

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA
GRADUAÇÃO EM ECONOMIA



**A IMPORTÂNCIA DA DIVERSIFICAÇÃO DOS INVESTIMENTOS VISANDO
MINIMIZAR O RISCO E POTENCIALIZAR O RETORNO DE UMA CARTEIRA DE
UM INVESTIDOR BRASILEIRO USANDO O MODELO DE MARKOWITZ**

Orientadora: Maria de Nazareth Maciel

LUIS GUSTAVO THOMAZ

Matrícula: 1612727

RIO DE JANEIRO

JULHO DE 2021

LUIS GUSTAVO THOMAZ

Matrícula: 1612727

**A IMPORTÂNCIA DA DIVERSIFICAÇÃO DOS INVESTIMENTOS
VISANDO MINIMIZAR O RISCO E POTENCIALIZAR O RETORNO DE
UMA CARTEIRA DE UM INVESTIDOR BRASILEIRO USANDO O
MODELO DE MARKOWITZ**

Monografia de conclusão de curso, elaborada como requisito parcial para a obtenção do grau de economista, pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, sob a orientação da Prof^a. Maria de Nazareth Maciel.

Declaro que o presente trabalho é de minha autoria e que não recorri para realizá-lo, a nenhuma fonte de ajuda externa, exceto quando autorizado pelo professor tutor.

RIO DE JANEIRO

JULHO DE 2021

As opiniões expressas neste trabalho são de responsabilidade única e exclusiva do autor.

AGRADECIMENTOS

Antes de tudo, gostaria de agradecer minha família que incentivou a mudança de curso de engenharia para economia onde realmente pude me encontrar pessoalmente e profissionalmente. Agradeço a minha mãe, Josiane Katherine Thomaz que nunca deixou nada faltar em casa, sempre esteve à disposição para proporcionar a mim e meu irmão o melhor ambiente possível.

Dedico esse trabalho especialmente ao meu pai, José Alfredo Thomaz, que faleceu por conta do COVID19 em junho de 2021 e foi extremamente importante em meu crescimento pessoal.

Agradeço a todos meus amigos, mas especialmente minha namorada, Alessandra Benetton e minha amiga Ana Leticia Petrelli por todo o apoio. Ainda, agradeço à minha orientadora Maria de Nazareth Maciel por todas suas ideias e incentivo ao meu estudo.

Finalmente, deixo um agradecimento à Pontifícia Universidade Católica e a todos os professores devido o alto padrão de excelência que o curso oferece, nos preparando para o mercado de trabalho e nos colocando como referência às demais Universidades.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	9
2. REVISÃO DA LITERATURA E REFERENCIAL TEÓRICO	12
2.1. Alocação de Recurso ou <i>Asset Allocation</i>	12
2.2. Teoria sobre Markowitz.....	12
2.3. Índice de Sharpe	14
2.4. Ativo livre de risco	15
2.5. Ouro (OZ1D).....	15
2.6. Investimento em ETFs	16
2.7. BRAX11 ou IBRX-100	18
2.8. IVVB11 ou S&P 500	19
2.9. Excesso de Confiança	19
2.10. FOMO (<i>Fear Of Missing Out</i>)	20
2.11. Análises Empíricas	21
3. DADOS E MÉTODO	24
3.1. Dados	24
3.2. A Importância da Diversificação.....	24
3.3. Risco sistemático e não sistemático	24
3.4. Correlação	25
3.5. Relação Dólar x Ibovespa	26
3.6. Relação BRAX11 e IVVB11	26
3.7. Relação BRAX11 e OZ1D	27
3.8. Relação IVVB11 e OZ1D	28
3.9. Relação BRAX11 e LFT.....	29
3.10. Relação IVVB11 e LFT	30
3.11. Relação OZ1D e LFT	31
4. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	32
4.1. Avaliação dos dados	32
4.2. Composição das carteiras observadas	35
4.3. Análise do desempenho das carteiras desenvolvidas frente à Benchmarks.....	38
5. CONCLUSÃO	43
6. REFERÊNCIAS	45

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Crescimento de pessoas físicas no mercado de renda variável brasileiro.....	13
Gráfico 2 - Evolução de 100 reais investidos em ouro em 20 anos.....	16
Gráfico 3 – Crescimento do número de ETFs nos Estados Unidos desde 2003.....	17
Gráfico 4 – Evolução de 100 reais no Ibovespa x IBRX-100 desde janeiro de 2017.....	18
Gráfico 5 – Evolução de 100 reais investidos Ibovespa x IBRX-100 desde janeiro de 2000.....	19
Gráfico 6 – Risco sistemático x risco não-sistemático.....	25
Gráfico 7 – Evolução de 100 reais investidos em Dólar x Ibovespa desde janeiro de 2000.....	28
Gráfico 8 – Fronteira Eficiente IBRX100 x S&P500.....	28
Gráfico 9 – Fronteira Eficiente Ouro x IBRX-100.....	30
Gráfico 10 – Fronteira Eficiente Ouro x S&P500.....	31
Gráfico 11 – Fronteira Eficiente LFT x IBRX-100.....	32
Gráfico 12 – Fronteira Eficiente LFT x S&P500.....	33
Gráfico 13 – Fronteira Eficiente Ouro x LFT.....	36
Gráfico 14 – Fronteira eficiente da carteira otimizada em 2017.....	41
Gráfico 15 – Desempenho das carteiras e índices desde janeiro de 2018.....	42
Gráfico 16 – Desempenho das carteiras desenvolvidas.....	42
Gráfico 17 – Desempenho das carteiras e índices em 2020.....	43

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Planilha de otimização de dados.....	35
Tabela 2 – Composição, retornos e volatilidade das carteiras elaboradas.....	38
Tabela 3 – Consolidação de desempenho das carteiras e índices.....	41

1. INTRODUÇÃO

Frente ao crescente fluxo de informações e propagandas sobre investimentos, associado ao desvelamento do mistério do “como investir”, por meio dos canais de mídia, das redes sociais e dos aplicativos cada vez mais esclarecedores do manejo das opções, evidencia-se um aumento no número de ingressantes no mercado de capitais brasileiro. Tal constatação pode ser evidenciada pela crescente concorrência entre corretoras, bancos e gestoras de recursos que vêm reduzindo seus custos e aprimorando seus produtos fomentando uma maior competitividade no setor.

Contraditoriamente, a falta de conhecimento econômico por grande parte da população ainda persiste como uma dificuldade aos investidores, o que os induz a optar por investimentos mais simples como a poupança, que no ano de 2020 atingiu um volume financeiro de R\$ 952,5 bilhões, segundo a Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (LARGHI, 2021). Em contrapartida, dada a recente queda dos juros, uma parcela dos investidores brasileiros compreendeu que a renda fixa não provê mais os mesmos retornos que no passado, estimulando-os a visar novas alternativas.

Um dado capaz de mostrar esse fluxo de investidores é o aumento no número de CPFs na bolsa de valores brasileiras, principalmente, no período compreendido entre ao 2018 e 2020, que se mostrou extremamente significativo, assim como constata a teoria econômica que relaciona a queda dos juros com a migração dos agentes para ativos de maiores riscos buscando maiores retornos. Dada a grande discrepância entre aplicações mais sofisticadas e o enorme volume financeiro aplicado em poupança, esse mercado mostra grande potencial de crescimento e, por isso, seu estudo se mostra essencial para que entrantes possam garantir bons resultados.

É importante ressaltar, também, que a alta volatilidade dos investimentos em renda variável acaba afastando muitos investidores iniciantes, seja por alocarem muito capital nessa classe de investimento, não condizente com seu perfil e objetivo, seja por não executarem proteções de sua carteira ao ingressar no mercado de ações. Além disso, mostra-se muito comum a dificuldade do alcance do pensamento a longo prazo, que torna os ingressantes mais propícios a fazerem escolhas ruins de ações por falta de conhecimento nos métodos de precificação dos ativos. Dois outros grandes problemas são o excesso de confiança e o FOMO (*FEAR OF MISSING OUT*, 2021), que serão melhores explicados adiante, os quais estão relacionados ao efeito de entrada dos investidores na alta e saída na baixa. Ademais, as recentes

crises de 2008 e a atual crise do Corona Vírus, evidenciaram a importância da alocação de ativos como Ouro e dólar em carteiras de renda variável, uma vez que apresentam uma correlação negativa sendo capazes de reduzir os riscos de uma carteira e desacelerar suas perdas³.

Diante desse cenário, o presente estudo pretende auxiliar o processo de escolha de ativos em uma carteira de investimentos, tendo em vista as limitações da pessoa física brasileira e, nesse sentido, medir os efeitos de uma carteira diversificada, usando o modelo de Markowitz e analisando os dados e acontecimentos no período de 01//01/2017 até 31/12/2020. Os resultados podem ser obtidos com investimentos mínimos de cerca de 500 reais, montante que já permitiria a realização das alocações propostas. Custos de corretagem e operação não são considerados, visto que é de fato possível ter custo zero nas aplicações ou, mesmo se levados em conta, esses valores seriam irrelevantes para o estudo.

Considerando o crescente fluxo de informações sobre investimentos, esse estudo se mostra necessário para iniciantes no mercado de capitais brasileiro por mostrar a melhor forma de alocar seus recursos evadindo dos tradicionais investimentos bancários, além de ressaltar a importância de um pensamento menos imediatista para a obtenção dos melhores resultados sem muitos esforços de escolha dos ativos.

Dessa forma, o projeto em questão também visa analisar diferentes alocações de ativos de renda variável doméstica e exterior, ouro e renda fixa, encontrando alocações ótimas para cada classe de ativo dado um certo nível de risco usando o modelo de carteira de Markowitz. Assim, busca-se provar a importância da diversificação entre ações e diferentes classes de ativos. Por isso, foram escolhidos como ativos para análise, o Certificado de Depósito Interbancário (CDI), o Índice Brasil 100 (IBRX-100), o *Standard and Poors 500* (S&P 500) e o Ouro dolarizado (OZ1D), com o objetivo de representar a renda fixa, uma carteira de ações brasileiras, uma carteira de ações no exterior e um ativo de proteção, respectivamente. Devido às limitações de histórico e banco de dados não foram utilizados alguns índices como o Índice de mercado ANBIMA – série B (IMA-B) que representaria um investimento de renda fixa atrelado à inflação, o Índice de Renda Fixa do Mercado (IRFM-1+) que representaria títulos pré-fixados do governo, o Índice de Fundos de Investimentos Imobiliários (IFIX) um índice para representar os Fundos Imobiliários, o *ETF Hashdex Nasdaq Crypto Index* (HASH11) para a parcela de criptomoedas e ETFs de investimento no exterior como o *Trend ETF MSCI China FI de Índice IE* (XINA11) e *Trend ETF MSCI Europa FI de Índice IE* (EURP11) que viabilizariam uma maior diversificação da carteira.

Logo, o interesse central neste tema é esclarecer a importância da diversificação em uma carteira de investimentos com as limitações da pessoa física brasileira atualmente. Diante do receio de muitos investidores de ingressar na bolsa de valores pela existência de um risco maior, é pretendido revelar também, alguns efeitos de crises econômicas passadas sobre as carteiras desenvolvidas em comparação com os índices de mercado, ressaltando a importância da diversificação para o investidor de renda variável. Como disse Harry Markowitz, “A diversificação é o único “almoço grátis” no universo dos investimentos”, o que virá a ser provado.

2. REVISÃO DA LITERATURA E REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. Alocação de Recurso ou *Asset Allocation*

O processo de alocação de recursos financeiros, mais conhecido como *Asset Allocation*, se inicia com o estudo dos ativos individuais que vão compor um portfólio, visando atingir um objetivo de retorno esperado ou controle de risco. Não existe fórmula certa para essa análise que pode englobar diferentes tipos de investimentos, como títulos de renda fixa privados ou públicos, moedas estrangeiras, ações nacionais ou estrangeiras, imóveis, entre muitos outros.

A estratégia principal da teoria moderna do portfólio é analisar os dados passados dos ativos, como retorno, volatilidade e correlação, para determinar o percentual que deveria ser alocado para cada um dos ativos. Uma limitação a ser considerada a esse método, é o fato de não haver garantia que o retorno passado será o mesmo no futuro, mas comprovadamente consegue guiar o investidor de modo a apresentar ótimos resultados na construção de uma carteira (FERMAN et al, 2017, p. 4).

Com tal objetivo de balancear risco e retorno, são selecionados os melhores ativos que visam compor uma carteira. Esse conceito é baseado no princípio que diferentes ativos performam de forma desigual dependendo das condições do mercado e, assim, desenvolvendo uma diversificação, é possível alcançar ganhos na maior parte dos momentos. Uma das formas mais utilizadas e conhecidas para a escolha dos ativos é a teoria desenvolvida por Markowitz que auxilia nesse processo de decisão com a aplicação de preceitos estatísticos.

2.2. Teoria sobre Markowitz

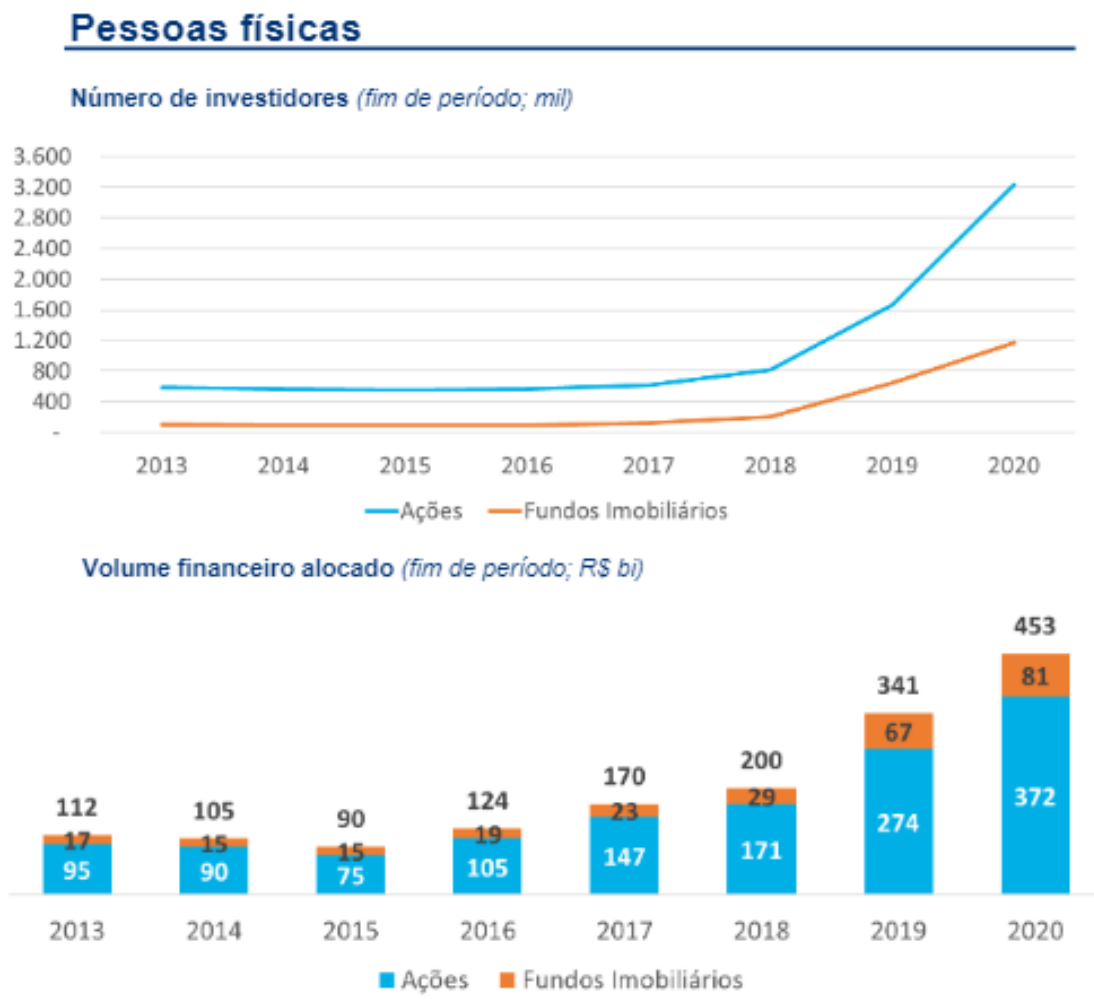
Harry Markowitz é o desenvolvedor da teoria moderna do portfólio que revolucionou o método de elaboração de carteiras apresentando o conceito de fronteira eficiente e demonstrando de forma matemática as vantagens de ter uma carteira bem diversificada (MANGRAN, 2013, p. 1). Com a crescente variedade de investimentos no mundo, a teoria moderna do portfólio influencia cada vez mais a elaboração de carteiras de investimento. Markowitz recebeu o Nobel de economia em 1990 (MOTA, 2020), com seu estudo que evidencia que o risco de uma carteira não é apenas encontrado pela média dos riscos individuais dos ativos, isto é, faz-se necessário considerar a correlação existente entre eles.

Tal teoria demonstra que ao escolher ativos com correlação negativa, é possível reduzir ou, até mesmo, eliminar o risco não sistemático utilizando a diversificação. Ao aplicar

diferentes combinações para os ativos da carteira, permite-se encontrar a fronteira eficiente, que se resume a todos os pontos com melhor relação risco e retorno dentro das possíveis combinações.

Para os fins da escolha dos ativos neste estudo, foi levada em conta a drástica redução dos juros no Brasil e mundo afora nos últimos anos, que caracteriza um novo cenário de juros reais negativos (TREVIZAN, 2021). Nesse contexto, dado um sistema financeiro mais integrado e tecnológico, os indivíduos estão cada vez mais em busca de ativos de riscos, para rentabilizarem melhor seu capital e, com isso, o volume de pessoas operando na bolsa de valores atinge máximas históricas. Ademais, pode-se observar que os volumes financeiros para ações e fundos imobiliários mais que dobrou de 2018 para 2020.

Gráfico 1 – Crescimento de pessoas físicas no mercado de renda variável brasileiro



Fonte: B3, 2021.

Nessa sessão, será analisada a literatura existente no Brasil e no mundo no que se refere a utilização da teoria de Markowitz para otimização de carteiras compostas por múltiplos ativos de renda variável entre outros ativos que são ou se tornaram mais populares nos últimos tempos, visando interpretar seus resultados para comparação final com os pretendidos nesta monografia, mas antes se faz necessário a introdução de alguns tópicos básicos para melhor esclarecimento do assunto que será tratado.

2.3. Índice de Sharpe

O estudo de um investimento vai muito além do seu retorno esperado, é comum investidores fazerem escolhas a partir de dados passados extremamente positivos de retorno, mas outros fatores devem ser levados em conta, como, principalmente, a volatilidade da aplicação. O setor financeiro oferece desde aplicações mais conservadoras até mais agressivas, isto é, níveis diferentes de volatilidade. Para estudo de decisão, é ideal fazer uso de indicadores de desempenho, sendo o Índice Sharpe o mais utilizado para análise de carteiras e fundos de investimento (BRUM, 2008).

Esse indicador foi criado por William Sharpe, que dizia que não é suficiente medir um investimento que apresenta riscos observando somente sua rentabilidade, é necessário fazer a comparação com um ativo conservador para estabelecer se os riscos assumidos valem a pena. Tal cálculo é capaz de apontar a relação risco e retorno de um investimento, descontando o retorno esperado do ativo livre risco, isto é, utiliza como métricas o retorno esperado do ativo analisado, sua volatilidade e o retorno do ativo conservador que serve como base para comparação.

Além disso, o uso correto desse indicador requer que a comparação proceda entre investimentos com as mesmas características, ou seja, não faz sentido comparar um fundo de renda fixa e um fundo de ações dado os diferentes níveis de risco e retorno esperado. Como dito anteriormente, esse indicador se baseia no histórico passado e é muito empregue em uma análise de 12 meses passados, logo é apenas uma ferramenta para ajudar na análise e não significa que esses valores vão se repetir no futuro. Para exemplificar, um investimento com Sharpe de 1, indica que para cada 1% de risco a aplicação tende a entregar 1% de retorno. Investimentos com Sharpes entre 0,5 e 1 já são considerados bem interessantes. Quando esse indicador tem um valor negativo significa que seria mais adequado investir no ativo livre de risco.

2.4. Ativo livre de risco

O conceito mais utilizado para a taxa de juros é a definição do valor do dinheiro no tempo, que determina o preço que os tomadores de crédito pagam aos credores para utilizarem um capital que não os pertence durante um período, dado como uma compensação pelo tempo que o dinheiro ficou em outras mãos¹. Os juros levam em conta como principais fatores para sua precificação o risco, as incertezas, as expectativas de inflação, os juros globais e o tempo (POLITIZE, 2020).

Para cálculos de custo de oportunidade o setor financeiro faz uso do ativo livre de risco, que no Brasil pode ser considerado a Letra Financeira do Tesouro (LFT) por ser um título do governo com volatilidade próxima de zero e indexado à taxa DI que por sua vez é referenciada na taxa Selic, definida pelo COPOM e identificada como a taxa básica de juros da economia brasileira (DICIONÁRIO FINANCEIRO, 2020). Existem algumas argumentações que consideram apenas o título de renda fixa americano (T-Bond) como realmente um ativo livre de risco por se tratar da maior economia do mundo e pelo motivo de que quando um país entra em crise ele busca dinheiro internacional, isto é, o dólar. Como o presente estudo visa analisar uma carteira composta por ativos negociados no Brasil, cujo a pessoa física tenha acesso, será tratado o retorno do CDI como o retorno da LFT que, por sua vez, representa o ativo livre de risco.

Ainda, é necessário tratar do conceito de prêmio de risco, essencial na hora da tomada de decisão em uma aplicação, pois leva em conta a diferença dos rendimentos de um investimento qualquer do investimento considerado livre de risco. Portanto, para um investidor aplicar seu dinheiro em um ativo de maior risco, é necessário que o retorno esperado da aplicação também seja maior.

2.5. Ouro (OZ1D)

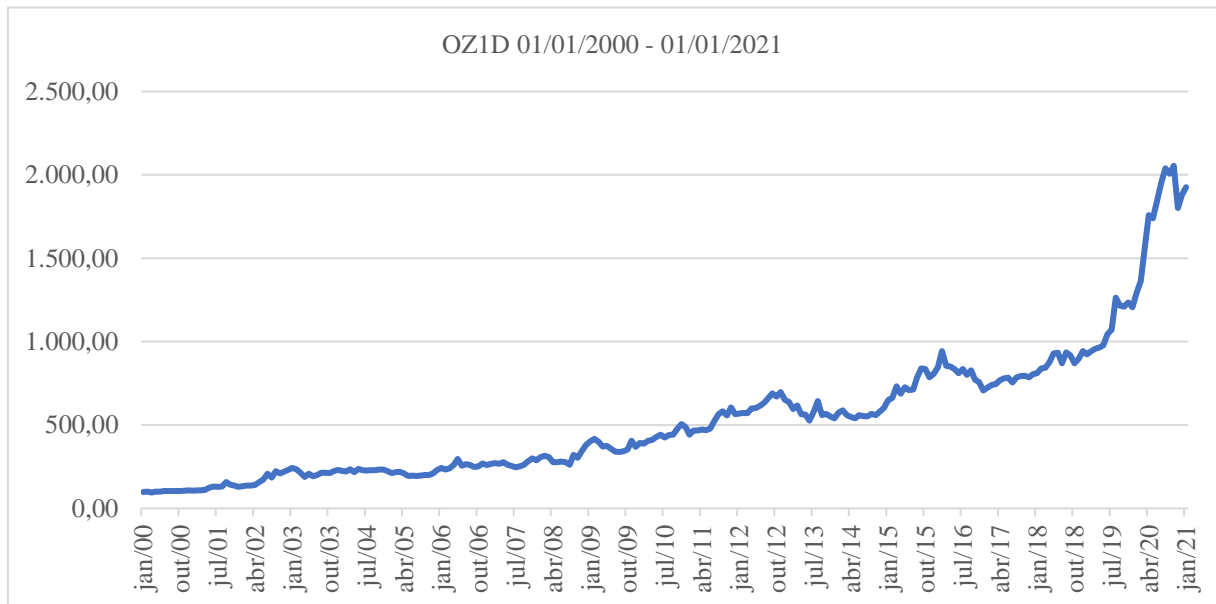
O Ouro é considerado por muitos um ativo de segurança por ser escasso e apresentar valor de troca em negociação (GÓMEZ, 2020). O acesso mais fácil ao ouro é através do contrato futuro OZ1D que representa a cotação do Ouro somado a variação cambial entre real e dólar que pode ser negociado na B3 por intermédio de uma corretora de valores. A ideia da inclusão desse investimento é compor um ativo de proteção, pois fica nítido que escândalos políticos

¹ Notas de aula do Professor Rogério Werneck (2019).

e/ou financeiros acarreta a compra de dólares por investidores por ser considerada a moeda mais forte do mundo na atualidade. Além disso, o ouro é muito utilizado pelo americano como uma espécie de proteção e, dessa forma, diante de sua oscilação é possível capturar riscos mundiais e não somente os do mercado brasileiro.

Ainda, segundo estudos da Economática (EU QUERO INVESTIR, 2021), o ouro foi considerado o ativo mais rentável nos últimos 20 anos, apresentando retornos de 1.660%, enquanto o Ibovespa rendeu 502% e o CDI, 869% no mesmo período. Por outro lado, ao adicionar a variação do dólar esse resultado fica ainda mais expressivo, como é possível observar no gráfico abaixo que mostra que 100 reais investidos teriam se tornado 1.925,35 reais em 20 anos.

Gráfico 2 - Evolução de 100 reais investidos em ouro em 20 anos



Fonte: Dados Investing, elaborado pelo autor, 2021.

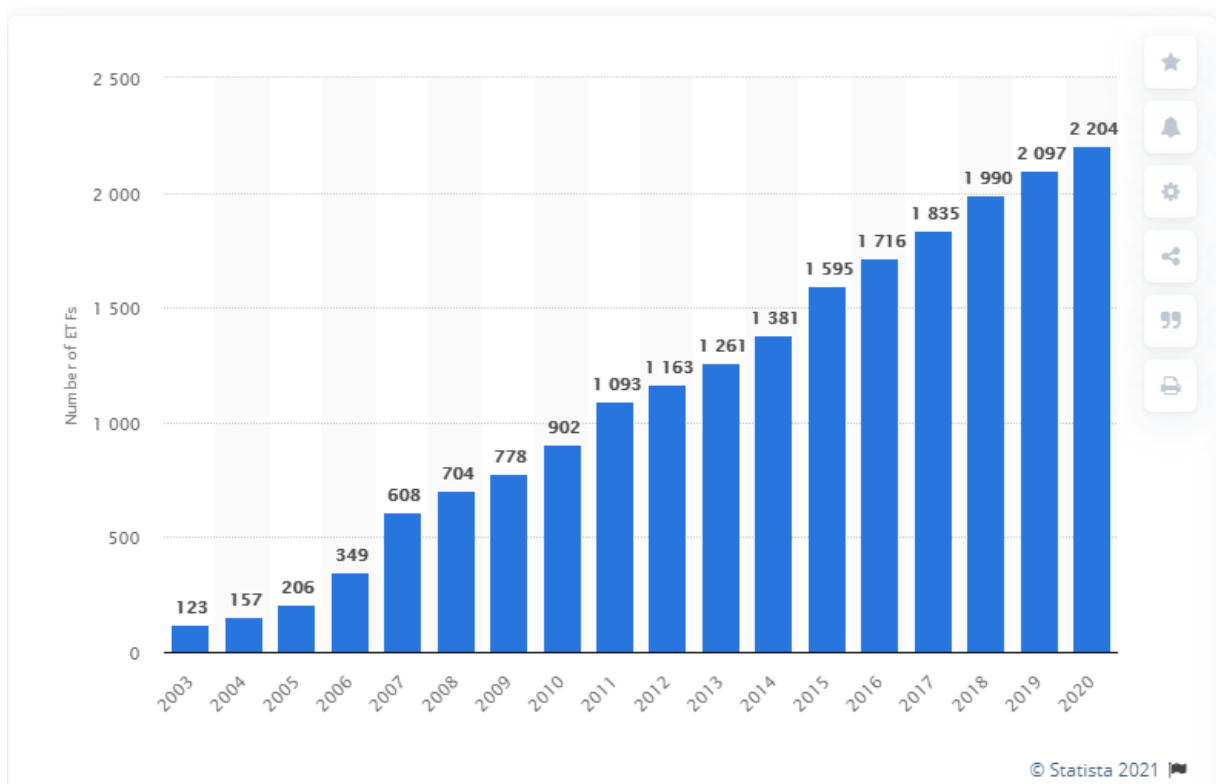
2.6. Investimento em ETFs

O investimento em *Exchange Trade Funds* (ETF) demonstra crescente ascensão nos últimos anos. O mercado americano representa o sistema mais desenvolvido do mundo nesse mercado contando com mais de 2000 ETFs, segundo dados da Statista, os quais podem ser observados no gráfico abaixo. Esse tipo de investimento se tornou popular devido a possibilidade de diversificação com baixos custos, por ter uma carteira já proporcionada, isto é, sem necessidade de manutenção da divisão em cada ativo por parte do investidor e, também, por apresentar uma gestão passiva, reduzindo os riscos de erro humano em análises de ações ou

posicionamentos. Apesar de ser um ativo negociado em bolsa, existem ETFs que replicam preços de commodities, títulos de renda fixa e índices do mercado de ações. Este tipo de investimento ainda é pouco explorado no Brasil que conta com apenas cerca de 30 fundos (B3, 2021).

Na análise feita nesse estudo, serão explorados o IVVB11 e o BRAX11, representando o S&P 500 dolarizado e o IBRX-100. A escolha desses ativos foi baseada em liquidez e histórico. O BRAX11 tem exibido rentabilidade superior com menor volatilidade, quando comparado ao BOVA11. O surgimento de novos ETFs como XINA11, GOLD11, IRFM11, XFIX11 e IMAB11 poderiam ampliar as métricas dos estudos acerca desse assunto neste trabalho, mas tais ativos ainda não apresentam históricos relevantes ou liquidez necessária para estudo. Com tais ativos seria possível representar carteiras mais elaboradas, com composição em renda fixa pré-fixada, IPCA+, commodities, investimento no exterior e até em fundos imobiliários, aplicação que denota cada vez mais destaque no Brasil.

Gráfico 3 – Crescimento do número de ETFs nos Estados Unidos desde 2003



Fonte: Statista, 2021.

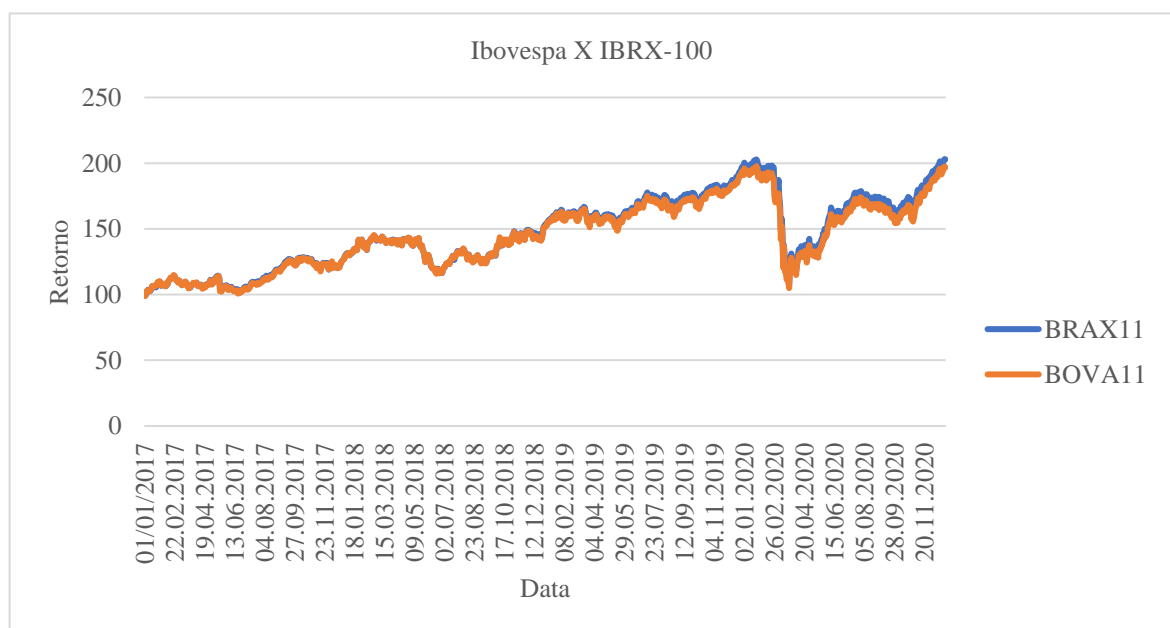
2.7. BRAX11 ou IBRX-100

O Índice Brasil 100 tem como objetivo ser o indicador de desempenho médio das cotações das 100 ações mais negociadas e com maior representatividade do mercado de ações brasileiro. Logo, esse leva em conta uma carteira teórica de ativos balanceada nos meses de Janeiro, Maio e Setembro.

No presente estudo, o ativo escolhido para representação do mercado brasileiro foi o BRAX11 pela melhor relação risco retorno encontrada em comparação ao mais famoso índice Ibovespa, representado pelo BOVA11, principalmente. Também, foi avaliado a questão de concentração ou diversificação, isto é, o Ibovespa pode ser considerado um índice mais concentrado por ter grandes pesos no setor de commodities e financeiro e, ainda, por apresentar a listagem de cerca 63 empresas.

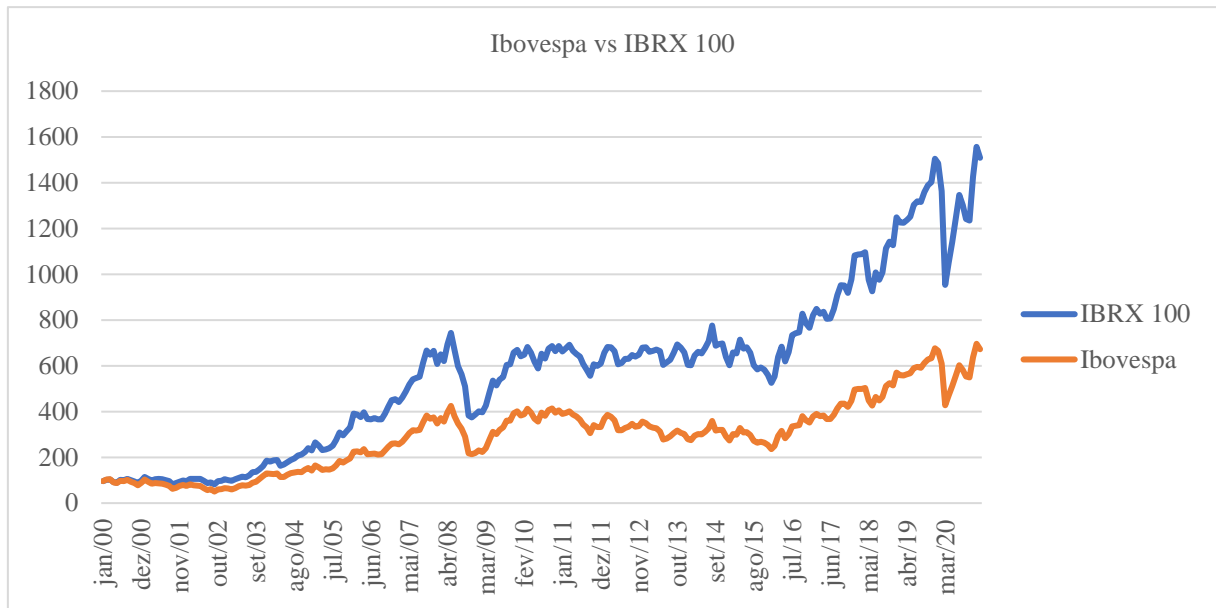
O gráfico abaixo mostra o desempenho do IBRX 100 frente ao Ibovespa dentro do período de estudo, desse modo é possível constatar uma rentabilidade ligeiramente superior do IBRX 100. Além disso, a medida de correlação encontrada entre os dois índices no período foi de 0,95 com um desvio padrão de 30,34% para o IBRX e 30,4% para o Ibovespa. Assim, é possível concluir que o IBRX foi capaz de entregar um retorno superior com riscos inferiores ao Ibovespa. Além do mais, na análise de longo prazo, a diferença entre os dois índices se torna ainda mais relevante como pode ser observado no gráfico de 20 anos.

Gráfico 4 – Evolução de 100 reais no Ibovespa x IBRX-100 desde janeiro de 2017



Fonte: Dados Investing, elaborado pelo autor, 2021.

Gráfico 5 – Evolução de 100 reais investidos Ibovespa x IBRX-100 desde janeiro de 2000



Fonte: Dados Investing, elaborado pelo autor, 2021.

2.8. IVVB11 ou S&P 500

O *Standard & Poor's 500* (S&P 500), trata-se de um índice composto por cerca de 500 empresas cotadas nas bolsas de NYSE ou NASDAQ, selecionadas segundo tamanho de mercado, liquidez, representação no segmento industrial e tempo negociado publicamente em bolsa (SP GLOBLA, 2021).

A forma mais fácil de acesso a tal investimento é através do ETF IVVB11, criado em 2014 e gerido pela *Black Rock* que, por replicar o índice americano, pode ser considerado uma ótima alternativa de diversificação do patrimônio, tendo em vista a exposição no mercado mais forte do mundo e ao dólar, que é considerada a moeda mais forte do planeta.

2.9. Excesso de Confiança

No processo de tomada de decisão, geralmente as pessoas buscam o máximo de informações possíveis para se basear em fazer uma escolha. Mas nem sempre essas escolhas são baseadas em informações e o comportamento individual tem um peso muito grande nesse processo (PRATES; SANTOS; COSTA, 2014).

O excesso de confiança é um viés que atrapalha a tomada de decisão e pode afetar um investidor. Esse viés pode fazer com que um investidor não se prepare adequadamente para

uma situação de risco que não está preparado para lidar. De forma geral, investidores muito confiantes podem escolher alguns ativos que apresentam retornos superiores à média do mercado mesmo quando muitos estudos mostram que esse processo é bem difícil.

“A existência de excesso de confiança no comportamento dos investidores implica que o volume negociado seja aumentado a cada alta no retorno, pois os investidores se tornam mais confiantes em si mesmos após operações com retornos positivos, passando a operar mais no mercado. Para Mendes-da Silva & Yu (2009) o excesso de confiança pode ser entendido como a tendência, por parte de grupos de profissionais, a superestimar a validade de seus próprios julgamentos”. (Prates, 2014, p. 352)

Um exemplo claro desse viés são os investidores que vem ingressando no mercado de criptomoedas, um segmento extremamente volátil. Como esse tipo de investimento tem manifestado uma forte alta, muitos investidores entraram e obtiveram ganhos rápidos e, com isso, se tornaram cada vez mais confiantes, aumentando seus aportes, até o momento no qual o risco se materializa, e grandes perdas são geradas. Um outro conceito que se assemelha a essa questão de excesso de confiança é o FOMO que será apresentado adiante.

2.10. FOMO (*Fear Of Missing Out*)

Assim como o exemplo apresentado anteriormente do mercado de cripto ativos, quando os indivíduos encontram ativos que estão performando muito acima da média de mercado costuma ocorrer o famoso efeito manada e os investidores entram no mercado com extrema euforia. Esse, também, pode ser outro fator que explica a alta do número de investidores na bolsa brasileira nos últimos anos.

Tendo isso em vista, é importante destacar o conceito de *Fear Of Missing Out* (FOMO) que seria o medo de ficar de fora traduzido para o português (REAGLE, 2015). Pode ser entendido como a vontade de sempre estar conectado e interagindo ao que outras pessoas estão fazendo. Esse viés pode afetar os investimentos por acabar determinando uma escolha que pode desenquadrar do perfil do investidor ou pela falta de conhecimento no mercado que está ingressando. Mais uma vez, o mercado de cripto ativos pode servir como exemplo, uma vez que os grandes retornos em prazos curtíssimos de tempos atraem muitos investidores, gerando gradualmente mais um efeito bola de neve causado pelo FOMO. É partir desse momento, que estudos como esse se mostram de extrema valia para a alocação de recursos financeiros, de forma a mitigar um viés e fazer uso de alocações sensatas que façam sentido para o investidor.

2.11. Análises Empíricas

No escopo da revisão de literatura, pode-se destacar inicialmente o trabalho feito por SETTE (2018) que buscou analisar a composição de uma carteira utilizando como ativos o Ouro futuro (OZ1D), o Bitcoin (BTC) e o ETF do índice Ibovespa (BOVA11). Nesse sentido, o autor busca a criação de uma carteira eficiente com dados de retorno e volatilidade do período de 2016 e, após otimização, analisa a performance da carteira frente aos índices de mercado.

Depois de especificar os ativos a serem incluídos e os cálculos matemáticos a serem utilizados pela análise de Markowitz, o autor passa a empregar a ferramenta Solver, disponível no Excel, de modo a minimizar o risco da carteira em questão e maximizar seus retornos. Analisando os dados, encontra-se uma alocação ótima que viabiliza o experimento e que será manuseada para cálculos dos retornos futuros, caso tal otimização tivesse sido feita em uma carteira de investimentos.

Os valores obtidos para a distribuição ótima da carteira eficiente com mínima variância são de 2,5% em Bitcoin, 42,9% em BOVA11 e 54,6% em Ouro. Os resultados obtidos são comparados com uma carteira de distribuição igualitária, no caso, 33,3% para cada um dos ativos, e índices de mercado. Dessa forma, observou-se que a carteira eficiente obteve um retorno muito superior à Taxa Selic e à poupança, apresentando uma relação risco x retorno também consideravelmente melhor. Entretanto, a carteira igualmente distribuída teve um retorno significativamente maior que a carteira eficiente, porém também com um risco muito elevado, como era de se esperar frente a maior alocação no Bitcoin do que na carteira otimizada. Portanto, constata-se que a relação risco x retorno da carteira eficiente permanece superior, por ter tido um retorno significativo sem tanto risco agregado.

Em outro estudo feito por GOMES (2015), buscou-se investigar o desempenho da otimização da composição da carteira teórica do Ibovespa entre o período de 2012 e 2014, também fazendo uso da ferramenta Solver. Primeiramente o autor divide igualmente o peso das 41 ações do índice naquele período e após resultados, efetua a otimização da carteira com o objetivo de atingir o maior retorno. Dessa forma, a carteira otimizada apresentou a composição de 7 ativos e conseguiu entregar um crescimento de 374,6% no seu rendimento e ainda ter uma redução de risco de 16,9% em relação a carteira igualmente distribuída. Em outra otimização, dessa vez com objetivo de minimizar o risco da carteira, foi encontrada uma redução do risco de 47,2% e um aumento do retorno de 38,3%.

A conclusão do estudo estabelece que apenas a alocação aleatória em empresas não é a forma mais segura de se resguardar do risco e, por meio do método de otimização, dependendo do objetivo pretendido (maior retorno ou menor risco), é possível obter melhores resultados.

RENNER (2010), analisou a teoria de Markowitz em momentos de crise. O estudo leva em conta o período que consiste em 2002 a 2006 para otimização e avalia seus resultados nos anos de 2007 até o final de 2009. Foram desenvolvidas basicamente três carteiras constituídas por 10 fundos de investimento com baixa correlação entre eles e, em diversos setores e regiões do mundo, são essas, a Carteira Otimizada Anualmente, reavaliada com base nos últimos cinco anos de dados, a Carteira Otimizada Fixa, desenvolvida no primeiro momento sem alteração e uma Carteira Igualmente Dividida.

Os resultados principais observados consistem no retorno sete vezes inferior da Carteira Otimizada Anualmente em comparação à Carteira Igualmente Dividida, e oito vezes inferior à Carteira Otimizada Fixa, esta última se mostrando a carteira de maior retorno. Dentro do período em análise, algumas crises se passaram e, segundo o autor, esse foi um dos aspectos que mais impactaram o mal desempenho da carteira mais flexível, já que se observou uma alta exposição nos ativos em queda e baixa exposição no instante em que houve recuperação desses ativos, explicitando, mais uma vez, uma limitação do modelo em certos momentos econômicos.

Em Barros (2016), é apresentado um estudo relacionando a teoria de Markowitz com o investimento em ETF no Brasil. Devido a data da aplicação dos estudos, esse se mostrou um pouco limitado devido à falta de opções para análise e histórico de um dos ativos em questão, o IVVB11. A utilização dos ETFs permite em si uma diversificação e uma redução do risco não sistemático, posto que a carteira é composta por uma variedade muito grande de ativos. Dentro do estudo, é realizada uma otimização de carteira a cada 90 dias olhando para os dados dos 12 meses passados.

As autoras definem modelos de carteiras arrojadas, moderadas e conservadoras com diferentes alocações para os ativos. A partir dos resultados, notam uma falha na teoria de Markowitz ao otimizar a carteira. Elas observaram uma alocação que não é eficiente e, a partir disso, concluíram que tal dado pode ser efeito de *Bear Market*, isto é, momento que o mercado está com viés de baixa, limitando o modelo. O estudo conclui que, apesar desse fator, a otimização ao final do período em observação, teve um retorno bem acima do Ibovespa com menor volatilidade.

No cenário internacional, a prática realizada em Kono et al. (2011), estuda a eficiência do mercado de *equity* japonês. A abordagem trata do mercado de ETFs japonês que inclui 66 desses ativos no ano de 2008. Para realizar o estudo, foram selecionados os ETFs com critérios

de maturidade e liquidez, os quais após as otimizações foram selecionados apenas sete para formar uma carteira. Dentro dos resultados obtidos observou-se um melhor desempenho em relação ao retorno e ao risco da carteira otimizada, quando comparado a média do mercado japonês, constatando mais uma vez a eficiência da otimização de Markowitz para ativos já diversificados como os ETFs, principalmente.

Finalmente, o presente estudo contribui com a teoria moderna de carteiras, ao fazer uma análise em um novo cenário econômico de juros reais negativos, maior liquidez, visto o maior volume de negócios diários na bolsa brasileira, a maior integração dos meios de tecnologia e um novo estoque de investimentos no Brasil no que se diz respeito aos novos meios disponíveis, como o crescimento do número de ETFs, a entrada dos BDRs para investidores em geral e outros ativos financeiros que há pouco tempo não eram acessíveis.

3. DADOS E MÉTODO

3.1. Dados

As fontes de dados podem ser facilmente obtidas nos sites da B3, SETIP, DEBIT e Br Investing, onde é possível encontrar a volatilidade dos ativos desejados expressos mensalmente, semanalmente e diariamente. Para o estudo, serão utilizados o OZ1D, CDI, IVVB11 e BRAX11, sendo os últimos dois ativos, ETFs.

O período a ser analisado parte de 01 de janeiro de 2017 e vai até o final de 2020. A escolha desse período se deu principalmente pelo novo ciclo econômico presente no Brasil e no mundo, que inclui juros mais baixos e níveis de inflação mais reduzidos. Nesse período a taxa básica da economia já revelava uma trajetória de redução, saindo de 13,75% em janeiro de 2017 para 2% em dezembro de 2020. Além disso, é possível analisar o impacto da crise do Corona Vírus, uma das piores crises mundiais já vivenciadas no mercado e seus efeitos na carteira, observando se de fato a diversificação é eficiente em momentos em que a incerteza predomina.

3.2. A Importância da Diversificação

O método de diversificação é uma técnica capaz de reduzir os riscos quando os investimentos são alocados em diferentes instrumentos financeiros, categorias ou setores. Assim, seu objetivo é maximizar os retornos a partir de investimentos em diferentes áreas de forma que cada um reaja de forma distinta e um mesmo acontecimento ou momento. Essa é considerada uma das atividades mais importantes para o investidor, pois mesmo que não seja uma garantia total para evitar perdas, a diversificação se mostra extremamente relevante para alcançar objetivos financeiros de longo prazo com reduções de riscos (Xavier et al., 2018). Para falar mais precisamente na importância desse tópico, é necessário destacar os dois principais riscos que encontramos, o risco sistemático e não sistemático que será abordado no próximo tópico.

3.3. Risco sistemático e não sistemático

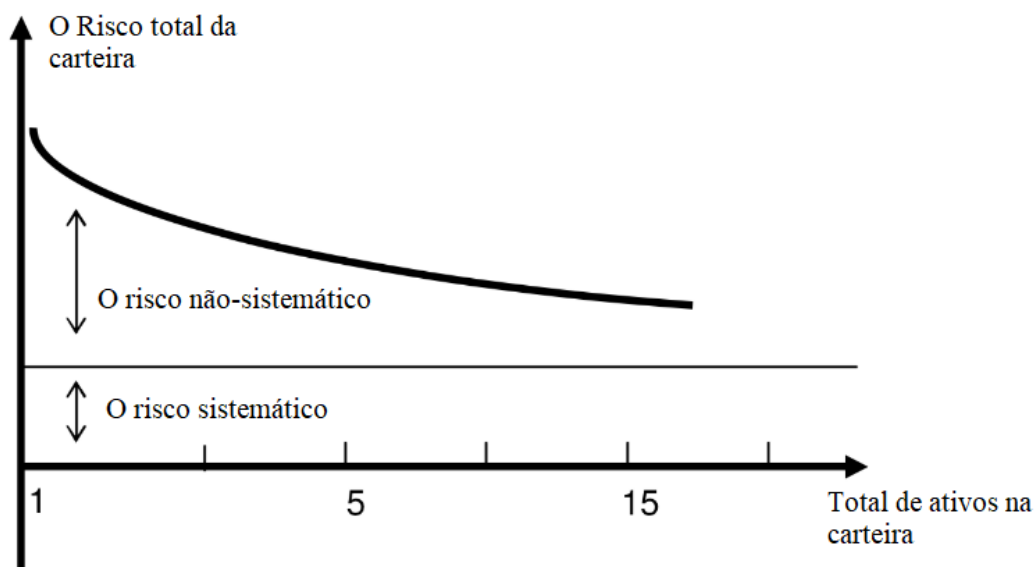
A percepção de risco envolve principalmente a probabilidade de ocorrência de certo fato e suas consequências e, portanto, pode ser observada cotidianamente, desde os primórdios da sociedade. Em termos econômico-financeiros o risco está ligado a volatilidade, cálculo feito a

partir do desvio padrão definido como uma medida da variação dos retornos esperados de um ativo.

Para maior compreensão desse conceito, é fundamental o esclarecimento entre a divisão do risco sistemático e não sistemático (SETTE, 2018, p. 28). O primeiro deles está diretamente associado ao risco que envolve todos os ativos, por exemplo, ruídos políticos, crise do Corona Vírus, colapso do sistema financeiro. Este é um risco extremamente difícil de ser reduzido pois afeta a economia como um todo. O segundo está ligado ao risco específico de certa empresa, como exemplo escândalos de corrupção, ineficácia de gestão, legislação e a sazonalidade do negócio. No caso do risco não sistemático ou risco diversificável, é possível mitigar seus efeitos parcialmente ou totalmente, ao montar um portfólio com diferentes ativos, principalmente de setores distintos, como podemos observar no gráfico abaixo, restando apenas o risco sistemático.

Logo, com o uso de ETFs de renda variável é possível minimizar o risco não sistemático, uma vez que sua composição exhibe muitos ativos de diversos setores, fomentando uma carteira manifeste apenas o risco sistemático.

Gráfico 6 – Risco sistemático x risco não-sistemático



Fonte: Elaborada a partir de Ehrhardt e Brigham (2012).

3.4. Correlação

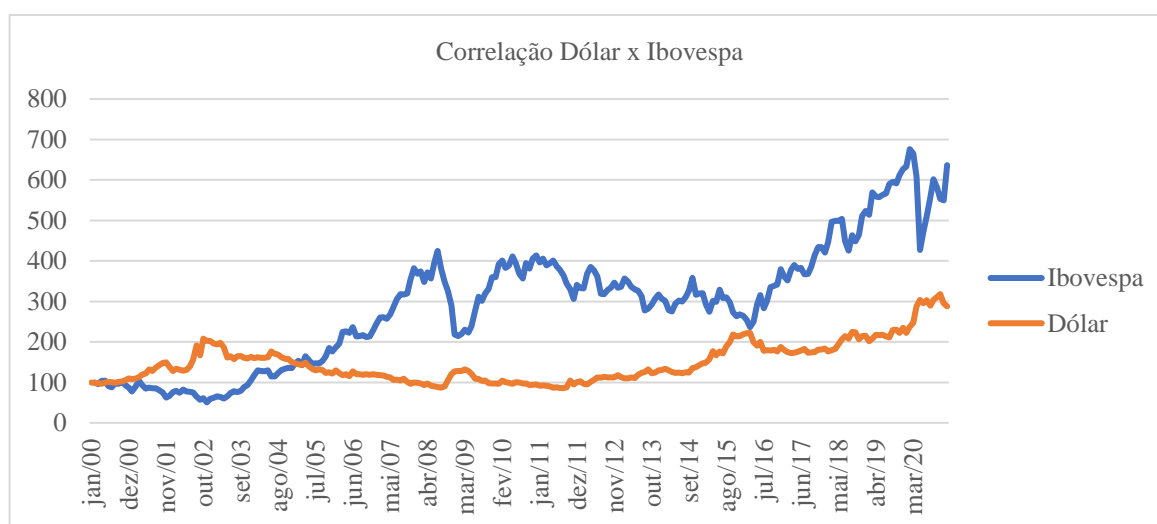
A medida de correlação busca analisar o comportamento de dois ativos em um determinado período. No presente estudo foi investigado a correlação entre cada um dos ativos

analisados e construída uma fronteira eficiente entre as possíveis combinações dos ativos (SETTE, 2018, p. 28). Os valores desse indicador variam de -1 até 1, sendo -1 uma correlação perfeitamente negativa, 0 para ativos descorrelacionados e 1 para ativos perfeitamente correlacionados. Essa revisão é essencial para o estudo de carteiras de Markowitz, pois, como explicado anteriormente, a análise do risco de uma carteira vai além da média simples dos desvios padrões dos ativos que compõe a carteira e deve levar em conta a correlação entre os ativos.

3.5. Relação Dólar x Ibovespa

Para o início da pesquisa foi investigado o retorno passado do dólar e do Ibovespa, onde é possível observar nitidamente uma correlação negativa entre os dois ativos durante o período de 2000 até 2020, principalmente em momentos de estresse econômico como a crise de 2008, impeachment da ex-presidente Dilma e no mais recente evento da crise causada pelo corona vírus. Ainda, o índice de correlação encontrado foi de -0,63 para o período, reforçando a ideia discussão anterior. Assim, já se torna possível demonstrar a relação individual histórica entre uma parte da composição de dois ativos que serão analisados.

Gráfico 7 – Evolução de 100 reais investidos em Dólar x Ibovespa desde janeiro de 2000



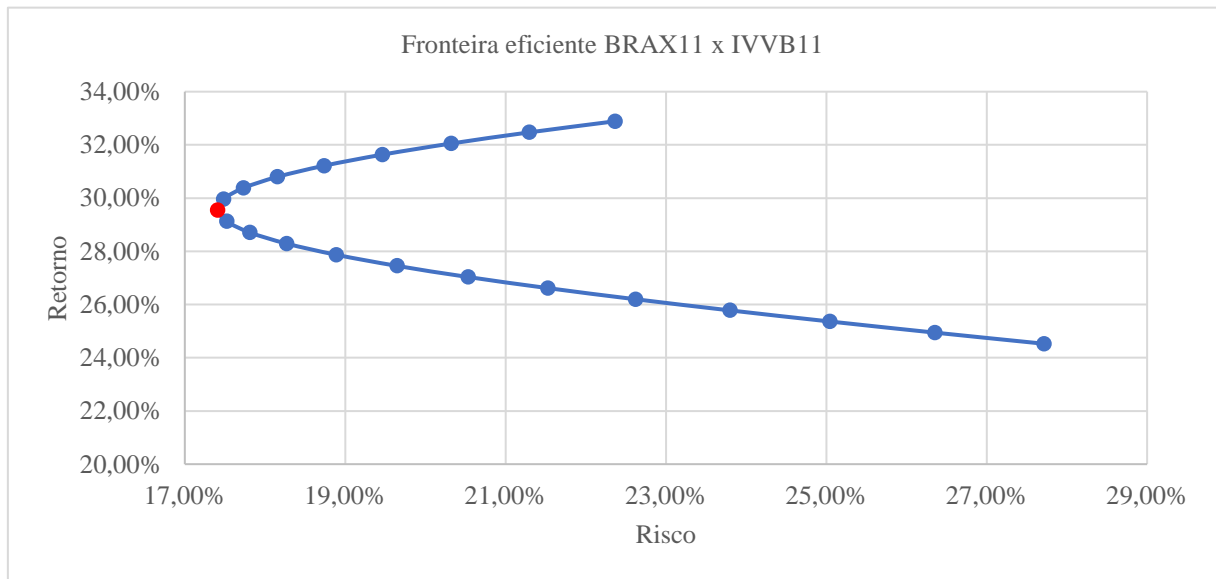
Fonte: Investing, Autoria própria, 2021.

3.6. Relação BRAX11 e IVVB11

Nesta análise, é possível observar um ponto de mínimo global que expressa a carteira de menor desvio padrão dado pela composição entre uma carteira de ações brasileiras e

americanas com percentis alocados de cerca de 40% e 60%, respectivamente, com um retorno esperado de aproximadamente 29,5% e desvio padrão de 17,4%. Qualquer alocação com menos de 40% em ações brasileiras não faz sentido nesse caso por apresentar menor retorno e maior volatilidade. A medida de correlação expressa entre as variáveis é de 0,26, mostrando que existe certa relação entre os ativos de bolsa, uma vez que estresses globais afetam ambos os mercados e pela bolsa americana ter forte influência nos mercados mundiais.

Gráfico 8 – Fronteira Eficiente IBRX100 x S&P500

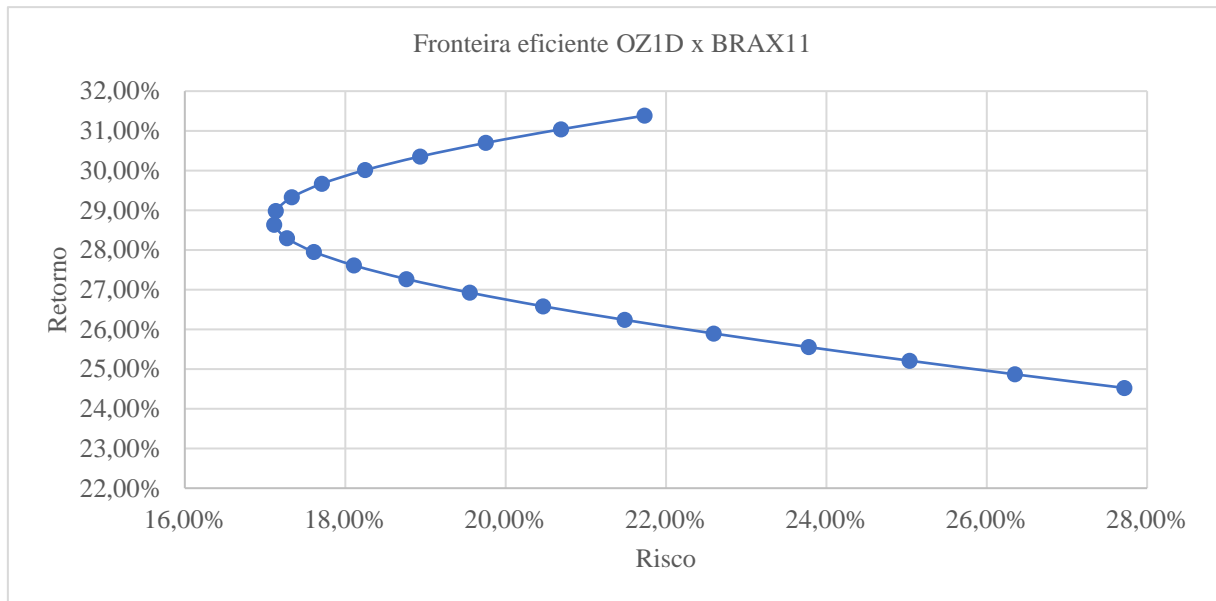


Fonte: Investing, Autoria própria, 2021.

3.7. Relação BRAX11 e OZ1D

Dessa vez, o índice de correlação encontrado entre o Ouro e o IBRX 100 foi de -0,11, mostrando uma relação um pouco negativa entre os ativos. Logo, é possível apontar que qualquer alocação a abaixo do ponto de mínimo global não faz sentido, visto que são pontos onde existe maior volatilidade e menor retorno que os pontos a direita, isto é, apenas alocações com cerca de 65% em ouro ou mais fazem sentido.

Gráfico 9 – Fronteira Eficiente Ouro x IBRX-100

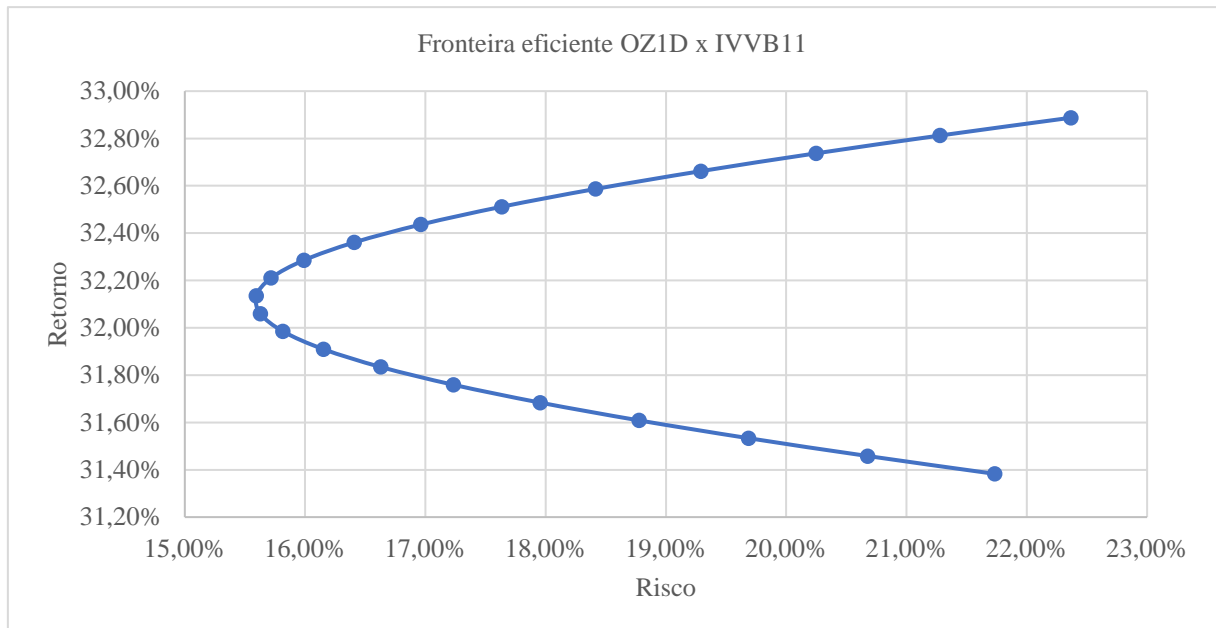


Fonte: Dados Investing, elaborado pelo autor, 2021.

3.8. Relação IVVB11 e OZ1D

A curva encontrada para o Ouro e o S&P 500 exibe um gráfico que demonstra uma curvatura relativamente similar a encontrada entre o Ouro e o IBRX11. O motivo desse fato já foi explicado anteriormente ao dizer que o Ouro e o Dólar são ativos de proteção que, em momentos de estresse, induzem a saída dos agentes da bolsa com o objetivo de comprar tais “seguros”. A explicação segue a mesma, os pontos abaixo do mínimo global são alocações ruins quando comparadas as demais, pois apresentam riscos iguais ou maiores e retornos menores ou similares aos demais pontos. Apesar da similaridade, o índice de correlação encontrado nesse caso foi de 0,07, podendo ser explicado pela relação do dólar que está presente em ambas as variáveis tornando-as mais correlacionadas. Assim, só fazem sentido alocações com valores maiores que cerca de 55% em Ouro e o restante no S&P 500.

Gráfico 10 – Fronteira Eficiente Ouro x S&P500

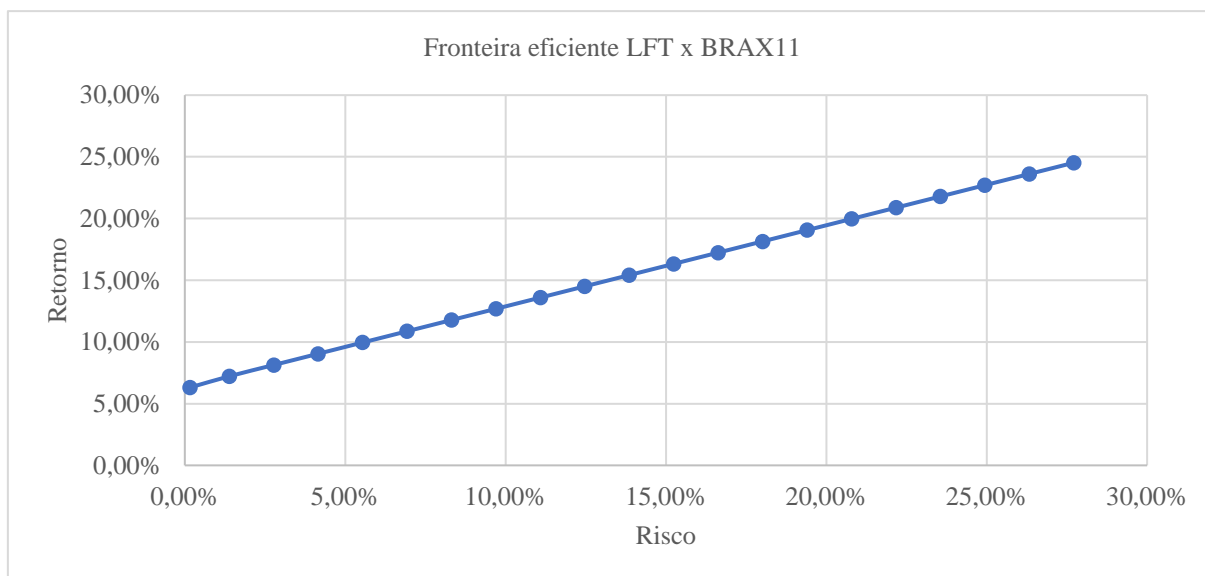


Fonte: Dados Investing, elaborado pelo autor, 2021.

3.9. Relação BRAX11 e LFT

É de se esperar que as relações entre o ativo livre de risco e os ativos analisados neste estudo apresentem todas as mesmas relações. Isso procede, principalmente, pelo fato de se tratar de ativos com perfis de risco diferentes, isto é, quanto mais se inclui um ativo arriscado em uma carteira, espera-se uma volatilidade maior acompanhando de um maior retorno esperado. Nessa composição, o índice de correlação encontrado foi de 0, o que demonstra que os ativos não possuem basicamente nenhuma relação entre si, o que leva a um gráfico com aspecto linear.

Gráfico 11 – Fronteira Eficiente LFT x IBRX-100



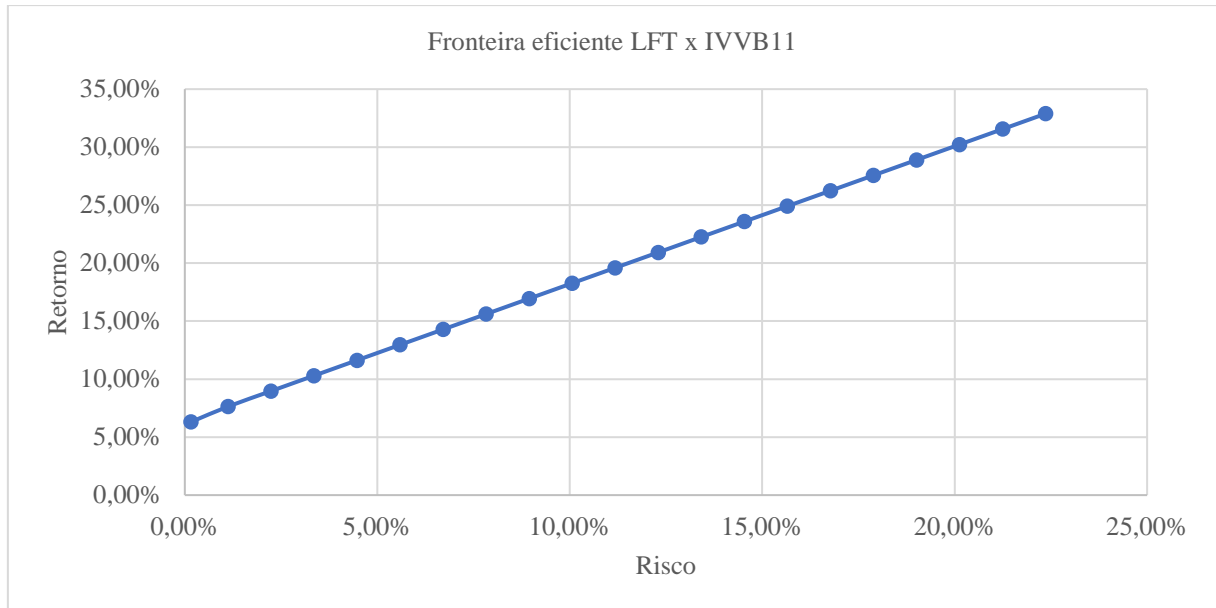
Fonte: Dados Investing, elaborado pelo autor, 2021.

3.10. Relação IVVB11 e LFT

Novamente, é possível observar a mesma relação explicada na análise de correlação entre a LFT e o IBRX 100, dessa vez o índice de correlação encontrado foi levemente inferior, mostrando uma pequena correlação negativa de -0,03. Uma possível explicação para existir uma relação implícita de longo prazo, entre essas duas variáveis, que não está na composição da volatilidade diária, pode ser dada pela composição cambial do S&P 500, ou seja, como sugere a teoria econômica, uma redução nas taxas de juros internas leva a um aumento do dólar devido a fuga de capital estrangeiro para países com taxas de juros mais atrativas. Um desses movimentos é denominado no mercado financeiro como *Carry Trade* (HEATH; GALATI, 2007), dessa forma, o investidor estrangeiro toma recursos emprestados em um país com taxas de juros menores e compra títulos com taxas de juros maiores em outros países, tendo lucro com a diferença das taxas.

Nesse tipo de investimento é necessário também avaliar a volatilidade cambial, que em casos em que for muito alta, pode ser prejudicial ao investidor estrangeiro. Logo, com a redução da taxa de juros interna, fica menos atrativo esse tipo de investimento o que leva em uma alta no dólar causada pela recompra de dólares. Mas, nesse caso é difícil dizer que ele conseguiu ser refletido no índice de correlação e pode-se dizer que os ativos não possuem nenhum tipo de relação em suas variações diárias.

Gráfico 12 – Fronteira Eficiente LFT x S&P500

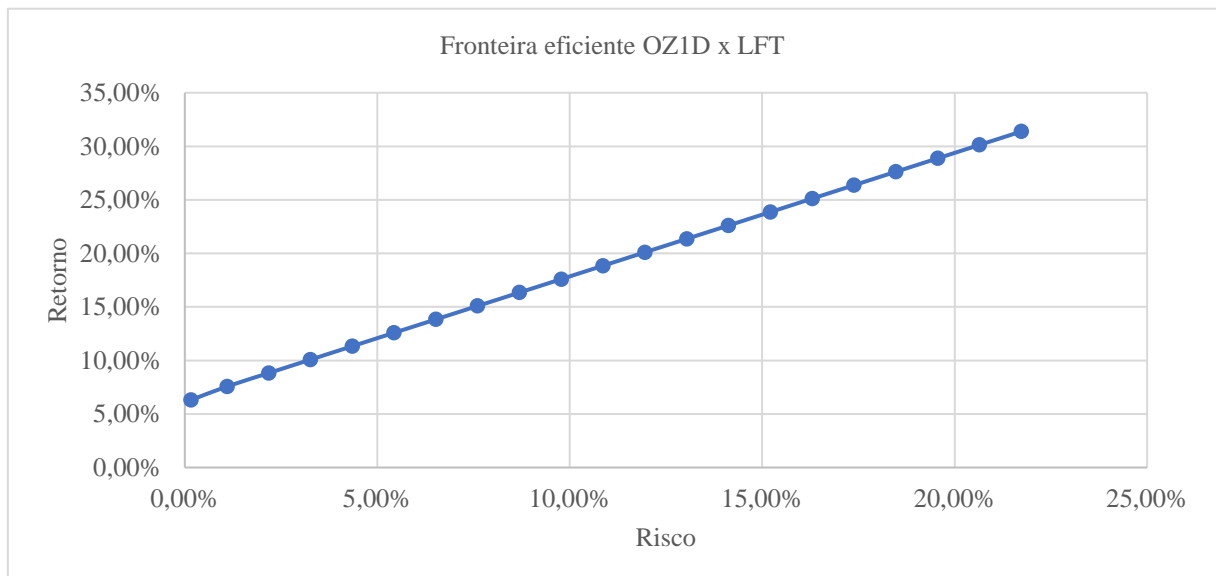


Fonte: Dados Investing, elaborado pelo autor, 2021.

3.11. Relação OZ1D e LFT

Agora, a relação encontrada entre o Ouro e o ativo livre de risco foi de $-0,1$, ou seja, mostra que os dois ativos são também minimamente negativamente correlacionados. A percepção da ínfima relação negativa pode ser a mesma explicada na observação da fuga de capital estrangeiro na correlação do S&P 500 com o a LFT.

Gráfico13 – Fronteira Eficiente Ouro x LFT



Fonte: Dados Investing, elaborado pelo autor, 2021.

4. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

4.1. Avaliação dos dados

Para avaliação dos dados pretendidos, foi utilizada a ferramenta Solver disponível no Excel. A ferramenta é capaz de fazer otimizações a partir de dados históricos e foi implementada para encontrar as alocações de menor desvio padrão, segundo uma carteira igualmente proporcionada entre os ativos, isto é, uma carteira cujo a composição não seria alterada e partiria de 25% em cada ativo.

Primeiramente, foram agregados todos os dados de volatilidade diária dos ativos em questão, do período de 01 de janeiro de 2017 até 31 de dezembro de 2020. O primeiro estudo partiu da observação do desvio padrão e do retorno de uma carteira com 25% em cada ativo do estudo. Após obter esses dados, foi efetuada uma otimização da carteira fazendo uso da ferramenta Solver, utilizando os mesmos retornos esperados da carteira igualitária e, dessa forma, observou-se que em todos os resultados obtidos foi possível encontrar alocações com menor volatilidade, isto é, um índice de Sharpe superior. De forma mais clara, a carteira igualmente distribuída não fez parte de nenhuma fronteira eficiente montada, ou seja, nos estudos foram observadas alocações com menor volatilidade para o mesmo retorno esperado.

Após tal otimização, foi levado em conta essa nova carteira com diferentes composições da carteira igualitária, mas com menor volatilidade e mesmo retorno para análise do desempenho no ano seguinte, ou seja, o estudo foi feito ano a ano. Para exemplificar, a carteira otimizada com os dados de 2017 foi utilizada em 2018, a carteira otimizada em 2018 foi utilizada em 2019 e pôr fim a carteira otimizada em 2019 foi utilizada em 2020. Todas as otimizações seguiram o mesmo padrão de tentativa de redução da volatilidade da carteira igualmente proporcionada para aquele período, onde, como dito anteriormente, foi sempre possível obter resultados melhores para os mesmo retornos.

Após observação dos dados, foi analisado o índice de Sharpe de todas as possíveis alocações. A partir disso, foi constituída uma nova carteira denominada de “Carteira melhor Índice Sharpe” que foi selecionada a partir de tal indicador observado nas otimizações ano a ano. O intuito dessa pesquisa foi avaliar a alocação de uma carteira com apresentou de fato a melhor relação risco retorno do ano anterior.

Um ponto importante na análise dos dados, é que os cálculos de desvio padrão e retorno esperado foram feitos sempre com base no calendário gregoriano do ano que antecede a análise, isto é, de janeiro a dezembro e usados para a otimização do ano que estava por vir. Para

exemplificar, seria como um investidor apenas movimentasse sua carteira todo dia 01 de janeiro, quando faz a otimização com os dados do ano passado e faz a calibragem de sua carteira, muitas vezes vendendo o ativo que não performou bem durante o ano anterior e aumentando sua exposição no ativo que teve melhor relação risco retorno, mas claro, a correlação entre os ativos também tem impacto nesse processo de escolha, ou melhor dizendo, por mais que tenha tido uma performance ruim pode acabar se encaixando na carteira devido a uma descorrelação com os demais ativos.

Ainda, foi feita a mesma pesquisa utilizando uma composição “*short*”, ou seja, vendida. Nessa análise, seria como o investidor apostasse na queda do ativo que não performou bem no período passado, ou seja, poderia ficar com uma posição negativa no ativo de até 100%. Esse método de investimento pode levar a retornos maiores, mas juntamente com níveis de risco mais altos. Uma posição vendida no mercado é muito utilizada por pessoas mais experientes e com teses consolidadas de mercado. Dentro das otimizações, algumas posições encontradas foram posições 100% vendidas em LFT, negociação que não é possível neste mercado de títulos públicos, apenas através de contratos futuros de juros que não se encaixam no mesmo padrão e por isso não foi levada a frente como análise para a carteira principal, apesar de parecer um estudo interessante para carteiras mais sofisticadas. Com o aumento no número de ETFs disponíveis, de renda fixa, commodities e renda variável, este estudo seria bem mais pertinente devido a essa possibilidade.

Para composição e construção das carteiras que serão analisadas, foi compilado o retorno diário de cada um dos ativos em uma aba no Excel. Os dados foram obtidos no site Investing e no site oficial da B3 para o período determinado. Após unir os dados, iniciou-se a otimização da primeira carteira usando as amostras de desvio padrão e retorno passado de 2017 conforme a tabela abaixo, que representa a matriz de covariância, sendo a diagonal principal a variância, pois a covariância de um ativo com ele mesmo se resume nesse resultado.

Através do uso da ferramenta Solver, é obtido os pesos de cada um dos ativos dado seus retornos esperados e variância visando encontrar uma alocação que minimize a variância total da carteira. No exemplo abaixo, foi possível encontrar uma alocação ótima que minimiza o risco da carteira para um retorno esperado de 19,96%. O objetivo de encontrar a melhor composição para tal retorno veio do retorno esperado encontrado na carteira igualmente proporcionada, mas, nesse caso, foi encontrada uma volatilidade de 6,39% enquanto com a otimização esse valor ficou em 5,37%. Esse estudo prova que a carteira igualmente proporcionada não é eficiente, visto que existe uma alocação de menor volatilidade para o mesmo retorno.

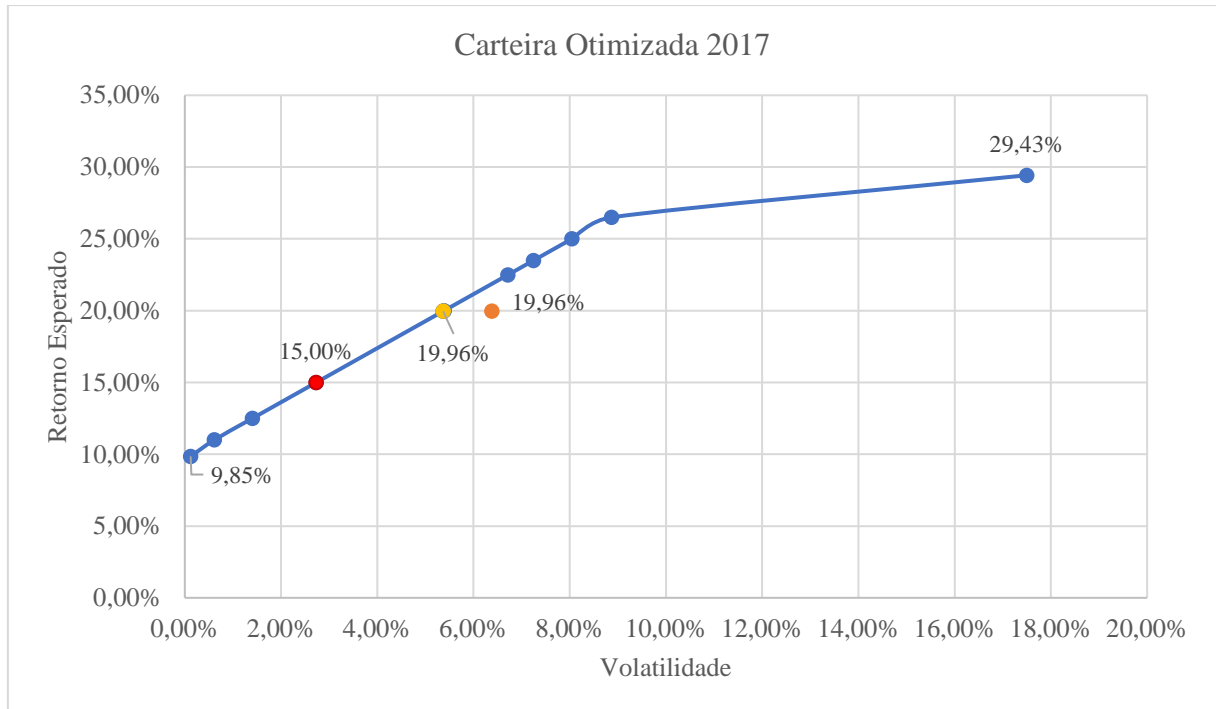
Tabela 1 – Planilha de otimização de dados

2017						
Matriz Covariância	CDI	Ouro	S&P500	IBRX100	Alocação Ótima	
CDI	5,88E-09	1,22E-08	-4,27E-08	5,87E-09	CDI	38%
OZ1D	1,22E-08	1,19E-04	4,33E-05	-4,21E-05	Ouro	7%
IVVB11	-4,27E-08	4,33E-05	1,06E-04	-4,37E-05	S&P500	26%
BRAX11	5,87E-09	-4,21E-05	-4,37E-05	1,23E-04	IBRX100	30%
Variâncias	-2,38E-09	4,40E-07	4,50E-06	6,68E-06	Total	100%
Variância da carteira	0,29%					
Desvio Padrão	5,37%					
	CDI	Ouro	S&P500	IBRX100		
Retornos Esperados Diários	0,04%	0,06%	0,09%	0,10%		
Anualizado	9,85%	15,62%	24,94%	29,43%		
Sharpe	0,00	0,33	0,92	1,11		
Retorno da carteira	19,96%					

Fonte: Dados Investing, elaborado pelo autor, 2021.

Dessa forma, a ferramenta Solver é capaz de sempre obter alocações que estejam na fronteira eficiente por buscar minimizar a variância da carteira. Além desse estudo, também foi observado para todos os possíveis retornos da carteira, que tangem entre 9,85% e 29,43%, todas as carteiras de menor variância, buscando formar a fronteira eficiente. Na observação do gráfico abaixo é possível entender o motivo da escolha de otimização da carteira igualmente proporcionada, isto é, na maioria das vezes não é possível descartar alocações e escolher a de mínima variância, pois existe uma relação quase linear já explicada anteriormente, que se resume a quanto maior o risco, maior o retorno da carteira observada. No gráfico, o ponto laranja representa a carteira igualmente distribuída, o amarelo a carteira otimizada, o vermelho a carteira que demonstrou o melhor índice de Sharpe e os demais, todas as alocações eficientes que levam o risco da carteira ao seu menor nível. Por fim, o mesmo processo foi feito para todas as carteiras que foram desenvolvidas, obtendo gráficos com as mesmas características quase lineares, mas com diferentes retornos, volatilidade e composições. Lembrando que cada ponto no gráfico representa uma possível alocação e que a fronteira eficiente determina as alocações de menor volatilidade possível e não existem pontos acima do gráfico, apenas abaixo, que representam alocações ineficientes por existirem outros pontos de menor ou similar risco e maior retorno.

Gráfico 14 – Fronteira eficiente da carteira otimizada em 2017



Fonte: Dados Investing, elaborado pelo autor, 2021.

4.2. Composição das carteiras observadas

Após todos os cálculos, foram obtidas as alocações abaixo, sendo possível observar os retornos esperados e volatilidade de cada uma das carteiras encontradas. Agora, com enfoque para a composição obtida em 2017, é possível observar um peso alto na LFT que naquele período apresentava uma rentabilidade de dois dígitos ao ano com risco zero, já a segunda maior alocação ficou em bolsa brasileira, que apesar de uma volatilidade mais alta, teve um bom desempenho dado a saída da ex-presidente Dilma e o início de um período mais otimista para o país. Agora, na terceira posição se encontra a bolsa americana pelos fortes resultados com baixa volatilidade e, por fim, observa-se uma pequena alocação em ouro devido ao fraco desempenho da commodity e do dólar, que apresentou uma alta de apenas aproximadamente 2% no período. Já a carteira de melhor Sharpe para o ano de 2017 teve forte concentração na LFT e uma pequena diversificação que conseguiu potencializar seus retornos e manter uma volatilidade considerada muito baixa, mostrando a importância de mesmo em carteiras conservadoras ter uma pequena alocação em ativos mais arriscados.

No escopo da composição da carteira de 2018, já teria sido alocado um valor menor na LFT quando comparado a 2017, devido a redução da taxa de juros que já se encontrava em metade do valor do período anterior. Nessa carteira otimizada, também se destaca a alocação

em Ouro, que representou fortes altas naquele ano assim como o dólar e somados estabeleceram um retorno de mais de 30%. A alocação em bolsa brasileira sofreu uma redução marginal ainda puxada pela melhora do otimismo nacional enquanto a americana teve redução dado a seu fraco desempenho no ano anterior frente aos demais ativos. Já a carteira de melhor Sharpe, teve foco no Ouro e IBRX, que além dos altos retornos do período, pode ser explicado pela correlação negativa entre os dois ativos, que combinados conseguem trazer a melhor relação risco retorno, assim como o estudo prevê.

Agora, na observação da carteira de 2019, a primeira questão que é possível notar seria o expressivo retorno da carteira e a baixa volatilidade encontrada quando comparado com as demais. Esse ano foi marcado pelo período pós-eleitoral, onde boa parte do mercado estava confiante com a vitória do atual presidente da república, Jair Bolsonaro, que surgia com propostas liberais de privatização e de reformas estruturais, essenciais para conter os crescentes gastos públicos brasileiros. Com isso, a bolsa brasileira foi marcada neste ano principalmente pela constante queda da taxa de juros ao patamar de 4,5%, pela entrada de muitos novos investidores e novamente pelo otimismo com o novo ideal político que vinha a coordenar o país. Neste ano, o Ibovespa terminou com um retorno acumulado de 31,58%, um dos melhores desempenhos nos 10 anos anteriores, o que levou a observar um peso considerável do IBRX-100 na carteira deste ano. Neste período basicamente todos os ativos obtiveram retorno excepcionais o que potencializou o retorno da carteira.

Como o ano de 2019 foi repleto de volatilidade devido a constantes ruídos políticos e principalmente à uma guerra comercial entre China e EUA, a alocação de melhor Sharpe teve um peso maior no ativo livre de risco (56%), sendo a segunda maior concentração em um único ativo encontrado nas carteiras estudadas, algo relevante, pois a taxa de juros no período já era quase 1/3 da observada em 2017. O restante das alocações serviu como uma boa diversificação que ajudou a potencializar os ganhos da carteira sem que gerasse um alto estresse no portfólio.

Surpreendentemente, para a última carteira a ser observada, a otimização teve uma alta alocação na LFT, que teve um retorno acumulado de apenas 2,79%, seguido por um *Hedge* no Ouro que teve um dos seus melhores desempenhos nos últimos anos e foi o ativo que trouxe maior rentabilidade em 2020, expressivos 55,9%. Boa parte desse desempenho também pode ser explicado pela alta do dólar que acumulou sozinho uma variação de 29%. Neste ano, foi possível demonstrar a importância de ter uma carteira diversificada devido à alta volatilidade das bolsas mundiais, causadas pela crise do coronavírus que se iniciou de fato em meados de março. Apesar das fortes quedas neste ano, com os crescentes estímulos monetário das economias mundiais e uma melhora de certos setores da economia, foi possível no final do ano

praticamente zerar perdas obtidas no início da crise. Na bolsa americana, os resultados do final do ano já atingiam recordes históricos nos índices como o S&P 500, que iniciou o ano nos 3.225,52 pontos e terminou em 3.756,07 pontos, o que também explicou uma maior alocação nesse ativo e nenhuma posição em bolsa brasileira que não teve o mesmo destino que a economia americana.

Dessa vez, a carteira de melhor Sharpe, teve um peso ínfimo na LFT e uma distribuição entre o Ouro e S&P 500, dados os bons retornos comentados anteriormente, que foram capazes de gerar ganhos de 55% à carteira. A partir de então, cabe analisar os efeitos dessas otimizações para o ano de 2021, onde é esperado um retorno significativo para todas as carteiras, inclusive os maiores observados entre todas as carteiras analisadas.

Tabela 2 – Composição, retornos e volatilidade das carteiras elaboradas

OTIMIZADA		IGUALITÁRIA		MELHOR SHARPE	
Alocação Ótima		Alocação Igualitária		Alocação Melhor Sharpe	
2017		2017		2017	
LFT	38%	LFT	25%	LFT	68%
Ouro	7%	Ouro	25%	Ouro	3%
S&P500	26%	S&P500	25%	S&P500	13%
IBRX100	30%	IBRX100	25%	IBRX100	15%
Total	100%	Total	100%	Total	100%
Re:	Vol:	Re:	Vol:	Re:	Vol:
19,96%	5,37%	19,96%	6,39%	15,00%	2,73%

Alocação Ótima		Alocação Igualitária		Alocação Melhor Sharpe	
2018		2018		2018	
LFT	30%	LFT	25%	LFT	10%
Ouro	29%	Ouro	25%	Ouro	38%
S&P500	15%	S&P500	25%	S&P500	19%
IBRX100	26%	IBRX100	25%	IBRX100	33%
Total	100%	Total	100%	Total	100%

Re:	Vol:
13,13%	8,05%

Re:	Vol:
13,13%	8,32%

Re:	Vol:
15,00%	10,25%

Alocação Ótima 2019	
LFT	25%
Ouro	17%
S&P500	31%
IBRX100	27%
Total	100%
Re:	Vol:
30,16%	8,05%

Alocação Igualitária 2019	
LFT	25%
Ouro	25%
S&P500	25%
IBRX100	25%
Total	100%
Re:	Vol:
30,16%	8,26%

Alocação Melhor Sharpe 2019	
LFT	56%
Ouro	10%
S&P500	18%
IBRX100	16%
Total	100%
Re:	Vol:
20,00%	4,69%

Alocação Ótima 2020	
LFT	46%
Ouro	31%
S&P500	24%
IBRX100	0%
Total	100%
Re:	Vol:
31,41%	11,36%

Alocação Igualitária 2020	
LFT	25%
Ouro	25%
S&P500	25%
IBRX100	25%
Total	100%
Re:	Vol:
31,41%	17,69%

Alocação Melhor Sharpe 2020	
LFT	1%
Ouro	56%
S&P500	43%
IBRX100	0%
Total	100%
Re:	Vol:
55,00%	20,72%

Fonte: Dados Investing, Autoria própria, 2021.

4.3. Análise do desempenho das carteiras desenvolvidas frente à Benchmarks.

Nessa sessão, será estudado o desempenho de cada uma das carteiras frente aos principais índices de mercado, buscando observar o retorno e a volatilidade dos portfólios estruturados durante o período de 01/01/2018 e 31/12/2020, que leva em conta 100 reais investidos neste primeiro período e avalia seu desenvolvimento.

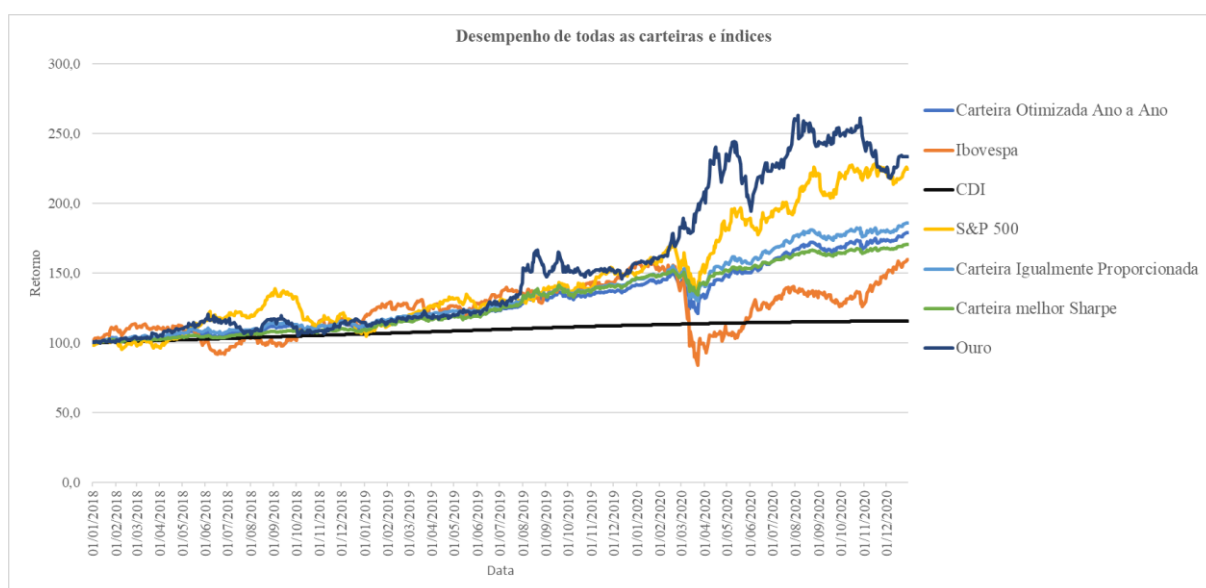
No gráfico abaixo é possível ver a performance de cada uma das carteiras estruturadas e compará-las ao Ibovespa, CDI, Ouro e o S&P 500. Durante esse período, o Ouro teve o melhor retorno entre todos os ativos e carteiras construídas, cerca de 133,5%, e apresentou uma volatilidade de 39,48%. O CDI apresentou o pior retorno entre os ativos encontrados, com um

retorno acumulado de cerca de 15,8%, mostrando a importância da visão de longo prazo ao se investir em ativos de maior risco, que em prazos mais longos tendem a trazer melhores desempenhos dada a alta volatilidade. Em seguida, o Ibovespa apresentou um retorno de cerca de 59,5% com volatilidade de 52,16% para o período e o S&P 500 com um retorno de 124,6% e volatilidade de 41,26%.

Dentro dos portfólios construídos, a carteira igualmente proporcionada conseguiu entregar os melhores retornos, cerca de 86%, com volatilidade de 21,2%. A partir desses valores, é possível encontrar um índice de Sharpe de 3,31 para o período, algo realmente considerável. Já a carteira otimizada conseguiu entregar um retorno de 79% e volatilidade de 22,67%, o que indica um Sharpe de 2,79, o pior entre as carteiras o período. Dentro da carteira de melhor Sharpe, observa-se retorno de 70,7% e volatilidade de 16,07%, sinalizando um índice de Sharpe de 3,42, o melhor entre todas as carteiras observadas, indicando um desempenho atrativo, dado um menor padrão de risco quando comparado as demais carteiras desenvolvidas e índices de mercado. Um dado adicional interessante na análise, é o número de dias de retorno negativos de cada uma das carteiras e índices estudados.

Conforme a tabela abaixo do gráfico, a carteira igualmente proporcionada foi a que apresentou menos dias de retorno negativo assim como o Ouro, mas, apesar desse dado, os demais portfólios obtiveram valores bem próximos dessa carteira.

Gráfico 15 – Desempenho das carteiras e índices desde janeiro de 2018



Fonte: Dados Investing, elaborado pelo autor, 2021.

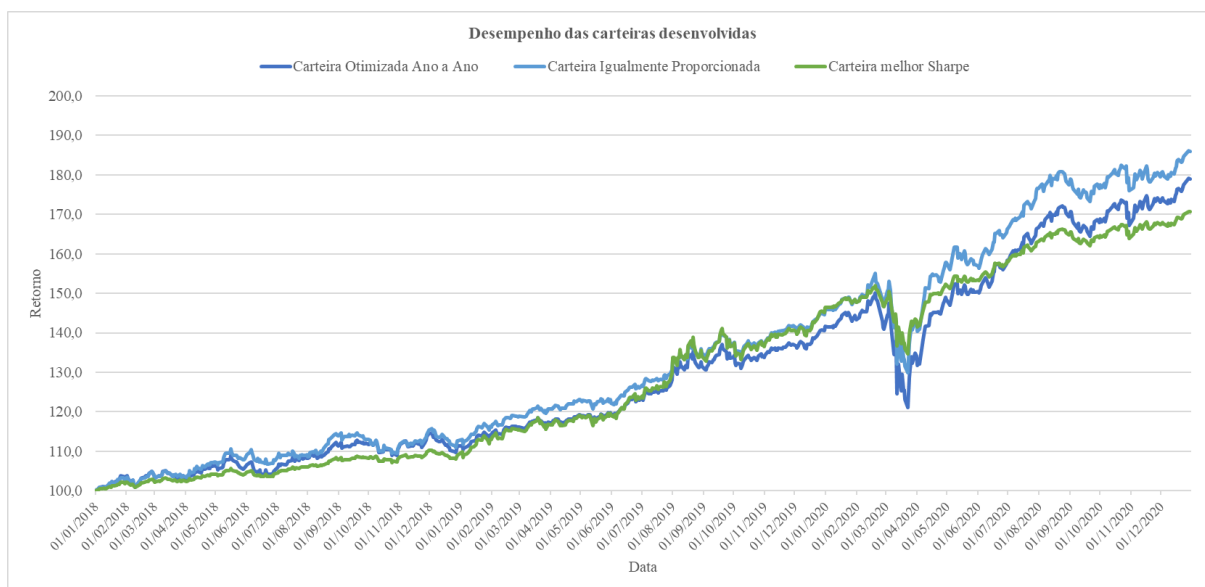
Tabela 3 – Consolidação de desempenho das carteiras e índices

DADOS	Volatilidade	Retorno	Sharpe	Dias Negativos
Carteira Otimizada Ano a Ano	22,67%	78,93%	2,79	320
Carteira Igualmente Proporcionada	21,20%	85,93%	3,31	314
Carteira melhor Sharpe	16,07%	70,67%	3,42	316
Ibovespa	52,16%	59,46%	0,84	345
CDI	0,18%	15,77%	0,00	0
S&P 500	41,26%	124,61%	2,64	336
Ouro	39,48%	133,57%	2,98	314

Fonte: Dados Investing, elaborado pelo autor, 2021.

Agora, com base no gráfico abaixo que busca demonstrar apenas o desempenho das carteiras desenvolvidas, fica nítido que o *drawdown* da verde é bem menor por ser considerada mais “conservadora”, isto é, sua composição manteve em média uma alta alocação no ativo livre de risco e por isso, em período de maior estresse, a carteira tende a sofrer menos, mas em contrapartida, no longo prazo tende a ter um rendimento menor. Além disso, durante boa parte do período analisado, as carteiras não apresentavam diferenças significativas no que diz respeito ao seu retorno e observa-se uma mudança considerável desse fato logo após o agravamento da pandemia, onde depois da recuperação das bolsas mundiais, que teve início em meados de abril de 2020, a carteira igualmente proporcionada passa a ter o melhor desempenho e termina o período em análise com uma alta de 86%, enquanto a carteira otimizada ano a ano terminou com 79% e a de melhor Sharpe com 70,7%. Esse desempenho superior da carteira igualmente proporcionada veio do fato de apresentar uma posição maior no Ouro do que as demais carteiras, dado que esse foi o ativo com melhor retorno no período e o que mais cresceu durante a crise.

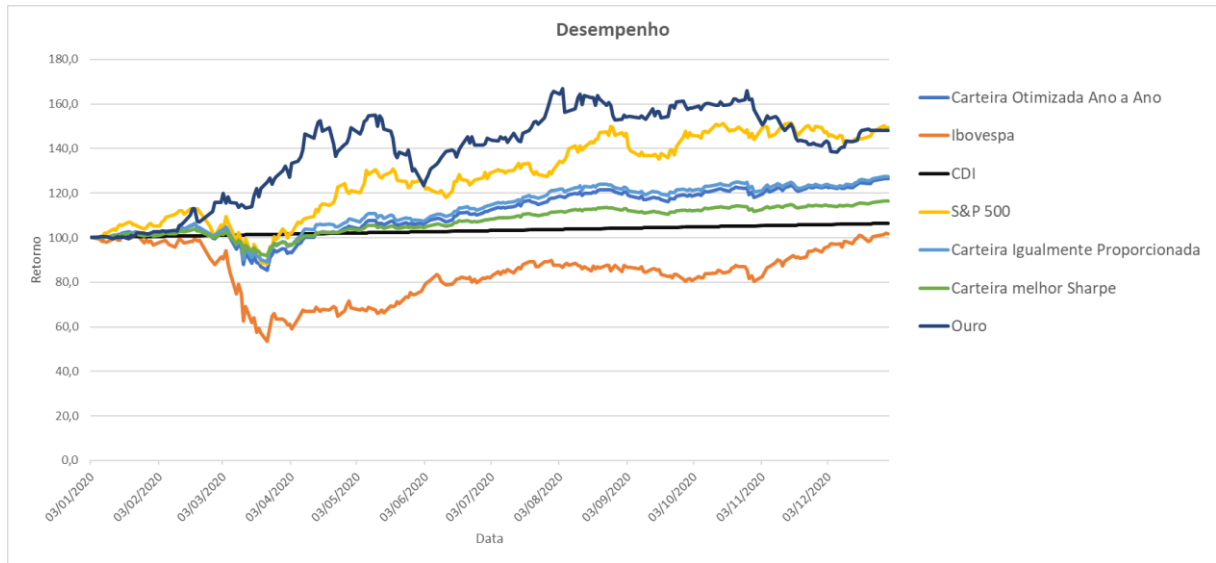
Gráfico 16 – Desempenho das carteiras desenvolvidas



Fonte: Dados Investing, elaborado pelo autor, 2021.

Dessa vez, cabe observar o ano de 2020 separadamente, o último ano do estudo, e seu efeito em cada um dos ativos, visto que foi um período capaz de testar o estresse de qualquer carteira e consolidar a tese do presente estudo. O gráfico abaixo representa exatamente esse teste, que mostra o início da queda de todos os ativos no final de fevereiro, exceto pelo Ouro que passa a ter expressiva valorização. A recuperação do S&P 500 foi a melhor devido a sua composição de dólar e aos crescentes estímulos econômicos concedidos pelo *Federal Reserve* (FED), o banco central americano. Já as carteiras desenvolvidas haviam se recuperado da crise em meados de maio, enquanto o Ibovespa, pior ativo de 2020, fechou o ano com uma alta de apenas 2,92%. Assim, as carteiras se mostraram sólidas em seus retornos, apresentando uma volatilidade reduzida e uma defesa quanto a estresses de mercado.

Gráfico 17 – Desempenho das carteiras e índices em 2020.



Fonte: Dados Investing, elaborado pelo autor, 2021.

5. CONCLUSÃO

Para conclusão do estudo cabem algumas pontuações e avaliação da viabilidade do projeto. Como a diversificação gerou retornos extremamente positivos, é possível afirmar que o estudo pode ser implementado para estruturação de carteira de qualquer investidor que deseja criar um portfólio mais completo de investimentos seguindo algum perfil de retorno ou volatilidade esperados. Apesar disso, ter uma carteira igualmente diversificada se mostrou mais atrativo no longo prazo em termos de retornos absolutos, do que realizar otimizações ano a ano, pois conforme dito anteriormente, não significa que por um ativo ter performado bem no ano anterior, que ele deve seguir na mesma linha no ano seguinte e a otimização sempre deu um peso maior aos melhores ativos do ano anterior. Por outro lado, a otimização de melhor Sharpe gerou uma relação risco retorno bem superior a qualquer uma das carteiras, e, por isso, poderia ser aceito como um ótimo modelo para estruturação de um portfólio segundo os resultados obtidos.

Logo, mesmo que a carteira igualmente proporcionada não represente um portfólio eficiente nos anos em questão, seus retornos se mostraram mais atrativos no longo prazo e seria mais indicado para um investidor buscando retornos melhores com níveis de riscos mais controlados. Caso a preocupação seja uma melhor relação risco e retorno, o modelo de observação da carteira de melhor Sharpe faria mais sentido. Mas, caso o investidor não se preocupe com volatilidade e esteja buscando apenas retornos, o Ouro e o S&P500 individualmente se destacaram nesse quesito, mas os riscos de concentração em apenas um desses dois ativos se mostram extremamente elevados e não seriam recomendados.

Dentro dos próximos anos, devemos observar um crescimento no mercado de ETFs no Brasil, o que pode levar a uma maior aplicabilidade dos estudos apresentados, devido à possibilidade de maior diversificação com valores menores e sem necessidade de análise minuciosa de ativos para inclusão em carteira.

Como era esperado, a diversificação e as otimizações resultaram em ótimos resultados nas carteiras. A base das escolhas dos ativos pode ser feita de maneira bem fácil, por qualquer investidor buscando compor seus objetivos de longo prazo e, como os valores iniciais das aplicações estão cada vez menores, torna-se possível formar um portfólio robusto com valores baixíssimos. Dessa forma, os objetivos desse estudo foram atingidos abrangendo a revisão de literatura sobre Markowitz e a análise dos resultados frente a indicadores de mercado.

A teoria moderna do portfólio deve ser usada como uma referência para a construção de carteiras, mas ainda assim se faz necessário o uso de um conjunto de teorias, indicadores,

análises e estudos econômicos sobre os ativos para atingir uma precisão maior e melhora nos resultados obtidos.

6. REFERÊNCIAS

B3. **Página inicial.** Disponível em: http://www.b3.com.br/pt_br/. Acesso em: 17 mai. 2021.

BARROS, Julia Comparato Monteiro de; RAMOS, Julia de Almeida Chambers. **Uma aplicação da teoria de Markowitz no mercado brasileiro de ETF.** Disponível em: <https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/colecao.php?strSecao=resultado&nrSeq=31771@1>. Acesso em: 25 mai. 2021.

CUSTO de oportunidade. **Dicionário financeiro.** Disponível em: <https://www.dicionariofinanceiro.com/custo-de-oportunidade/>. Acesso em: 4 mai. de 2021

ETF listados. **B3.** Disponível em: http://www.b3.com.br/pt_br/produtos-e-servicos/negociacao/renda-variavel/etf/renda-variavel/etfs-listados/. Acesso em: 05 mai. 2021.

FERAM OF MISSING OUT. **Página inicial.** Disponível em: <http://fomofearofmissingout.com/fomo>. Acesso em: 21 abr. de 2021

GOMES, Gabriella Karine Barreto. **Análise do risco em uma carteira de investimento: uma aplicação a partir da teoria de Markowitz.** Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/1880/1/GKKBG30082017.pdf>. Acesso em: 25 mai. 2021.

GÓMEZ, Natália. **Ouro como investimento: entenda como o metal protege sua carteira.** Disponível em: <https://www.euqueroinvestir.com/ouro-como-investimento-entenda-como-o-metal-protege-sua-carteira/>. Acesso em: 4 mai. 2021.

HEATH, Alexandra; GALATI, Gabriele; MCGUIRE, Patrick M. Evidence of Carry Trade Activity. **BIS Quarterly Review**, sep. 2007. Disponível em: <https://ssrn.com/abstract=1490984>. Acesso em: 05 mai. 2021.

ÍNDICE de Sharpe: o que é e como utilizar ao comparar fundos de investimento. **Warren.** Disponível em: <https://warren.com.br/blog/indice-de-sharpe/>. Acesso em 21 mai. 2021.

INVESTING. **Página inicial.** Disponível em: <https://br.investing.com/>. Acesso em: 21 mai. 2021.

KONO, Pedro; YATRAKIS, Pan; SEGAL, Sabrina. **An Empirical Study Of Japanese Market Efficiency: Comparing The Risk-Adjusted Performance Of An ETF Portfolio Versus The Topix Index.** Disponível em: https://globaljournals.org/GJMBR_Volume11/7-An-Empirical-Study-Of-Japanese.pdf. Acesso em: 25 mai. 2021.

LARGHI, Nathália. **Brasileiro diversificou mais seus investimentos em 2020, mostra AMBIMA.** Disponível em: <https://valorinveste.globo.com/objetivo/hora-de-investir/noticia/2021/02/04/brasileiro-diversificou-mais-seus-investimentos-em-2020-mostra-ambima.ghtml>. Acesso em: 20 abr. de 2021.

_____; GOEKING, Waleska. **Euforia e medo de perder a oportunidade atrapalha investidores, diz Howard Marks.** Disponível em:

<https://valorinveste.globo.com/objetivo/hora-de-investir/noticia/2020/07/17/euforia-e-medo-de-perder-a-oportunidade-atrapalha-investidores-diz-howard-marks.ghtml>. Acesso em: 21 mai. 2021.

MOTA, Lula. **Nobel 1990: Harry M. Markowitz**. Disponível em: <https://terraceconomico.com.br/nobel-1990-harry-m-markowitz/>. Acesso em: 25 abr. 2021.

NUMBER of exchange traded funds (ETFs) in the United States from 2003 to 2020. **Statista**. Disponível em: <https://www.statista.com/statistics/350525/number-etfs-usa/#:~:text=In%202020%2C%20there%20were%20%2C204%20ETFs%20in%20the%20U%20nited%20States>. Acesso em: 10 jun. 2021.

O PAPEL dos juros na economia. **Politize**. Disponível em: <https://www.politize.com.br/o-papel-dos-juros-na-economia/>. Acesso em: 02 mai. de 2021.

OURO 2021. **Eu quero investir**. Disponível em: <https://www.euqueroinvestir.com/ouro-2021/>. Acessado em 6 mai. 2021.

PRATES, W. R., SANTOS, A. A. P., COSTA Jr, N. C. A. **Excesso de confiança, turnover e retorno: evidência no mercado brasileiro**. Disponível em: <http://www.spell.org.br/documentos/ver/36110/excesso-de-con---anca--turnover-e-retorno--evidencia-no-mercado-brasileiro->. Acesso em: 05 mai. 2021.

QUEM é Harry Markowitz. **Mais retorno**. Disponível em: <https://maisretorno.com/portal/termos/m/markowitz>. Acesso em: 05 jun. 2021.

RENNER, Marcos. **Teoria do Portfólio de Markowitz em momentos de crise**. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/60625/000863146.pdf?sequence=1>. Acesso em: 10 jun. 2021.

RISCO sistemático e não sistemático. **Pro educacional**. Disponível em: <https://proeducacional.com/ead/curso-cga-modulo-ii/capitulos/teoria-moderna-das-carteiras/aulas/risco-sistematico-e-nao-sistematico-teoria-moderna-das-carteiras/>. Acesso em: 10 jun. 2021.

SETTE, Humberto Marcos Leão. **Ouro, Ibovespa e Criptoativo: proposta de carteira segundo Markowitz**. 2018. 79p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Economia). Belo Horizonte - Universidade do Sul de Santa Catarina. Disponível em: https://riuni.unisul.br/bitstream/handle/12345/6903/Ouro%2C%20Ibovespa%20e%20criptoativo_uma%20proposta%20de%20carteira%20segundo%20Markowitz.pdf?sequence=1&isAlloved=y. Acesso em: 10 jun. 2021.

SP 500. **SP global**. Disponível em: <https://www.spglobal.com/spdji/en/indices/equity/sp-500/>. Acessado em: 10 abr. 2021.

TREVIZAN, Karina. **Alta da SELIC: Brasil fica na contramão da tendência de juros negativos no mundo**. Disponível em: <https://investnews.com.br/economia/alta-da-selic-brasil-fica-na-contramao-da-tendencia-de-juros-negativos-no-mundo/#:~:text=A%20taxa%20de%20juros%20real,resulta%20em%20taxa%20real%20negativa>. em: 25 abr. 2021. Acesso em 20 de Maio de 2021.

FERMAN, Bruno; LERSCH, Maurício Silveira; YOSHINAGA, Claudia Emiko. **Viés de familiaridade na alocação de ativos de investidores brasileiros.** *Revista Brasileira de Finanças*, v. 15, n. 1, p. 7-24, 2017. Disponível em: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=305851924002>. Acesso em 21 de Maio de 2021.

BRUM, Felipe Meneghetti. **Aplicação da teoria de Markowitz e índice de Sharpe em um clube de investimento.** 2008. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/16808>. Acesso em 21 de Maio de 2021.

MANGRAM, Myles E. A simplified perspective of the Markowitz portfolio theory. *Global journal of business research*, v. 7, n. 1, p. 59-70, 2013. Disponível em: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2147880. Acesso em 22 de Maio de 2021.

REAGLE, Joseph. **Following the Joneses: FOMO and conspicuous sociality.** *First Monday*, 2015. Disponível em: <https://journals.uic.edu/ojs/index.php/fm/article/view/6064>. Acesso em 23 de Maio de 2021.

NOVAIS, André Duarte de. **Índices de bolsas de valores, moedas e commodities: uma análise de correlações.** Disponível em: <https://www.acervodigital.ufpr.br/handle/1884/37061>. Acesso em 22 de Maio de 2021.

XAVIER, Priscila et al. **APLICABILIDADE DA TEORIA DA CARTEIRA DE MARKOWITZ COMO FORMA DE DIVERSIFICAÇÃO E MINIMIZAÇÃO DE RISCOS.** *Anais do Salão Internacional de Ensino, Pesquisa e Extensão*, v. 10, n. 2, 2018. Disponível em: <https://periodicos.unipampa.edu.br/index.php/SIEPE/article/view/100540>. Acessado em 22 de Maio de 2021