os parâmetros de cada índice sob a hipótese dos dois modelos. Nas seções 4.1.1 e 4.1.2 explico o que ocorre caso esses parâmetros não sejam estatisticamente significantes. Em seguida realizo simulações in-sample de cada índice novamente sob hipótese dos dois modelos com o objetivo de servir como auxílio visual.

Após a modelagem das séries, analiso se algum índice apresentou um comportamento de reversão à média. A maneira como essa análise é feita é a partir do coeficiente η da regressão sob hipótese do processo de Ornstein-Uhlenbeck. Caso o coeficiente seja estatisticamente diferente de zero há um indício de que o índice apresente comportamento de reversão à média. Outra métrica utilizada para analisar qual processo estocástico melhor descreve o comportamento dos índices é a raiz do erro quadrático médio.

Encontrados os índices que reverterem a uma média, o artigo irá propor uma estratégia de investimento que consiste em comprar ações que tiveram o pior desempenho em uma janela de tempo e vender ações que tiveram o melhor desempenho. No final comparo os resultados da estratégia com alguns benchmarks. O desenho dessa estratégia é explicado na seção 4.3. No final do

¹“Extreme movements in stock prices will be followed by subsequent price movements in the opposite direction”

trabalho realizo uma análise de robustez da estratégia aplicando o método de Monte Carlo.

O restante desse artigo está organizado da seguinte forma: a seção 2 apresenta uma revisão da literatura de reversão à média, mostrando diversas abordagens diferentes. A seção 3 mostra os dados utilizados e sua respectiva fonte. Na seção 4 exponho os processos estocásticos escolhidos e suas principais características, além da regressão que será utilizada em cada caso a fim de estimar os parâmetros, o método para escolha do melhor modelo, a abordagem utilizada para construção dos portfólios e apresento o método de Monte Carlo. Nas seções 5 a 7 apresento os resultados encontrados, uma análise de robustez e por fim a conclusão do trabalho.

2 Revisão Bibliográfica

A literatura existente sobre reversão à média no mercado financeiro é extensa. Assim como neste trabalho, diversos autores utilizaram o processo de Ornstein-Uhlenbeck a fim de testar o princípio de que preços flutuam em torno de uma média de longo prazo. Schwartz (1997) utilizou o processo geométrico de Ornstein-Uhlenbeck na modelagem dos preços futuros de duas commodities: petróleo e cobre. São utilizadas três variações do modelo, uma simples com único fator, outra em que é adicionado um segundo fator estocástico e a última que inclui taxas de juros estocásticas. O autor chega a conclusão de que é importante levar em conta que preços podem reverter a uma média no momento de avaliar projetos de investimentos. O resultado encontrou forte evidência para esse fato na curva de preços futuros de petróleo fornecida pela Enron.

Phewchean e Wu (2019) estabeleceram e examinaram modelos para precificação de opções europeias, tendo como base o processo geométrico de Ornstein-Uhlenbeck, porém adicionando três variáveis estocásticas: rendimento do dividendo, ganhos de rendimento e preço de risco do mercado. Como conclusão, o modelo apresentado pelos autores gerou melhores resultados dos que os que são utilizados atualmente no mercado financeiro na avaliação de preços de opções europeias.

Campbell (2013) propõe três modelos para modelar preços futuros de madeira: processo geométrico de Ornstein-Uhlenbeck, Ornstein-Uhlenbeck GARCH e processo geométrico Browniano. As simulações do autor mostram que o processo Ornstein-Uhlenbeck GARCH é o que melhor descreve o movimento dos preços, mostrando que existe um componente de reversão a média.

Outros autores buscaram através da realização de testes de raiz unitária provar que ativos seguiam um processo de reversão à média. Zou (2017) busca testar se os preços de duas companhias chinesas de carvão flutuam ao redor de uma média no longo prazo. O autor utiliza os principais testes para detecção de raiz unitária: Phillips e Perron (PP), Augmented Dickey and Fuller (ADF) e Zivot e Andrews (ZA) e conclui que os preços das duas companhias são estacionários e reverterem a uma média.

Chaudhuri e Wu (2003) através da implementação dos testes de raiz unitária (ADF, PP e ZA) observam que em dez países emergentes a hipótese de que os preços das ações seguem um passeio aleatório é rejeitada a níveis de significância de 1 e 5%. Os autores citam a importância da realização de testes que permitam a existência de quebras estruturais, como o teste proposto por Zivot e Andrews (1992), e que tal uso gera ganho de poder estatístico e acaba tornando os resultados mais confiáveis.

Outra abordagem interessante é feita por Wang, Zhang e Zhang (2015), que buscam estudar o fenômeno de reversão no preço das ações de sete países asiáticos (China Continental, Hong Kong, China, Japão, Coreia do Sul, Malásia e Singapura) através do teste de raiz unitária Multiplicador Lagrange de Fourier proposto por Enders e Lee (2012). Os resultados mostram que os preços das ações dos sete países possuem forte tendência de regredirem à uma média.

Por mais que os artigos citados acima corroborem para a existência do

fenômeno de reversão à média tanto no mercado de ações quanto no mercado de derivativos e commodities, tal conclusão não é unânime. Kurthy, Washer e Wingender (2011) realizaram uma bateria de testes de raiz unitária nos índices americanos Dow Jones Industrial Average (DJIA), National Association of Securities Dealers Automated Quotations (NASDAQ) e Standard & Poor's (S&P) a fim de testar a hipótese de passeio aleatório nos preços. Os autores concluíram que os índices são não estacionários, mesmo quando quebras estruturais são incluídas e ainda acrescentam que estratégias de investimento baseadas em uma possível reversão à média não possuem valor e não devem ser perseguidas.

Clark e Coggin (2010) são outros autores que encontram resultados a favor da teoria do passeio aleatório. Buscaram testar a hipótese de reversão à média no mercado americano, no índice S&P 500, através de modelos de integração fracionária. Mesmo permitindo a existência de quebras estruturais, concluem que o componente permanente (passeio aleatório) existente no preço das ações dominam componentes temporários (reversão à média), de tal forma que rejeitam a hipótese de que o preço do índice reverteria a uma média.

Balcilar, Cakan e Ozdemir (2015) buscam testar se o preço dos índices de 14 mercados emergentes, incluindo o Brasil, seguem um processo de reversão à média. Eles utilizam ferramentas estatísticas que permitem a existência de mais de uma quebra estrutural na série, tendo como base o teste de eficiência de raiz unitária de Robinson (1994). Após realização de verificação de robustez dos resultados, os autores concluem que com exceção do México, nenhum mercado apresenta um comportamento de reversão à média.

O estudo do tema abordado neste artigo também se estende para o meio das probabilidades condicionais. Pesquisadores buscaram analisar esse efeito tendo como base a violação do teorema de Bayes a novas informações. O princípio desses estudos seria mostrar que indivíduos acabam exagerando fatos no curto prazo, o que causaria uma disparada nos preços e que futuramente tais ativos voltariam aos seus valores fundamentais.

DeBondt e Thaler (1985) foram pioneiros nesse tipo de estudo. Em seu artigo, os autores constroem dois portfólios: perdedor e vencedor. O chamado perdedor é constituído por ações que tiveram retornos passados menores do que zero e o vencedor é composto por aquelas que obtiveram retornos passados maiores do que zero. Os pesquisadores chegam ao resultado de que três anos após a formação dos portfólios, as ações perdedoras tiveram um retorno 25% maior que as vencedoras, o que dá fortes evidências de que há um comportamento de reversão à média no longo prazo.

Tendo como inspiração DeBondt e Thaler, outros estudiosos escreveram artigos em que utilizavam a teoria de reversão à média como uma estratégia de investimento. Chan (1988) contesta que o risco dos portfólios não é constante e, por isso, os resultados são sensíveis à metodologia adotada pelo autor. Ao utilizar o modelo risco e retorno padrão do CAPM (Capital Asset Pricing Model), o autor encontra retornos anormais extremamente pequenos e que são justificados pelo maior risco que a carteira perdedora possuía não corroborando, portanto, na adoção dessa estratégia. Entretanto, Klungland e Klok (2018) utilizaram essa abordagem nos mercados nórdicos (Dinamarca, Suécia, Noruega e Finlândia) e,

por fim, chegam à conclusão de que tal estratégia de investimento gera retornos acima do mercado em todos os países. Assim como esse artigo, os autores noruegueses testam a estratégia a níveis setoriais e descobrem que as conclusões são as mesmas.

3 Base de Dados

Para os objetivos deste trabalho, coletei séries temporais com frequência diária referentes aos preços de fechamento dos seguintes índices: Índice Financeiro (IFNC), Índice Industrial (INDX), Índice de Materiais Básicos BMF BOVESPA (IMAT), Índice de Energia Elétrica (IEE) e Índice Small Cap (SMLL). Os dados foram obtidos diretamente do web site da B3² (Brasil, Bolsa, Balcão).

O estudo abordará um período de 11 anos (2007-2018), que contém quebras estruturais como, por exemplo, a gerada pela crise de 2008. Utilizar um período longo, contendo mudanças de regime, confere maior robustez aos resultados conforme é dito por Zivot e Andrews (1992).

4 Metodologia

4.1 Processos Estocásticos

Clapham e Nicholson (2009) definem processo estocástico como uma sequência de variáveis aleatórias que descrevem a evolução de um sistema ao longo do tempo. Em 1827, Robert Brown observou que as partículas do pólen seguiam um comportamento completamente aleatório na água. Foi somente em 1905 que Einstein esboçou o primeiro ensaio matemático que definiria tal movimento. Em 1920, Norbert Wiener desenvolveu matematicamente o movimento browniano como um processo estocástico e desde então, o modelo é comumente utilizado para definir os movimentos dos mercados acionários.

Este trabalho irá abordar dois processos estocásticos diferentes, o processo geométrico de Ornstein-Uhlenbeck (OU) e o Geométrico Browniano (GB).

4.1.1 Processo Geométrico de Ornstein-Uhlenbeck

O modelo padrão de Ornstein-Uhlenbeck é descrito da seguinte forma:

$$dP_t = \eta(\mu - P_t)dt + \sigma dW \quad (3)$$

Em que $\eta \geq 0$ representa a velocidade da reversão à média, μ é o preço médio, σ representa a volatilidade, P_t é o valor da variável de interesse no instante t , que neste artigo é o preço de fechamento de cada índice e dW é o termo de incremento de um processo de Wiener definido da seguinte forma (Dixit; Pindyck, 1994):

$$dW = \epsilon_t \sqrt{dt} \quad (4)$$

²Os dados podem ser encontrados no seguinte endereço: www.b3.com.br

Na equação (4) ϵ_t é um ruído branco que segue uma distribuição normal padrão. Existem diversas variações do processo e uma delas é o processo geométrico de Ornstein-Uhlenbeck, que será o utilizado neste trabalho. A diferença entre os dois é que no geométrico a volatilidade dos preços depende do nível de preços, sendo descrito da seguinte forma:

$$dP_t = \eta(\mu - P_t)dt + \sigma P_t dW \quad (5)$$

Cuja aproximação em tempo discreto se dá por:

$$P_t = P_{t-1} + \eta(\mu - P_{t-1}) + \sigma P_{t-1} \epsilon_t \quad (6)$$

Onde $dt = 1$. Algo que vale destacar é que nos casos em que $\eta = 0$, o processo segue um passeio aleatório.

Calculando o valor esperado condicional da previsão dos preços, pode-se demonstrar que:

$$E[P_{t+s}|P_t] = \mu + e^{-\eta s}(P_t - \mu) \quad (7)$$

Note que esse valor esperado permite analisar a interação entre o preço médio de longo prazo (μ), o preço em t e o preço em um período qualquer $t+s$. Para entender essa relação é preciso analisar o comportamento da esperança nos seus limites:

$$\lim_{s \rightarrow 0} E[P_{t+s}|P_t] = P_t \quad (8)$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} E[P_{t+s}|P_t] = \mu \quad (9)$$

Agora suponha que $s = 1$ e que $P_t > \mu$. Perceba que com isso existe um gap positivo expresso por $P_t - \mu$ e a medida com que s aumenta, a esperança diminui o gap por um fator $e^{-\eta s}$, o que faz com que o preço paulatinamente retorne a sua média. No limite, quando s tende a infinito, o preço retorna para a média de longo prazo conforme mostrado na equação (9). Ou seja, caso o preço atual seja maior que a média, o preço em s períodos a frente tenderá a média de longo prazo, mostrando a reversão. O resultado é análogo caso $P_t < \mu$.

Nesse processo a variação dos preços futuros é uma função do parâmetro de reversão à média (η) e da volatilidade (σ). Calculando a variância condicional do preço a s períodos no futuro tem-se:

$$Var(P_{t+s}|P_t) = \frac{\sigma^2 P_t}{2\eta} (1 - \exp(-2\eta s)) \quad (10)$$

Para ver a interação entre η e a variância dos preços futuro, deriva-se a variância condicional em relação a η :

$$\frac{\partial Var(P_{t+s}|P_t)}{\partial \eta} = \frac{-\sigma^2 P_t}{2\eta^2} + \frac{\sigma^2 P_t}{2\eta^2} \exp(-2\eta s) + \frac{s\sigma^2 P_t}{\eta} \exp(-2\eta s) < 0 \quad (11)$$

Ou seja, quanto maior η , menor será a variância. Valores baixos de η significam que a variável de estudo possui fraca reversão à média. A variância do processo atinge um limite no longo prazo, definido por:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} Var(P_{t+s}|P_t) = \frac{\sigma^2 P_t}{2\eta} \quad (12)$$

Novamente mostrando a relação inversa entre η e a variância dos preços. Assim como a variância, a esperança de P_t também atinge um limite quando s tende a infinito, conforme demonstrado na equação (9). Portanto, $P_t \sim N[E(P_t), Var(P_t)]$, sendo que, quando $t \rightarrow \infty$, temos que $P_t \sim N(\mu, \frac{\sigma^2 P_t}{2\eta})$. Isto é, a média do processo tende ao valor de longo prazo e e sua variância é limitada, o que significa reversão à média.

4.1.2 Processo Geométrico Browniano

O processo geométrico browniano pode ser definido pela seguinte equação:

$$dP_t = \mu P_t dt + \sigma P_t dW \quad (13)$$

O termo μ representa o drift, σ é a volatilidade, P_t é o valor da variável de interesse no instante t e dW é o incremento do processo de Wiener conforme definido em (4). A equação pode ser reescrita para tempo discreto, ficando da seguinte forma:

$$P_t = (1 + \mu)P_{t-1} + \sigma P_{t-1} \epsilon_t \quad (14)$$

Tal que $dt = 1$ e ϵ_t segue uma distribuição normal padrão (Dixit and Pindyck, 1994). Agora o parâmetro μ representa a média da variação percentual dos preços ao longo de um período. Da mesma forma que anteriormente associei o processo de Ornstein-Uhlenbeck a um passeio aleatório, isso também pode ser feito no processo geométrico browniano quando $\mu = 0$. Calculando o valor esperado condicional da previsão dos preços temos:

$$E[P_{t+s}|P_t] = P_t e^{-\mu s} \quad (15)$$

Calculando a variância condicional, tem-se:

$$Var(P_{t+s}|P_t) = P_t^2 e^{2\mu s} (e^{\sigma^2 s} - 1) \quad (16)$$

Nesse processo, a variância não atinge um limite no longo prazo:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} Var(P_{t+s}|P_t) = \infty$$

A Figura 2 apresenta simulações dos dois processos descritos nas seções 4.1.1 e 4.1.2 a fim de ilustração. Em que GB representa o processo geométrico browniano e OU o processo geométrico de Ornstein-Uhlenbeck.



Figura 2: Comparação entre o processo Ornstein-Uhlenbeck e o Geométrico Browniano. A simulação do processo OU foi construída utilizando os seguintes parâmetros: $\mu = 1000$, $\sigma = 10\%$, $\eta = 0.5$ e $P_0 = 700$. A simulação do processo GB foi construída utilizando os seguintes parâmetros: $\mu = 0.0007$, $\sigma = 10\%$ e $P_0 = 700$.

Ressalta-se na Figura 2 a grande diferença na variação dos preços entre os dois processos, isso se dá pelo fato de que no processo geométrico browniano a variância tende a infinito e no processo de Ornstein-Uhlenbeck é finita conforme derivado anteriormente.

4.2 Estimação

4.2.1 Ornstein-Uhlenbeck

Note que a equação (6) pode ser reescrita em termos de retorno:

$$R_t = -\eta + \frac{1}{P_{t-1}}\eta\mu + \sigma\epsilon_t \quad (17)$$

Em que $R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$. Segundo Isley e Rollins (2005), os parâmetros do modelo podem ser estimados usando a seguinte regressão:

$$R_t = \alpha + \beta \frac{1}{P_{t-1}} + e_t \quad (18)$$

Onde $\alpha = -\eta$, $\beta = \eta\mu$ e $e_t = \sigma\epsilon_t$. O estimador de σ é o desvio padrão dos resíduos da regressão.

4.2.2 Browniano

Reescrevendo (14) em termos de retorno, tem-se:

$$R_t = \mu + \sigma\epsilon_t \quad (19)$$

Nesse caso, μ é estimado pelo intercepto da regressão.

$$\hat{\sigma} = dp_R \quad (20)$$

Em que, dp_R é o desvio padrão da amostra.

Após a etapa de estimação, será testado a qualidade do ajuste de cada simulação (Browniano e Ornstein-Uhlenbeck). A métrica utilizada será a raiz do erro médio quadrático (RMSE), definida pela seguinte expressão:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (P_t - \hat{P}_t)^2}{T}} \quad (21)$$

Na equação (21), T é o número de observações utilizadas na previsão in-sample, P_t é o preço observado no período t e \hat{P}_t é o preço obtido através dos modelos no período t . Portanto, o processo que resultar no menor RMSE é o modelo que descreve melhor o comportamento dos preços dos índices.

4.2.3 Autocorrelação dos resíduos

Como etapa do diagnóstico dos modelos escolhidos, testarei a hipótese de ausência de autocorrelação dos resíduos gerados nas regressões (18) e (19).

A metodologia utilizada será o teste de Durbin-Watson. O valor da estatística de Durbin-Watson (dw) é obtido da seguinte forma:

$$dw = \frac{\sum_{t=2}^T (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T e_t^2} \quad (22)$$

Em que e_t é o resíduo dado por $e_t = \phi e_{t-1} + \tau_t$. As hipóteses do teste são:

$$\begin{aligned} H_0 : \phi &= 0 \\ H_1 : \phi &> 0 \end{aligned} \quad (23)$$

Caso não seja possível rejeitar a hipótese nula, pode-se concluir que os resíduos não são autocorrelacionados.

4.3 Reversão à média como estratégia de investimento

Conforme já explicado neste texto, a teoria de reversão à média pode ser corroborada por estratégias de investimento. Essa estratégia é baseada na reação excessiva e irracional dos investidores a novas informações que causam uma disparada dos preços.

Após verificar qual índice apresenta reversão à média, irei analisar o desempenho de cada ação contida no índice e ranqueá-las de acordo com seus retornos. A primeira ação será a que teve o maior retorno e a última será a que teve o pior retorno. Esse período de análise de resultados é o que será chamado de período de formação de portfólio (F na Figura 3). Assim como De Bondt e Thaler (1985), serão testados diferentes períodos de formação. Neste trabalho os períodos serão 1, 2 e 3 anos e todos tendo início em 2010.

Com os resultados do período F, serão construídos dois portfólios: vencedor e perdedor. O portfólio vencedor é constituído da primeira e segunda ação do ranking, já o perdedor é composto pela última e penúltima ação. A ideia do trabalho é simular uma estratégia que consiste em comprar o portfólio perdedor e vender o portfólio vencedor.

O desempenho dessa estratégia será avaliado no período de teste (T na Figura 3). A duração dessa janela será de acordo com a meia-vida de cada índice, por exemplo, suponha que o índice IEE tenha uma meia-vida de 300 dias, logo o período de teste com esse índice seria de 300 dias.

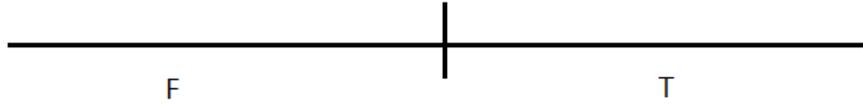


Figura 3: Esquemática temporal dos períodos de formação de portfólio (F), onde as ações dos índices são ranqueadas e de teste (T), onde o desempenho dos portfólios é avaliado. F1=(2010),F2=(2010-2011),F3=(2010-2012) e T varia de acordo com a meia-vida

4.3.1 Conceito de meia-vida

Esse conceito é bastante utilizado em outros campos da ciência, como física e química para determinar quanto tempo um certo elemento ou partícula demora para perder metade da sua massa. Trazendo para o mundo das finanças, o conceito de meia-vida mede quanto tempo uma ação demora para atingir um preço entre o atual e a sua média de longo prazo, ou seja, mede a lentidão de um processo de reversão à média.

Existe uma relação direta entre meia-vida (H) e a velocidade de reversão (η), demonstrada a seguir.

Suponha que a variável x , o log dos preços de uma ação, siga um processo de reversão à média aritmético, então:

$$dx = \eta(\mu - x)dt + \sigma dW \quad (24)$$

Onde μ é a média de longo prazo, η é a velocidade de reversão, σ é a volatilidade e dW tem o mesmo significado que na equação (3), logo:

$$E[dx] = \eta(\mu - x)dt \quad (25)$$

Da equação (25) temos a seguinte equação determinística:

$$\frac{dx}{(\mu - x)} = \eta dt \quad (26)$$

Integrando de x_0 (t_0) até o preço esperado no instante t_1 , denotado por $x_1(t_1)$ e fazendo com que $\Delta t = t_1 - t_0$, temos:

$$-ln(\mu - x) \Big|_{x_0}^{x_1} = \eta \Delta t \quad (27)$$

Logo:

$$ln\left(\frac{x_1 - \mu}{x_0 - \mu}\right) = -\eta \Delta t \quad (28)$$

Para $\Delta_t = \text{meia-vida}(H)$, por definição temos que $(x_1 - \mu) = 0.5(x_0 - \mu)$. Substituindo:

$$\begin{aligned} \ln(0.5) &= -\eta H \\ -\ln(2) &= -\eta H \end{aligned} \quad (29)$$

A meia-vida é dada pela seguinte equação:

$$H = \frac{\ln(2)}{\eta} \quad (30)$$

4.3.2 Simulação de Monte Carlo

A simulação de Monte Carlo é um processo utilizado para estimar o valor de uma quantidade desconhecida usando os princípios da inferência estatística (informação verbal).³ Neste trabalho a simulação servirá com o propósito de testar o desempenho dos portfólios construídos em diferentes cenários para que o resultado obtido seja confiável a um certo valor estatisticamente significativo.

Para realizar esse processo farei a suposição de que os retornos das ações seguem uma distribuição normal multivariada com média μ e covariância Σ , ou seja:

$$\mathbf{R}_t \sim MVN(\mu, \Sigma) \quad (31)$$

Para $t \in \{1, \dots, H\}$, em que H representa a meia-vida do índice. Para encontrar a matriz triangular inferior L que resolve $\mathbf{L}\mathbf{L}^T = \Sigma$ utilizarei a decomposição de Cholesky. Logo, os retornos serão gerados da seguinte forma:

$$\mathbf{R}_t = \mu + \mathbf{L}\mathbf{Z}_t \quad (32)$$

Em que:

$$\mathbf{Z}_t \sim N(0, \mathbf{I}) \quad (33)$$

Para todo $t \in \{1, \dots, H\}$. Conforme previamente explicado na seção 4.3, o período de teste do portfólio será de acordo com a sua meia-vida, portanto, os retornos serão simulados em um período igual a H . Pode-se então escrever o cálculo dos retornos acumulados da seguinte forma:

$$\hat{\mathbf{R}}_H = \prod_{t=1}^H (1 + \mathbf{R}_t) \quad (34)$$

O retorno do portfólio para cada simulação de Monte Carlo k , pode ser computado pelo produto interno entre o vetor dos retornos dos H -dias e dos pesos que cada ação tem no portfólio (w).

$$P_k = \mathbf{w} \cdot \hat{\mathbf{R}}_H \quad (35)$$

A título de ilustração, a figura (4) mostra uma simulação de Monte Carlo dos retornos de um portfólio fictício para 30 dias no futuro. Para construção de tal, foram geradas 1000 repetições.

³Fala do professor John Guttag na disciplina de introdução ao pensamento computacional e ciência de dados, MIT, outono de 2016.

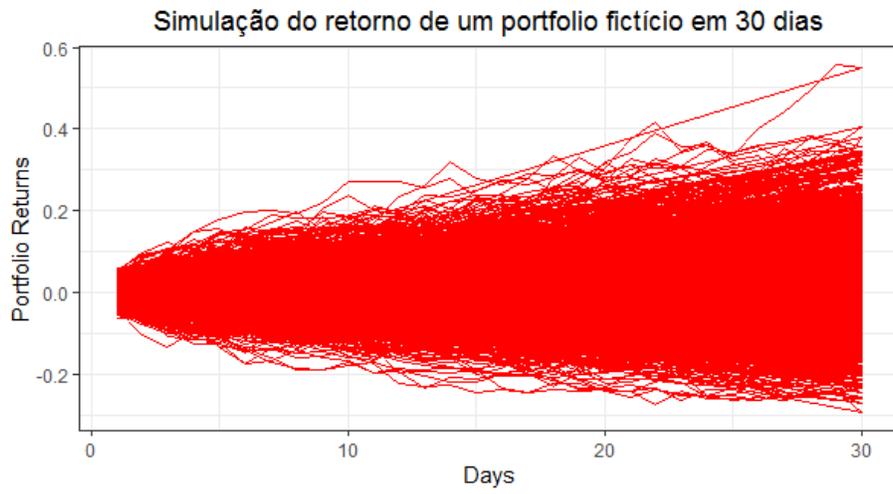


Figura 4: Gráfico referentes à simulação de Monte Carlo. Nesse exemplo os parâmetros usados foram $H = 30$ e $k \in \{1, \dots, 1000\}$.

5 Resultados

Nesta seção apresentarei os principais resultados obtidos. Em particular a Tabela 1 apresenta as principais estatísticas descritivas de cada índice. Os dados foram obtidos utilizando a janela 2007-2018. Em seguida a Figura 5 mostra os gráficos de cada índice na mesma janela temporal (2007-2018).

	P. Máximo	P. Mínimo	Média	Mediana	D. Padrão	1º Quartil	2º Quartil	3º Quartil
IEE	49266.22	12683.83	27762.81	27179.74	7996.96	22909.26	27179.74	33579.76
IFNC	10193.56	1325.48	4469.31	3892.70	1961.19	3153.34	3892.70	5358.82
IMAT	3657.20	934.81	1912.86	1808.72	542.51	1519.73	1808.72	2229.07
INDX	16342.30	4445.58	11143.40	11389.74	2397.30	9753.30	11389.75	12579.38
SMLL	1795.84	405.93	1181.15	1190.73	1961.19	998.67	1190.73	1384.24

Tabela 1: Principais estatísticas descritivas de cada índice

A Tabela 1 nos mostra que o índice que mais sofreu valorização entre seu ponto mínimo e máximo foi o IFNC, em contrapartida o índice INDX foi o que sofreu menor valorização entre seu preço mínimo e máximo.

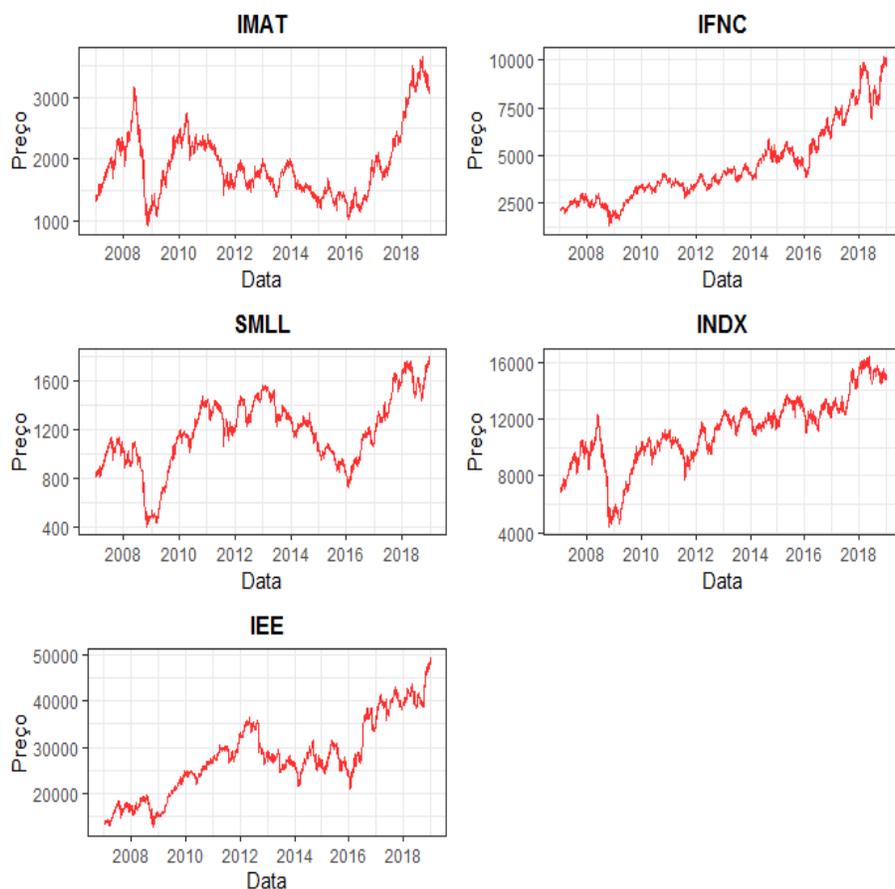


Figura 5: Gráficos referentes aos preços de fechamento dos índices IMAT, INDX, SMLL, IFNC e IEE no período de 2007 à 2018.

A priori nenhum índice aparenta se comportar como se tivesse uma média de longo prazo. Entretanto, todos possuem uma quebra estrutural em 2008 causada pela crise do subprime, que varia de intensidade de acordo com o índice.

5.1 Regressões e simulações

Conforme indicado na seção 4.2, para cada modelo foram realizadas regressões MQO para calcular os parâmetros estimados e realizar as simulações. As tabelas 2 e 3 apresentam os resultados das estimativas, o RMSE e o valor da estatística de Durbin-Watson (dw) de cada índice. Foram utilizadas 2963 observações.

	μ	RMSE	dw
IEE	0.00066327* (0.013174)	9474.74	1.97
IFNC	0.00070195* (0.0003614)	3628.52	1.93
IMAT	0.00047399 (0.0003737)	1055.14	1.92
INDX	0.00036151 (0.0002762)	6948.18	1.98
SMLL	0.00035891 (0.0002658)	425.82	1.87

Obs: * $p < 0.1$; ** $p < 0.05$; *** $p < 0.01$

Tabela 2: Resultados da regressão sob hipótese do modelo Geométrico Browniano.

	η	RMSE	dw
IEE	0.0007331 (0.000797)	7865.72	1.97
IFNC	0.0007553 (0.000957)	3117.52	1.94
IMAT	0.002874* (0.00150)	701.37	1.93
INDX	0.001985* (0.00102)	2369.79	1.98
SMLL	0.0009079 (0.000826)	431.03	1.86

Obs: * $p < 0.1$; ** $p < 0.05$; *** $p < 0.01$

Tabela 3: Resultados da regressão sob hipótese do modelo Geométrico de Ornstein-Uhlenbeck.

Ao analisar as tabelas 2 e 3, dois resultados são importantes. Como o RMSE é uma medida de Goodness of fit, é, portanto, utilizado para medir a discrepância entre os dados realizados e os esperados pelos modelos (OU e GB). Logo, percebe-se que, com exceção do índice SMLL, todos os outros possuem um melhor fit sob hipótese do modelo de reversão à média. O outro resultado interessante é que somente dois índices (IMAT e INDX) possuem o parâmetro de reversão à média (η) estatisticamente diferente de zero e por esse motivo serão utilizados para testar a estratégia de investimento exposta na seção 4.3.

A coluna dw das tabelas 2 e 3 representam o valor da estatística do teste de Durbin-Watson calculada para cada série. Com esses valores não conseguimos rejeitar a hipótese nula em todos os índices, tanto sob a hipótese do modelo OU quanto GB, o que nos diz que os resíduos não são autocorrelacionados e, portanto, as regressões são válidas.

5.1.1 Simulação sob hipótese do modelo Geométrico Browniano

Utilizando os resultados obtidos a partir da regressão indicada na seção 4.2.2, foram geradas simulações dos cinco índices (INDX, IMAT, IFNC, SMLL e IEE). As equações 36, 37, 38, 39 e 40 mostram as equações de cada índice que foram utilizadas para gerar as simulações sob hipótese do modelo Geométrico Browniano, onde o pressuposto para os choques e_t foi descrito na seção 4.1.2. A Figura 6 mostra os gráficos das simulações junto com o realizado. Em todos os gráficos a linha verde representa a simulação e a linha roxa representa o realizado.

IEE:

$$P_t = (1 + 0.0006632704)P_{t-1} + 0.01317388P_{t-1}\epsilon_t \quad (36)$$

INDX:

$$P_t = (1 + 0.0003615084)P_{t-1} + 0.0150343P_{t-1}\epsilon_t \quad (37)$$

SMLL:

$$P_t = (1 + 0.0003589073)P_{t-1} + 0.01447074P_{t-1}\epsilon_t \quad (38)$$

IFNC:

$$P_t = (1 + 0.0007019541)P_{t-1} + 0.01967362P_{t-1}\epsilon_t \quad (39)$$

IMAT:

$$P_t = (1 + 0.0004739977)P_{t-1} + 0.02034381P_{t-1}\epsilon_t \quad (40)$$

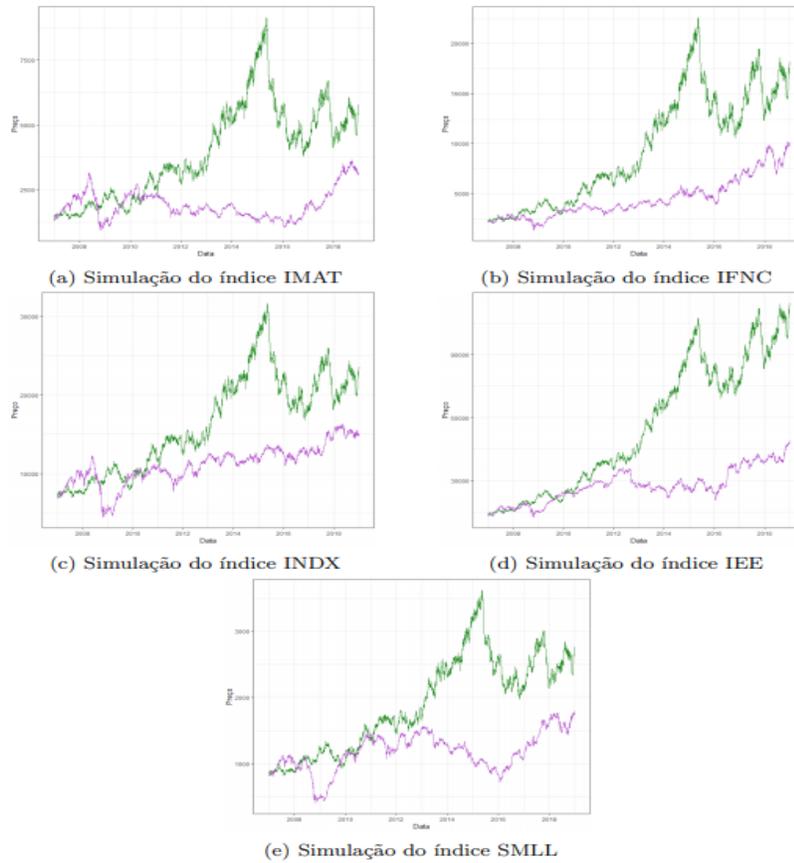


Figura 6: Simulações sob hipótese do modelo Geométrico Browniano.

Analisando as simulações sob hipótese do modelo Geométrico Browniano, observa-se que os resultados vão de acordo com a teoria no que se diz respeito à variância. Como nesse processo ela tende a infinito a simulação se distancia cada vez mais do realizado.

5.1.2 Simulação sob hipótese do modelo Ornstein-Uhlenbeck

Utilizando os resultados obtidos a partir da regressão indicada na seção 4.2.1, foram geradas simulações dos cinco índices (INDX, IMAT, IFNC, SMLL e IEE). As equações 41, 42, 43, 44 e 45 mostram as equações de cada índice que foram utilizadas para gerar as simulações sob hipótese do modelo geométrico Ornstein-Uhlenbeck, onde o pressuposto para os choques e_t foi descrito na seção 4.1.1. A Figura 7 mostra os gráficos das simulações junto com o realizado. Em todos os gráficos a linha verde representa a simulação e a linha roxa representa o realizado.

IEE:

$$P_t = P_{t-1} + 0.0007331(42996.33 - P_{t-1}) + 0.01317P_{t-1}\epsilon_t \quad (41)$$

INDX:

$$P_t = P_{t-1} + 0.001985(12429.52 - P_{t-1}) + 0.01502P_{t-1}\epsilon_t \quad (42)$$

SMLL:

$$P_t = P_{t-1} + 0.0009079(1524.133 - P_{t-1}) + 0.01447P_{t-1}\epsilon_t \quad (43)$$

IFNC:

$$P_t = P_{t-1} + 0.0007553(7248.66 - P_{t-1}) + 0.01967P_{t-1}\epsilon_t \quad (44)$$

IMAT:

$$P_t = P_{t-1} + 0.002874(2074.293 - P_{t-1}) + 0.02033P_{t-1}\epsilon_t \quad (45)$$

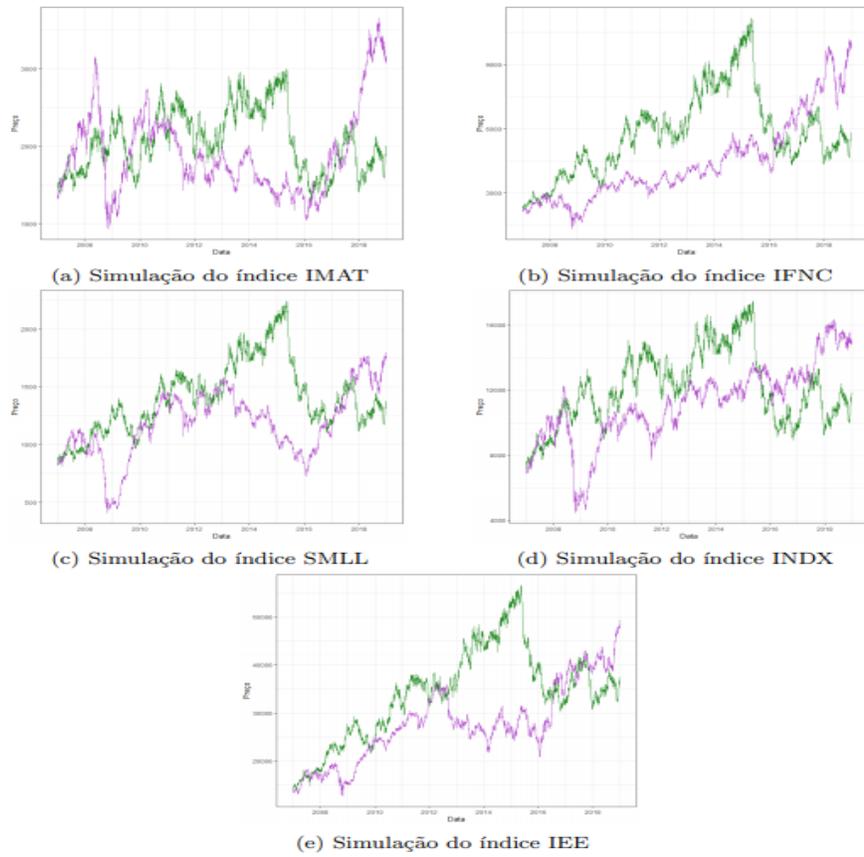


Figura 7: Simulações sob hipótese do modelo Geométrico Ornstein-Uhlenbeck.

Analisando visualmente as simulações sob hipótese do modelo Geométrico Ornstein-Uhlenbeck, percebe-se um ajuste melhor, comparado aos resultados obtidos com a simulação do modelo Geométrico Browniano. Tal conclusão é confirmada pelo RMSE apresentado nas Tabelas 2 e 3, com exceção do índice SMLL.

5.2 Reversão à média como estratégia de investimento

Como somente os índices IMAT e INDX apresentaram um parâmetro η estatisticamente significativo, eles serão utilizados na construção de portfólios. As ações que tiveram negociações interrompidas por fechamento de capital ou que abriram o capital no meio do período de análise foram removidas da base. A Tabela 4 apresenta as meias-vidas de cada índice medidas em dias.

	η	H
IMAT	0.002874	241
INDX	0.001985	350

Tabela 4: Meias-vidas dos índices IMAT e INDX obtidas a partir da relação $H = \frac{\ln(2)}{\eta}$.

Note que a Tabela 4 nos mostra que quanto mais agressivo é o comportamento de reversão à média, ou seja, quanto maior for η , mais rápido os preços serão atraídos para a sua média e por isso menor será a sua meia-vida.

5.2.1 Desempenho dos portfólios

Em todos os casos o ano inicial de formação dos portfólios foi 2010. As tabelas 5 e 6 apresentam o resultado de cada carteira analisada de acordo com o tempo de meia-vida de cada índice. Os retornos de cada portfólio apresentam o retorno acumulado desde o fim do período de formação até o fim do período de teste conforme detalhado na seção 4.3. Os resultados são comparados com dois benchmarks: Ibovespa e Portfólio de Markowitz. O segundo é uma estratégia que visa maximizar o retorno de acordo com um determinado nível de risco, descrita em Markowitz (1952).

	Quantidade total de ações	Portfólio Vencedor	Portfólio Perdedor	Portfólio Perdedor-Vencedor	IBOVESPA*	Portfólio Markowitz
1 ano de formação	4	-11.77%	-18.40%	-6.63%	-5.86%	-27.00%
2 anos de formação	4	0.20%	15.00%	14.80%	6.66%	47.60%
3 anos de formação	4	0.20%	-6.10%	-5.90%	-21.10%	7.70%

*Fonte: Yahoo Finance

Tabela 5: Desempenho do portfólio do índice IMAT de acordo com a metodologia de construção de portfólios explicada na seção 4.3 utilizando um tempo de meia-vida de 241 dias.

	Quantidade total de ações	Portfólio Vencedor	Portfólio Perdedor	Portfólio Perdedor-Vencedor	IBOVESPA*	Portfólio Markowitz
1 ano de formação	4	-14.70%	-7.50%	7.20%	0.95%	47.70%
2 anos de formação	4	-19.40%	0.30%	19.70%	-16.60%	2.80%
3 anos de formação	4	-6.50%	-44.00%	-37.50%	-18.13%	-48.00%

*Fonte: Yahoo Finance

Tabela 6: Desempenho do portfólio do índice INDX de acordo com a metodologia de construção de portfólios explicada na seção 4.3 utilizando um tempo de meia-vida de 350 dias.

Ao analisar os resultados das tabelas 5 e 6, o principal resultado é que o período de dois anos para formação do portfólio foi o que apresentou melhores resultados para a estratégia criada neste artigo. A carteira referente ao índice INDX rendeu 19.7% enquanto o Ibovespa no mesmo período teve rendimento negativo. É também nessa mesma janela de tempo que se observa um comportamento de reversão mais agressivo. Os portfólios perdedores obtiveram rendimentos positivos, enquanto os vencedores apresentaram ou rendimentos negativos como o caso da carteira INDX, ou rendimentos baixos como na carteira do IMAT, o que pode sinalizar um início de reversão. Comparando os resultados do portfólio perdedor-vencedor com outra estratégia de investimento (Portfólio de Markowitz), o que se nota é que no índice IMAT a carteira de Markowitz é superior em todos os cenários com exceção do período de 1 ano de formação. Já no índice INDX, a carteira de Markowitz só é superior no período de 1 ano de formação.

6 Análise de robustez

Conforme explicado na seção 4.3.2, o presente trabalho fará uso da simulação de Monte Carlo para testar a robustez dos resultados apresentados na seção 5.2.1. Serão realizadas 1000 simulações dos retornos dos dois portfólios apresentados previamente (Perdedor-Vencedor e Markowitz).

	Retorno médio Markowitz	Retorno médio Perdedor-Vencedor
1 ano de formação	2.33%**	-0.05%**
2 anos de formação	0.22%**	0.03%**
3 anos de formação	1.48%**	0.17%**

Obs: * $p < 0.1$; ** $p < 0.05$; *** $p < 0.01$

Tabela 7: Teste de robustez do portfólio do índice IMAT. Foram realizadas 1000 simulações para 241 dias após o fim do período de formação. As premissas adotadas na simulação de Monte Carlo estão explicitadas na seção 4.3.2, logo os retornos acumulados das ações foram calculados da seguinte forma: $\hat{\mathbf{R}}_{241} = \prod_{t=1}^{241} (1 + \mathbf{R}_t)$, em que $t \in \{1, \dots, 241\}$ e, portanto, o retorno dos portfólios para cada simulação de Monte Carlo foi calculado como: $P_k = \mathbf{w} \cdot \hat{\mathbf{R}}_{241}$, em que $k \in \{1, \dots, 1000\}$.

	Retorno médio Markowitz	Retorno médio Perdedor-Vencedor
1 ano de formação	10.74%**	-0.45%**
2 anos de formação	6.17%**	-0.26%**
3 anos de formação	0.46%**	-0.26%**

Obs: * $p < 0.1$; ** $p < 0.05$; *** $p < 0.01$

Tabela 8: Teste de robustez do portfólio do índice INDX. Foram realizadas 1000 simulações para 350 dias após o fim do período de formação. As premissas adotadas na simulação de Monte Carlo estão explicitadas na seção 4.3.2, logo os retornos acumulados das ações foram calculados da seguinte forma: $\hat{\mathbf{R}}_{350} = \prod_{t=1}^{350} (1 + \mathbf{R}_t)$, em que $t \in \{1, \dots, 350\}$ e, portanto, o retorno dos portfólios para cada simulação de Monte Carlo foi calculado como: $P_k = \mathbf{w} \cdot \hat{\mathbf{R}}_{350}$, em que $k \in \{1, \dots, 1000\}$.

As tabelas 7 e 8 mostram o resultado de 1000 simulações geradas a partir do método de Monte Carlo. O que se pode concluir é que nos períodos escolhidos o portfólio de Markowitz supera a estratégia criada nesse artigo. O motivo para que isso tenha ocorrido pode vir do fato de que os testes de reversão à média foram feitos sob os índices e não sob as ações que fazem parte deles. Portanto, ao colocar pesos iguais nas ações do portfólio Perdedor-Vencedor, pode ter ocorrido de ações que não reverterem à uma média terem recebido pesos relativamente altos o que prejudicaria o desempenho do portfólio. Outro ponto interessante é que o portfólio Perdedor-Vencedor tem um retorno médio muito próximo de zero. Isso se dá pelo fato da suposição feita na seção 4.3.2 a respeito da distribuição dos retornos seguir uma normal com média zero. Por mais que nos períodos

analisados na seção 5.2.1 os retornos tenham sido em alguns casos relativamente altos, em média, essa estratégia não gera retornos significativos e, portanto, não deve ser escolhida como estratégia de investimento.

7 Conclusão

Entender e tentar prever o comportamento do mercado acionário é um dos principais tópicos de estudo na área das finanças. Atualmente ferramentas estatísticas e econométricas estão sendo cada vez mais utilizadas pelos players do mercado. Construir uma estratégia de investimento que gere resultados positivos no longo prazo é essencial para a sobrevivência das principais casas de investimento ao redor do mundo.

Neste trabalho, tive como objetivo estudar uma estratégia de investimento baseada no fenômeno de reversão à média. O primeiro passo que foi dado foi descobrir se o movimento dos índices setoriais citados na seção 3 poderiam ser modelados através do processo estocástico de Ornstein-Uhlenbeck ou através do processo Geométrico Browniano. Para isso, realizei uma regressão linear na forma discretizada dos processos conforme descrito na seção 4.2. A métrica utilizada para definir qual processo estocástico melhor representava o movimento dos índices foi a raiz do erro médio quadrático, descrito na seção 4.2. Já a métrica utilizada para definir quais índices seriam escolhidos para a estratégia foi analisar em qual deles o parâmetro que mede a reversão (η) tem um valor diferente de zero a níveis altos de significância.

Analisando o parâmetro η , dois índices apresentaram um comportamento de reversão à média: INDX e IMAT. A partir disso iniciei a estratégia de investimento que consistia em comprar o portfólio perdedor e vender o portfólio vencedor. Conforme explicado na seção 4.3, a linha cronológica da estratégia ficou dividida em dois períodos: formação e teste. No final do período de formação as ações são ranqueadas de acordo com seu desempenho e em seguida se inicia o período de testes em que o portfólio opera vendido nas ações que tiveram melhor desempenho e comprado nas que tiveram pior desempenho. Para determinar qual seria o tamanho do horizonte de tempo dos períodos de formação optei por seguir a linha de DeBondt e Thaler (1985) conforme explico na seção 4.3, já com relação ao período de teste adotei a métrica da meia-vida explicada na seção 4.3.1.

Olhando somente o período escolhido neste trabalho, obtivemos em alguns casos retornos relativamente altos. Entretanto, para dar mais robustez aos resultados e não ficar limitado ao período escolhido, realizei uma análise de robustez nos retornos dos portfólios através de uma simulação de Monte Carlo explicitada na seção 6. Os resultados da análise de robustez nos indicam que a estratégia aqui criada não vale a pena ser implementada, porém tal resultado está condicionado as premissas feitas pelo autor como por exemplo supor que retornos seguem uma distribuição normal, o que na maioria dos casos não é verdade.

Por mais que esse resultado não seja positivo, o trabalho tem espaço para

adições valiosas. Como aprimorar as simulações com ajustes ARMA-GARCH, modelar a distribuição dos retornos de forma mais crível através de distribuições que possuam caudas mais grossas, estimar a meia-vida de cada ação ao invés de utilizar a do índice que ela pertence e gerar trajetórias de Monte Carlo a partir de bootstrap nos resíduos, considerando-se a dependência multivariada existente conforme dito na seção 4.3.2. Tudo isso aqui citado pode contribuir para criação e melhora de trabalhos futuros.

Minha principal contribuição talvez seja levantar a discussão sobre esse fenômeno pouco abordado no Brasil e que se bem explorado pode gerar uma estratégia de investimento rentável.

8 Referências Bibliográficas

J. M. Keynes. *The General Theory of Employment, Interest and Money*, pp.153-154. London: Harcourt Brace Jovanovich, 1964 (reimpressão da edição de 1936).

J. B. Williams. *The Theory of Investment Value*, pp.19. Amsterdam: North-Holland, 1956 (reimpressão da edição de 1938).

Chaudhuri, K. and Wu, Y. (2003), *Mean reversion in stock prices: evidence from emerging markets*, Managerial Finance, Vol. 29 No. 10, pp. 22-37

Fama, E.F., French, K.R., 1988. *Permanent and temporary components of stock prices*. Journal of Political Economy 96, 246–273.

DeBondt, Werner, and Richard Thaler: *Does the Stock Market Overreact?* Journal of Finance 40 (1985), pp. 793-805.

Wang, J., Zhang, D., Zhang, J. (2015): *Mean reversion in stock prices of seven Asian stock markets: Unit root test and stationary test with Fourier functions* International Review of Economics and Finance, 37, pp. 157-164.

Klungland, Martin Hansen, and Peter Sollie Klok. *Overreaction Effect in Nordic Stock Markets: A Quantitative Analysis of a Contrarian Investment Strategy*. MS thesis. Handelshøyskolen BI, 2018.

Zou, Gaolu (2017): *Testing for the Mean Reversion of Chinese Coal Stock Prices* Advanced in Research, pp. 1-10

Prabhakar, Raor (2019): *Stock Market Volatility and Mean Reversion of BRICS Before and After Crisis* Journal of Academic Research in Economics, Vol. 11 Issue 2, pp. 330-354

Enders, W., Lee, J. (2012). *A unit root test using a Fourier series to approximate smooth breaks*. Oxford Bulletin of Economics and Statistics, 74, pp. 574–599.

Robinson, P.M. (1994). *Efficient Tests of Nonstationary Hypotheses*. Journal of the American Statistical Association, 89, 1420-1437.

Steven P. Clark, T. Daniel Coggin (2010). *Are U.S. stock prices mean reverting? Some new tests using fractional integration models with overlapping data and structural breaks*. Empirical Economics, NO.2, Vol. 40, pp. 373-391.

Vasudeva Murthy, Kenneth Washer e John Wingender (2011). *Are stock prices in the US nonstationary? Evidence from contemporary unit root tests*. Applied Financial Economics, Vol.21, pp. 1703-1709.

Grant McQueen (1992). *Long-Horizon Mean-Reverting Stock Prices Revisited*. Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 27, NO. 1,

K.C. Chan (1988). *On the Contrarian Investment Strategy*. Journal of Business, Vol.61, NO. 2

Schwartz, E. S., 1997. *The stochastic behavior of commodity prices: Implications for valuation and hedging*. *Journal of Finance* 52, 923–973

Campbell, Wallace, *Valuation of timberland under price uncertainty* (2013). All Dissertations. 1100

Aiube, Fernando, *Modelos quantitativos em finanças*, (2013)

Clapham, C., Nicholson, J., 2009. *Concise dictionary of mathematics*. Oxford University Press

Einstein, A. (1905) *Ueber die von der molekularkinetischen Theorie der Waerme geforderte Bewegung von in ruhenden Fluessigkeiten suspendierten Teilchen.*, *Annalen der Physik* 322 (8) 549-560

Brown, R. (1828) *A brief account of microscopical observations made in the months of June, July and August, 1827, on the particles contained in the pollen of plants; and on the general existence of active molecules in organic and inorganic bodies.* *Phil. Mag.* 4, 161-173

Thierfelder, Christian (2015) *The trending Ornstein-Uhlenbeck Process and its Applications in Mathematical Finance* Hertford College, University of Oxford

J. DURBIN, G. S. WATSON (1950) *TESTING FOR SERIAL CORRELATION IN LEAST SQUARES REGRESSION. I* *Biometrika*, Volume 37, Issue 3-4, December 1950, Pages 409–428.

Glasserman P. (2003) *Monte Carlo methods in financial engineering* New York: Springer.

E. Zivot, D.W.K. Andrews (1992) *Further evidence on the great crash, the oil-price shock, and the unit-root hypothesis* *Journal of Business and Economic Statistics*, 10 (1992), pp. 251-270

H. Markowitz (1952) *Portfolio Selection* *The Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1. (Mar., 1952), pp. 77-91.

Insley, M., Rollins, K., (2005). *On solving the multirotational timber harvesting problem with stochastic prices: A linear complementarity formulation.* *American Journal of Agricultural Economics* 87(3), 735–755.

Dixit, A. K., Pindyck, R. S., (1994). *Investment Under Uncertainty*. Princeton, NJ: Princeton University Press.