

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

ANÁLISE DE MÉDIA VARIÂNCIA, CAPM, E UM ESTUDO DO PROCESSO DE
LIBERALIZAÇÃO DO MERCADO DE CAPITAIS NO BRASIL

Neylson Moreira Braga

9615081-2

Orientador: Márcio Garcia

Junho 1994

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

ANÁLISE DE MÉDIA VARIÂNCIA, CAPM, E UM ESTUDO DO PROCESSO DE
LIBERALIZAÇÃO DO MERCADO DE CAPITAIS NO BRASIL

Neylson Moreira Braga

9615081-2

Orientador: Márcio Garcia

Junho 1994

Agradecimentos

Gostaria de agradecer ao prof. Márcio Garcia, por sua atenciosa orientação.

A primeira parte desta monografia é, com algumas modificações, minha última monografia feita para o PET. Nesta, além de já receber alguma ajuda do prof. Márcio Garcia, tive a profícua orientação do prof. Marco Bonomo. Ao mesmo, devo meus agradecimentos.

Sou grato, também, ao professor Humberto Moreira. Em minha última monografia do PET, recebi, também, considerável ajuda dele. De fato, meu próprio interesse no CAPM originou-se de nossas conversas sobre o tema que eu escolheria para este último trabalho no PET.

Quero agradecer ao Maurício, do segundo ano de mestrado. Prestou-me favores, com relação aos dados da monografia, com notáveis generosidade e diligência.

Com relação aos dados, devo agradecer, também, ao Áureo, que, com bastante interesse, me auxiliou com seus conhecimentos do *Bloomberg*.

Sou grato ao Marcus Vinícius Valpassos, por esclarecer certos pontos quanto ao texto para discussão 389 do departamento.

Devo agradecimentos adicionais ao prof. Márcio Garcia por ceder-me os gráficos de conta capital e de investimento de portfólio. Sou grato, também, a Tatiana Brandão, pela gentileza com que salvou os mesmos para mim.

Não poderia deixar de agradecer ao meu irmão, Ted, e minha mãe, Luiza. Eles participaram, de forma decisiva e positiva, do cenário em este trabalho foi feito. Em particular, acima de toda a gratidão, está a que sinto pela minha mãe. Sem dúvida, todo o conjunto das coisas boas que fiz, faço, ou vier a fazer em

minha vida, eu devo a ela. Apenas espero que esta monografia também pertença a este conjunto.

Índice

Introdução	3
<u>Capítulo 1</u>	4
A representação das preferências	9
Diversificação de portfólios	13
Fronteira de portfólios de risco	19
Teorema da Separação	30
Fronteira de portfólios com ativo sem risco	31
Fator básico	37
Riscos sistemáticos e não sistemáticos	38
“Shadow prices” e Expectativas homogêneas	42
Equilíbrio no mercado de ativos	44
Algumas críticas ao CAPM	48
<u>Capítulo 2</u>	
Notas sobre o processo de abertura do mercado de capitais brasileiro	51
Notas sobre mudanças de legislação de investimentos no Brasil	61
Exercício Econométrico	63
Conclusões	67
Bibliografia	71
Anexos	73

Gráficos e Regressões

Introdução

Esta monografia é um estudo sobre desenvolvimentos introdutórios em Finanças, até o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). Podemos dividi-la em duas partes. Na primeira, tratamos desses desenvolvimentos a nível teórico, procurando esclarecer tanto os argumentos intuitivos quanto matemáticos por trás dos mesmos.

A segunda parte é um exercício econométrico com o CAPM, no contexto do recente processo de liberalização do mercado de capitais brasileiro. Procuramos observar o desenvolvimento do beta entre os portfólios “BOVESPA” e “STANDARD&POOR”, este sendo o nosso portfólio de mercado.

CAPÍTULO I. ANÁLISE DE MÉDIA-VARIÂNCIA E CAPITAL ASSET PRICING MODEL

Uma suposição popular em Economia é, em português simples, que “nada cai do céu”, ou “não existe almoço grátis”. Coisas que nos beneficiam costumam vir associadas a algum tipo de custo, em uma relação conhecida como *tradeoff*. Por exemplo, as pessoas trabalham para ter lazer.

Os agentes no mercado financeiro enfrentam um tipo particular de *tradeoff*: risco *versus* retorno esperado. Exemplificando, o retorno obtido por uma aplicação em caderneta de poupança é menor do que o retorno esperado obtido em ações. Ao mesmo tempo, o risco da aplicação feita na caderneta é zero, pois o depositante sabe quanto terá no final do período, enquanto o risco de uma ação, embora possa ser alto ou baixo, nunca é desprezível. Assim, aquele que aplica em ações, esperando obter retorno maior, aceita um risco maior, em troca, para a sua riqueza.

Enquanto o retorno esperado de uma aplicação costuma ser medido pela média dos retornos, o risco é avaliado através da variância dos mesmos. Assim, um agente, ao considerar um investimento, em particular, vê a média de seus retornos como um *good* e a variância, como um *bad*. Seu *tradeoff* refere-se, portanto, a estes dois fatores.

Visando a obter um modelo do comportamento do investidor, devemos, portanto, determinar como este procura obter, para um dado ativo ou portfólio¹, a relação mais atraente entre o retorno esperado e a variância do mesmo.

O que faremos neste capítulo é um levantamento teórico, introdutório, em Finanças. Procuramos desenvolver a análise de média – variância e, em seguida, o *Capital Asset Pricing Model*. O objetivo é sistematizar o comportamento do investidor e, nas restrições do modelo, dos retornos dos ativos.

A representação das preferências

A função utilidade de nosso investidor, $u: W \Rightarrow R$, será monótona, crescente e côncava. A primeira qualificação representa sua ambição por um retorno maior. Já o fato de sua função utilidade ser côncava implica que ele é avesso ao risco: a utilidade que obtém do retorno esperado dos ativos é maior que a média das utilidades destes retornos. Naturalmente, portanto, ele não participa de uma aposta com retorno esperado zero (o chamado *fair game*).

Façamos uma expansão de Taylor na função utilidade do agente em torno da sua riqueza esperada para o fim do período considerado².

¹ Uma combinação de ativos.

$$u(W) = u(E[W]) + u'(E[W])(W - E[W]) + (1/2)u''(E[W])(W - E[W])^2 + R_3,$$

onde

$$R_3 = \sum_{n=3}^{\infty} (1/n!)u^{(n)}(E[W])(W - E[W])^n$$

$u^{(n)}$: derivada de u de ordem n .

Suponha que a série de Taylor convirja e que as operações de expectativa e somatório sejam comutativas. Então,

$$E[u(W)] = u(E[W]) + (1/2)u''(E[W])\sigma^2(W) + E[R_3],$$

onde

$$E[R_3] = \sum_{n=3}^{\infty} (1/n!)u^{(n)}(E[W])m^n(W) \quad *$$

onde

$m^n(W) = E((W - E(W))^n)$: momento central de W de ordem n .

A utilidade do agente cresce com a riqueza, por ser monótona crescente, e decresce com a variância, porque, sendo côncava, a derivada de ordem dois dessa função é menor que zero. Mas, como observamos em (*), a expansão de Taylor da mesma função pode ser expressa em momentos centrais de ordem genérica. Isto significa que, se $E[R_3] \neq 0$, a utilidade não dependerá, apenas, da média e da variância da riqueza, ao contrário do que

² Seguiremos o desenvolvimento do modelo encontrado em Huang.

havíamos suposto - que o relevante para o agente era a média e a variância de seus retornos³.

Se possível, gostaríamos de anular $E[R_3]$. Devemos, para tanto, nos ater à duas opções: a primeira, achar uma função, crescente e côncava, cujas derivadas de ordem superior a dois sejam zero (sendo, portanto, $u^{(n)}$ nula para $n > 2$); a segunda, encontrar uma distribuição de probabilidades cujos momentos centrais possam ser expressos em função, apenas, de média e variância. São nossas únicas escolhas, visto que $(1/n!), E[W] > 0$.

Nossa primeira opção encontra-se na função quadrática: crescente e com derivadas de ordem superior a dois sendo nulas. Se usarmos esta função para representar preferências, poderemos trabalhar com quaisquer distribuições de retornos.

Entretanto, há dois problemas com esta abordagem. Em primeiro lugar, a função quadrática expressa saciação. Isto é, há um ponto a partir do qual, se o indivíduo ficar mais rico, perde utilidade (Por acaso, o leitor conhece alguém assim?). Tal comportamento não se aplica a uma parcela substancial da população.

Em segundo lugar, o agente caracterizado por esta função trata os ativos arriscados com bens inferiores. Isto se relaciona com um conceito desenvolvido por Arrow e Pratt,

³ A variância sendo o momento central de ordem dois.

chamado aversão absoluta ao risco, e expressa por $R_A(.) = - u''(.)/u'(.)$.⁴ Suponha uma função utilidade quadrática, côncava e crescente:

$$u(W) = aW^2 + bW + c$$

Segue que

$$u'(W) = 2aW + b, e$$

$$u''(W) = 2a$$

Como a função é crescente, $2aW + b > 0$, e, como é côncava, $a < 0$. Desse modo, segue-se, também, que $b > 0$. Daí,

$$R_A(W) = - 2a / (2aW + b) \quad e$$

$$R_A'(W) = 4a^2 / (2aW + b)^2 = [2a / (2aW + b)]^2 > 0 .$$

Logo, quanto maior a riqueza do indivíduo, maior a sua aversão absoluta ao risco. Para um dado nível de variância, se o agente vê sua riqueza aumentada, investe proporção menor da mesma em ativos de risco. No mundo real, no entanto, parcela não desprezível dos indivíduos vê ativos de risco como bens normais. Ao aplicar o modelo com função de utilidade quadrática devem-se ter essas duas qualificações em mente.

Nossa segunda opção para anular $E[R_3]$ é assumir que a distribuição dos retornos dos ativos arriscados é normal. Seus momentos centrais de ordem maior que dois são expressos em termos da média e da variância.

⁴ Para maiores interessados no desenvolvimento do conceito, sugerimos o capítulo 1 de Huang.

Ademais, uma combinação de ativos que têm essa propriedade também possui a mesma propriedade. Isso também é importante, na medida em que o agente, ao procurar a relação retorno esperado/risco que seja a mais atrativa, vai considerar, também, os resultados obtidos ao combinar ativos diferentes.

Com tal distribuição podemos expressar a utilidade do agente através de qualquer função com uma qualificação: a mesma deve estar definida para valores negativos do argumento. Valores negativos de riqueza? Sim, porque a distribuição normal não é limitada por baixo (e nem por cima).

A análise que estamos compondo é chamada de *análise de média - variância*, pois, claramente, o que importa são estes dois conceitos. Pelo que vimos acima, suas condições não são as mais gerais. No entanto, sua primeira composição, por Harry Markowitz, no *paper "Portfolio Selection"*, em 1952, foi um primeiro e importante passo na direção de modelos econômicos e matemáticos sobre o comportamento dos investidores no mercado financeiro. Ademais, o modelo veio a mostrar-se útil, também, em termos de previsão.

Diversificação de portfólios

Notamos, acima, que o agente, inclusive, combinará ativos, em busca da relação “retorno esperado - variância” mais atraente. Aqui, é útil lembrar o velho ditado “não se deve colocar todos os ovos na mesma cesta”. Isto porque, caso ela caia, perdem-se todos. Aquele que divide seus ovos em algumas cestas não só dificilmente deixará cair todas de uma vez, como, provavelmente, não carregará todas em uma só viagem. Talvez, ele até tenha menos cuidado com cada uma das cestas, em particular, do que teria com aquela que tivesse todo o conteúdo. Mas imprevistos acontecem... E tal concentração significa proteger-se menos deles.

Volatilidade é um fator bastante associado ao mercado financeiro. Seus ativos mudam de preço bruscamente, e, em uma mudança brusca destas, perde-se ou ganha-se considerável soma. Analogamente ao ditado acima, quem *diversifica* sua riqueza em um número maior de aplicações corre menos risco do que aquele que concentra seus investimentos em um grupo pequeno. No primeiro caso, temos que, se o retorno de um ativo cai bruscamente, parte da riqueza do agente permanece protegida, a saber, aquela aplicada em ativos cujos retornos, ou não caíram, ou não desceram tanto. Desse modo, *diversificar* oferece mais estabilidade ao portfólio. Tal efeito, proteção, é tanto maior quanto mais as aplicações forem feitas em indústrias de caráter bem distinto.

Segundo Markowitz,

“A portfolio with sixty different railways securities, for example, would not be as well diversified as the same size portfolio with some railroad, some public utility, mining, various sort [sic] of manufacturing, etc. The reason is that it is

generally more likely for firms within the same industry to do poorly at the same time than for firms in dissimilar industries.”⁵

Claro que permanece o *tradeoff* básico do investidor. Por um lado, fica menos provável que todas as ações de seu portfólio, ou grande parte delas, caiam muito numa mesma ocasião, e isto reduz o seu risco. Mas, por outro, argumento simétrico conduz à redução das chances do agente ter um salto de grande destaque em seus retornos. A estabilidade, infelizmente, também ocorre para cima.

Markowitz observou que a variância de um portfólio é *menor ou igual* à média das variâncias de cada ativo componente, embora o retorno esperado do portfólio seja *igual* à média dos retornos esperados. É esta propriedade, intuitivamente presente nos comentários acima, que faz os ganhos da diversificação. Sabemos que, havendo duas variáveis aleatórias “a” e “b”,

$$\text{variância } [\alpha a + (1-\alpha)b] = \alpha^2 \sigma_a^2 + 2\alpha(1-\alpha)\sigma_{a,b} + (1-\alpha)^2 \sigma_b^2 \quad (\text{i}), \text{ e que}$$

$$\rho_{a,b} = \sigma_{a,b} / \sigma_a \sigma_b \quad \Rightarrow \quad \sigma_{a,b} = \rho_{a,b} \sigma_a \sigma_b \quad (\text{ii}),$$

onde

$0 < \alpha < 1$; σ_i é a variância de i , sendo $i = a, b$; $\sigma_{a,b}$ é a covariância entre “a” e “b”; e $\rho_{a,b}$, o índice de correlação entre “a” e “b”.

Substituindo (ii) em (i), temos

$$\text{variância } [\alpha a + (1-\alpha)b] = \alpha^2 \sigma_a^2 + 2\alpha(1-\alpha)\rho_{a,b} \sigma_a \sigma_b + (1-\alpha)^2 \sigma_b^2 \quad (\text{iii})$$

⁵ Citado em Bernstein, p. 50.

Suponha, então, que “a” e “b” sejam dois ativos. Vamos ilustrar a observação de Markowitz com um exemplo numérico⁶. A tabela abaixo contém os dados de “a” e “b”.

$E[r_a]$	0.175
$E[r_b]$	0.055
σ_a^2	0.066875
σ_b^2	0.013225
σ_a	0.2586
σ_b	0.1150
$\sigma_{a,b}$	-0.004875
$\rho_{a,b}$	-0.1639

Suponha que o investidor tem R\$ 100 e decidiu investir R\$ 60 em “a” e R\$ 40 em “b”. Então,

$$E[\text{portfólio}] = (0.6)(0.175) + (0.4)(0.055) = 0.127$$

$$\text{Média ponderada dos desvios-padrão} = (0.6)(0.2586) + (0.4)(0.1150) = 0.2012$$

$$\text{Variância } [(0.6)a + (0.4)b] = \alpha^2\sigma_a^2 + 2\alpha(1-\alpha)\rho_{a,b}\sigma_a\sigma_b + (1-\alpha)^2\sigma_b^2$$

⁶ Extraído de Ross.

$$= (0.6)^2(0.066875) + (2)(0.6)(0.4)(-0.1639)(0.2586)(0.1150) + (0.4)^2(0.013225) = 0.023851 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Desvio-padrão } [(0.6)a + (0.4)b] = (0.023851)^{1/2} = 0.154438$$

O desvio-padrão do portfólio é menor do que a média dos desvios-padrão dos ativos. Embora o nosso retorno mantenha-se de acordo com a proporção mantida de cada ativo, o desvio-padrão, o risco, torna-se menor do que a simples proporção indicaria. Isto pode ser visto no gráfico 1, presente, assim como todos os outros, no apêndice.

Se o desvio-padrão não fosse menor, mas, sim, igual à média dos desvios-padrão, o ponto referente ao portfólio composto pelos dois ativos estaria sobre uma reta que ligasse os pontos correspondentes a estes dois ativos. Claramente, o ponto em questão está à esquerda desta reta.

Isto ocorre porque a relação entre os retornos dos ativos contribui para a redução do risco do empreendimento. Observe que tanto o índice de correlação quanto a covariância entre os retornos dos ativos são negativos. Isto significa que, em média, quando o retorno de um ativo sobe, o do outro aumenta, e vice-versa. Este movimento reduz a flutuação do retorno do portfólio formado pelos dois.

Sabemos que $-1 \leq \rho_{a,b} \leq 1$, para quaisquer dois ativos. Uma pergunta natural é: para que valores de $\rho_{a,b}$ a relação entre os retornos de “a” e “b” reduz o risco a um nível menor que o da simples ponderação entre os riscos desses ativos?

Naturalmente, $-1 \leq \rho_{a,b} < 0$ é parte da resposta, pelo nosso argumento acima. E, à medida em que aumentamos o valor de $\rho_{a,b}$, menos forte é o mesmo argumento, pois uma maior correlação entre os retornos aumenta a oscilação do portfólio. Assim, a pergunta reduz-se a: *até* que valor de $\rho_{a,b} \geq 0$ dá-se o referido fenômeno?

Se repetirmos o cálculo da variância do portfólio com $\rho_{a,b} = 1$, obtemos que a mesma é 0.40466, cuja raiz quadrada é 0.2012, i.e., igual à média ponderada dos desvios-padrão, feita acima. Como uma inspeção de (iii) nos diz que, ao reduzir $\rho_{a,b}$, reduzimos a variância do portfólio, segue que 1 é o supremo do conjunto dos valores de $\rho_{a,b}$ que respondem nossa pergunta, sendo supremo não pertencente ao conjunto. Logo, a resposta inteira é $-1 \leq \rho_{a,b} < 1$. Isto nos leva a outra formulação: não considerar os efeitos da diversificação, supondo que o desvio-padrão do portfólio é igual à média ponderada dos desvios-padrão de seus ativos componentes⁷, implicou, neste caso, a suposição de que os ativos em questão têm seus retornos perfeitamente correlacionados.⁸

⁷ Ponderação, naturalmente, feita com base nos pesos dos ativos no portfólio.

⁸ Veremos abaixo que supor que o desvio-padrão do portfólio de dois ativos é igual à média ponderada dos desvios-padrão desses ativos também pode ocorrer com índice de correlação zero, a saber, quando, pelo menos, um deles tiver retorno constante.

Vamos iniciar, agora, uma resolução, com uma discussão mais formal, do problema do investidor. Em primeiro lugar, lançando mão da ferramenta de diversificação de ativos, vamos encontrar portfólios que darão, ao agente, a menor variância, para cada retorno esperado.

Fronteira de portfólios de risco

Por enquanto, vamos considerar apenas ativos arriscados. Além disso, haverá, no mínimo, dois ativos desta natureza, em uma economia não friccional, sem limites para *short selling*⁹. Os ativos terão combinações de variâncias (finitas) e retornos esperados diversos. Supomos, também, que o retorno de um ativo não pode ser expresso como combinação linear dos retornos de outros. Com esta hipótese, a matriz V de covariâncias é não singular.

Em primeiro lugar, devemos resolver a seguinte minimização:

$$\min_{\{w\}} (1/2)w^T V w \tag{1}$$

sujeita a

$$w^T e = E[r_p] e$$

$$w^T \mathbf{1} = 1,$$

⁹ *Short selling* de um ativo ocorre quando um investidor vende este ativo, que não lhe pertence, mas o qual pegou emprestado. Ele pode fazer isto por acreditar que comprará o mesmo a um preço menor o suficiente, no futuro, para que, mesmo descontando os juros de empréstimo, tenha lucro na venda. Ou então, por desejar investir em um outro conjunto de ativos mais do que sua riqueza lhe permite. Neste caso, *short selling* lhe

onde

V: matriz de covariâncias;

e: vetor N de taxas de retorno esperado nos N ativos de risco;

$E[r_p]$: taxa de retorno esperado no portfólio p;

$\mathbf{1}$: vetor N de números 1;

w: vetor N de constantes; serão os pesos de cada ativo no portfólio; e

$w^T = w$ transposto.

Dados os N ativos no mercado, o que diferenciara um portfólio de outro será o peso relativo de cada ativo dentro de cada portfólio. Dois exemplos de portfólio, em uma economia de, digamos, dois ativos, seriam $w_1 = [0.5 \ 0.5]'$ e $w_2 = [0 \ 1]'$. Qualquer combinação linear dos ativos, ou portfólios, existentes na economia é um portfólio. Através de (1), minimizamos a variância do portfólio w. Tal minimização, como ilustramos no exemplo acima, no caso com dois ativos, envolve as variâncias dos ativos e suas covariâncias. Note que a minimização está sujeita a duas condições.

A primeira é que a mesma seja feita para cada nível de retorno esperado. Isto é, de zero a infinito, estamos escolhendo, para cada retorno esperado possível, aquele portfólio

possibilita uma aplicação maior neste conjunto. Naturalmente, ele acredita que os retornos maiores deste portfólio condicionarão lucro no total da transação.

que, dando esse retorno esperado, tem menor variância, ou seja, o menor risco¹⁰. A segunda diz respeito à alocação de nossa riqueza. O agente aloca sua riqueza, completamente, entre os ativos, na composição de seu portfólio. Note-se que ele pode pedir financiamento através de um ativo para adquirir outro. Isto corresponde a um peso negativo para o ativo que serve de financiamento.

O resultado dessa minimização, que levaremos adiante, chama-se *fronteira de portfólios*. Como sugerimos acima, tal produto nos indica, para cada valor de retorno esperado, o portfólio que, oferecendo esta média de retornos, tem a menor variância.

Usando o método de Lagrange para a minimização,

$$\min_{\{w, \lambda, \gamma\}} L = (1/2)w^T V w + \lambda(E[r_p] - w^T e) + \gamma(1 - w^T \mathbf{1}), \quad (2),$$

sendo $\gamma, \lambda > 0$.

As condições de primeira ordem:

$$\phi L / \phi w = V w_P - \lambda e - \gamma \mathbf{1} = \mathbf{0} \quad (3),$$

$$\phi L / \phi \lambda = E[r_p] - w_P^T e = 0 \quad (4),$$

$$\phi L / \phi \gamma = 1 - w_P^T \mathbf{1} = 0 \quad (5),$$

onde

$\mathbf{0}$: vetor N de zeros.

¹⁰ Claro que o agente avesso ao risco, por nós considerado, não faria uma aposta com retorno esperado

Se V for uma matriz positivamente definida¹¹, as condições de primeira ordem são necessárias e suficientes para alcançarmos um mínimo. Ocorre que V o é, porque $w^T V w$ é a matriz de variância do portfólio mesmo se $w \mathbf{1} \neq 1$ e porque as variâncias são maiores que zero.

Colocando w_P em evidência, em (3), temos

$$w_P = \lambda(V^{-1}e) + \gamma(V^{-1}\mathbf{1}) \quad (6)$$

Então, multiplicamos ambos os lados de (6) por e^T e, como, de (4), sabemos que $E[r_P] = w_P^T e$,

$$E[r_P] = \lambda(e^T V^{-1}e) + \gamma(e^T V^{-1}\mathbf{1}) \quad (7)$$

Pré-multiplique os dois lados de (6) por $\mathbf{1}^T$. De (5), temos que $1 = w_P^T \mathbf{1}$. Como $w_P^T \mathbf{1} = \mathbf{1}^T w_P$, pois é um escalar, resulta

$$1 = \lambda(\mathbf{1}^T V^{-1}e) + \gamma(\mathbf{1}^T V^{-1}\mathbf{1}) \quad (8),$$

(7) e (8) são duas equações com duas incógnitas, γ , λ . Resolvendo para ambas,

$$\lambda = (CE[r_P] - A) / D \quad (9),$$

negativo.

¹¹ Uma matriz V é dita positivamente definida, quando para o vetor w , com $w \neq 0$, $w^T V w > 0$.

$$\gamma = (B - AE[r_P]) / D \quad (10),$$

onde

$$A = \mathbf{1}^T V^{-1} \mathbf{e} = \mathbf{e}^T V^{-1} \mathbf{1},$$

$$B = \mathbf{e}^T V^{-1} \mathbf{e},$$

$$C = BC - A^2$$

$A, B > 0$, visto que a inversa de uma matriz positivamente definida também o é.

$D > 0$, também, pela desigualdade de Cauchy-Schwartz, uma vez que V é não singular e os ativos não têm, todos, a mesma média.

Substituindo (9) e (10) em (6), temos o resultado que procurávamos:

$$w_P = g + h E[r_P] \quad (11),$$

onde

$$g = (1/D) [B(V^{-1}\mathbf{1}) - A(V^{-1}\mathbf{e})] \quad e$$

$$h = (1/D) [C(V^{-1}\mathbf{e}) - A(V^{-1}\mathbf{1})].$$

Por (1), temos que (3), (4), e (5) são condições necessárias e suficientes para que um portfólio seja de fronteira. Acabamos de mostrar que, se ele respeita estas equações, e, portanto, é de fronteira, pode ser expresso por (11). Mas também ocorre que, se um

portfólio pode ser expresso pela equação (11), ele é de fronteira. Isto se deve à seguinte argumentação.

Estamos considerando portfólios com que a riqueza do agente é, toda, despendida, e do qual podemos calcular um retorno esperado. Essas hipóteses são, respectivamente, as condições (4) e (5). Ocorre então que, uma vez supondo (4) e (5), (11) implica em (3). Para ver isto, basta substituir as definições de “g” e de “h” em (11) e usar (4) e (5). O cálculo, embora não seja complexo, é complicado e, por isso, deixamo-lo a cargo do leitor interessado.

O resultado importante é que, nessas condições, se um portfólio pode ser escrito com (11), ele (está de acordo com (5) e, portanto) é um portfólio de fronteira. Como a recíproca já foi demonstrada, segue que um portfólio é de fronteira se, e somente se, pode ser expresso por (11).

Então, para cada retorno esperado, temos um portfólio de fronteira. O conjunto de todos eles nos dá a fronteira de portfólios que procurávamos.

Outro resultado interessante é que todo portfólio formado por dois portfólios de fronteira também é de fronteira. Para ver isto, sejam p_1 , p_2 dois portfólios de fronteira distintos e q um terceiro portfólio de fronteira.

Suponha $E[r_{P1}] \neq E[r_{P2}]$. Então, existe um único número α tal que

$$E[r_q] = \alpha E[r_{P1}] + (1-\alpha)E[r_{P2}] \quad (12),$$

Forme o portfólio com pesos α e $(1-\alpha)$, respectivamente, para p_1 e p_2 . Então,

$$\begin{aligned} \alpha w_{P1} + (1-\alpha)w_{P2} &= \alpha(g + hE[r_{P1}]) + (1-\alpha)(g + hE[r_{P2}]) \\ &= g + h\{\alpha E[r_{P1}] + (1-\alpha)E[r_{P2}]\} \\ &= g + hE[r_q] \\ &= w_q \end{aligned} \quad (13).$$

A primeira igualdade ocorre porque p_1 e p_2 são portfólios de fronteira; a segunda, por uma rearrumação de termos; a terceira, devido a (12); e a quarta é uma aplicação de (11). Está, portanto, provada a proposição.

A variância de um portfólio p é

$$\sigma^2(r_p) = w_P^T V w_P.$$

Substituindo w_P por (6), temos

$$\sigma^2(r_p) = w_P^T V [\lambda(V^{-1}e) + \gamma(V^{-1}\mathbf{1})] = \lambda w_P^T e + \gamma w_P^T \mathbf{1} = \lambda E[r_p] + \gamma$$

Substituindo γ e λ pelas suas definições e rearrumando os termos,

$$\sigma^2(r_p) = (1/D)(C(E[r_p])^2 - 2AE[r_p] + B) \quad (14),$$

que é uma parábola no plano de variância-expectância da taxa de retorno, com vértice em $(1/C, A/C)$.

Podemos, também, escrever (16) como

$$\sigma^2(r_p)/(1/C) - [(E[r_p] - A/C)^2]/(D/C^2) = 1 \quad (15).$$

É uma hipérbole no plano desvio-padrão - expectância da taxa de retorno, com centro $(0, A/C)$ e assíntotas $E[r_p] = A/C \pm (A/C)^{1/2}\sigma(r_p)$.

Façamos a passagem de (14) para (15). Para facilitar um pouco a notação, seja $E[r_p] = \mu$. Então,

$$\sigma^2(r_p) = (1/D)(C\mu^2 - 2A\mu + B) \quad (16).$$

Multiplique ambos os lados por C^2 :

$$\begin{aligned} C^2\sigma^2(r_p) &= (C^2/D)(C\mu^2 - 2A\mu + B) \\ &= (1/D)[C^2(C\mu^2 - 2A\mu) + C^2B] \\ &= (1/D)(C^3\mu^2 - 2C^2A\mu) + (1/D)(A^2C + DC) \quad (i), \end{aligned}$$

Na terceira igualdade, levamos em conta, primeiro, $D = BC - A^2$ e, portanto, $A^2C + DC = A^2C + (BC - A^2)C = A^2C + BC^2 - A^2C = BC^2$; e, segundo, que $C^2B = BC^2$, porque C^2B e BC^2 são escalares e seu produto é, então, comutativo.

Vamos, agora, colocar C^2 em evidência no primeiro termo à direita de (i) e multiplicar por $(1/C^2)$:

$$\begin{aligned}\sigma^2(r_p) &= (1/D)(C\mu^2 - 2A\mu) + (1/C^2D)(A^2C + DC) & (ii) \\ &= (1/D)(C\mu^2) - (1/D)(2A\mu) + (1/DC)(A^2) + 1/C.\end{aligned}$$

Assim,

$$\begin{aligned}\sigma^2(r_p) &= [(\mu - A/C)^2 + (D/C^2)]/(D/C) \\ &= [(\mu - A/C)^2]/(D/C) + 1/C.\end{aligned}$$

Para obter (15), basta, agora, dividir por $(1/C)$, rearrumar os termos e substituir μ por $E[r_p]$.

Veja os gráficos 2 e 3, de (14) e (15), respectivamente. Lembre-se o leitor do gráfico 1. Neste, ao combinarmos dois ativos com índice de correlação menor do que um, obtivemos um ponto à esquerda de uma reta que ligasse os dois pontos referentes aos dois ativos. Isto porque, lembrando, o desvio-padrão do portfólio é menor do que a média dos desvios padrão de seus ativos componentes. Por analogia, entende-se o formato das curvas dos gráficos 2 e 3. Afinal, é, também, combinando ativos e diversificando que os agentes obtêm o portfólio de menor variância para um dado retorno.

Observando os gráficos, no entanto, fica claro que, para cada nível de variância, ou desvio-padrão, há duas alternativas de portfólios, com retornos esperados diferentes. O agente racional, é claro, não iria fazer a escolha com retorno esperado menor. Por isso, a

decisão do agente se dá, apenas, entre seleção de portfólios que têm a maior média, para um dado nível de variância, ou desvio-padrão.

Esta seleção é o conjunto dos portfólios da fronteira que estão acima da reta paralela ao eixo dos desvios-padrão (variâncias) que corta o centro da hipérbole (o vértice da parábola). Por ser o *locus* com menor desvio-padrão (variância) para um dado retorno esperado e, também, com maior retorno esperado para um dado desvio-padrão (variância), tal seleção é chamada fronteira *eficiente* de portfólios.

O vértice da parábola, $(1/C, A/C)$ no gráfico com variâncias, está associado a um portfólio especial, chamado *portfólio de mínima variância* (mvp). Como o próprio nome indica, é aquele com menor variância possível. No caso do gráfico com desvio-padrão, está associado ao centro da hipérbole, em $(0, A/C)$.

Assim, outra maneira de definir a fronteira eficiente de portfólios é afirmar ser esta a parte da fronteira cujos retornos esperados são maiores que o retorno esperado do mvp. No gráfico com desvios padrão, o tratamento é análogo, sendo o mvp o portfólio localizado no centro da hipérbole.

Um resultado interessante é que, combinando, linearmente, quaisquer portfólios eficientes (pertencentes à fronteira eficiente), também temos um resultado eficiente. Para

ver isto, sejam w_i , $i = 1, 2, \dots, m$, portfólios de fronteira e α_i , $i = 1, 2, \dots, m$, números reais com soma igual a um. Para cada portfólio i , seja $E[r_i]$ o seu retorno esperado. Então,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \alpha_i w_i &= \sum_{i=1}^m \alpha_i (g + h E[r_i]) \\ &= g + h \sum_{i=1}^m \alpha_i E[r_i]. \end{aligned}$$

O resultado é um portfólio de fronteira, dado que é expresso por (11).

Os cálculos, em nosso mundo de letras e símbolos, não são dos mais simples. Agora, imagine o agente usando esse modelo em seu dia-a-dia, no mercado financeiro. Para começar, ele têm que calcular todos os retornos esperados e desvios-padrão dos ativos, baseado em retornos obtidos em períodos passados. Também deve calcular as covariâncias, ou os índices de correlação, para cada ativo, entre o seu retorno e o de todos os outros no mercado. Depois, deve comparar os resultados. Imagine quanto tempo isso tomaria em 1952, quando o modelo foi elaborado e os computadores eram muitas vezes mais lentos que os, hoje, disponíveis.

Tempo foi um dos fatores que mais colaboraram para que o modelo ficasse, de início, quase restrito a uso acadêmico. Natural, visto que, no mercado financeiro, uma pequena demora pode significar perda de muito dinheiro. Em 1961, por exemplo, o melhor computador disponível da IBM levava 33 minutos para resolver um problema de 100 ativos. Segundo Bernstein, o custo deste experimento era de \$ 300 dólares de 1992. Reduzir estes custos seria um passo importante.

Mas a questão mais importante no que concerne ao uso prático do modelo é que ele não nos respondia a “pergunta dos \$ 5 milhões”: em que portfólio de ativos de risco investir? Ora, construímos uma fronteira de portfólios, com infinitas opções. Qual delas seria a opção ótima?

Teorema da Separação

James Tobin foi um dos economistas que contribuíram para o desenvolvimento do modelo. Em primeiro lugar, ele adicionou um ativo sem risco à economia. O modelo sem ativo seguro não é realista, porque, uma vez sendo o futuro incerto, as pessoas procuram manter alguma parte da renda em um produto que não corra risco, como dinheiro, caderneta de poupança, determinados títulos, etc.

Com o ativo sem risco incorporado, Tobin dividiu a decisão do agente em duas. Primeiro, este decide seu grau de exposição ao risco. Isto é, determina a proporção de sua riqueza que pretende aplicar em ativos de risco. Depois, acha o portfólio ótimo de ativos de risco. Este é o portfólio que oferece o maior retorno esperado, em relação ao risco.

Uma vez que existe este portfólio, a escolha de onde investir independe de quem investe. O que diferencia um investidor de outro passa a ser a parcela relativa da renda que cada um aloca entre os dois portfólios, o seguro e o arriscado.

A divisão do problema nestas duas etapas foi contra a abordagem conhecida como de “decorador de interiores”, segundo a qual cada cliente deveria ter um portfólio de risco de acordo com o seu grau de aversão ao risco. Segundo o novo paradigma, se um investidor muito conservador escolhe ações baseado na pouca oscilação de seu valor, visando a ter maior estabilidade, ele não está agindo da melhor maneira. Devido a esse tipo de escolha, acaba comprometendo-se com taxas de retorno mais baixas do que as que poderia ter, para o nível de risco que aceita. Em vez disso, poderia escolher ativos com maior oscilação, porém com maior retorno esperado, e manter sua exposição ao risco como um todo, aumentando a parcela da renda que investe no ativo seguro. Haveria um portfólio de risco que seria adequado tanto para o agente conservador quanto para o agressivo. No entanto, o agressivo arriscaria maior parte da sua renda.

Fronteira de portfólios com ativo sem risco

Agora, vamos supor N ativos arriscados e um ativo f , sem risco, cujo retorno denominamos r_f . Então, queremos resolver

$$\min_{\{w\}} (1/2)w^T V w$$

sujeita a

$$w^T e + (1 - w^T \mathbf{1})r_f = E[r_P].$$

Usando o método de Lagrange,

$$\min_{\{w, \lambda\}} (1/2)w^T V w + \lambda(E[r_P] - w^T e - (1 - w^T \mathbf{1})r_f)$$

As derivadas em relação a w_P e a λ :

$$V w_P = \lambda(e - \mathbf{1}r_f)$$

e

$$r_f + w_P^T (e - \mathbf{1}r_f) = E[r_P].$$

E temos, então,

$$w_P = V^{-1}(e - r_f \mathbf{1}) \{E[r_P] - r_f\} / H \quad (17),$$

onde $H = (e - \mathbf{1}r_f)^T V^{-1}(e - \mathbf{1}r_f) = B - 2Ar_f + Cr_f^2$.¹²

¹²Pela primeira igualdade, $H = (e^T - r_f^T \mathbf{1})V^{-1}(e - \mathbf{1}r_f) = (e^T V^{-1} - r_f^T \mathbf{1}V^{-1})(e - \mathbf{1}r_f) = e^T V^{-1}e - e^T V^{-1}\mathbf{1}r_f - r_f^T \mathbf{1}V^{-1}e + r_f^T \mathbf{1}V^{-1}\mathbf{1}r_f = e^T (V^{-1}e - V^{-1}\mathbf{1}r_f) + r_f^T \mathbf{1}(V^{-1}\mathbf{1}r_f - V^{-1}e) = (e^T - r_f^T \mathbf{1})(V^{-1}e - V^{-1}\mathbf{1}r_f) > 0$. A desigualdade decorre da hipótese, consistente, de que os retornos esperados dos ativos arriscados são maiores do que o retorno do ativo sem risco.

Agora, vamos calcular a variância do portfólio.

$$\sigma^2(r_p) = w_P^T V w_P = w_P^T V \{V^{-1}(e - r_f \mathbf{1})[E[r_P] - r_f]/H\},$$

onde substituímos w_P por (17). Daí,

$$\sigma^2(r_p) = w_P^T (e - r_f \mathbf{1})[E[r_P] - r_f]/H \text{ e, portanto,}$$

$$\sigma^2(r_p) = [E[r_P] - r_f]^2/H. \quad (18),$$

Eis, então, nossa nova fronteira de portfólios no plano variância - expectância.

Analogamente ao caso em que só há ativos de risco, podemos rescrever (18) como

$$\begin{aligned} \sigma(r_p) &= [E[r_P] - r_f]/(H)^{1/2}, \text{ caso } E[r_P] \geq r_f, \text{ e} \\ &= [r_f - E[r_P]]/(H)^{1/2}, \text{ caso } E[r_P] < r_f, \end{aligned} \quad (19),$$

que representa a fronteira de portfólios no plano desvio-padrão - expectância.

Podemos, agora, analisar três casos, cada um referente à localização de r_f em relação ao retorno esperado do mvp.

1) $r_f < A/C$.

Observe o gráfico 4. Nele, temos as fronteiras, tanto com, quanto sem o ativo seguro.

A tangência entre $r_f + (H)^{1/2} \sigma(r_p)$ e a fronteira de portfólios de risco caracteriza o portfólio “e”, onde o agente aplicará a parcela de sua renda que deseja arriscar.

Em primeiro lugar, notemos que, em nosso exemplo com os ativos “a” e “b”, acima, o ponto referente à combinação dos mesmos ficou à esquerda da reta que ligava estes ativos. Isto, como notamos, sugeria as curvaturas das fronteiras de portfólios de risco. No entanto, ao combinar o ativo sem risco com um portfólio arriscado, em particular, temos uma reta. O fundamento disto pode ser observado aplicando-se (i). Uma vez que a variância do ativo sem risco é zero, por definição, e sua covariância com qualquer portfólio, também, é nula, a variância da combinação entre os dois ativos é $(1-\alpha)^2\sigma_b^2$ e seu desvio-padrão, $(1-\alpha)\sigma_b$. Logo, neste caso, o desvio-padrão é proporcional aos desvios padrão dos ativos componentes.

A escolha de “e” fica clara, se observarmos o gráfico 5. Neste, temos a fronteira de portfólios de risco e a fronteira que inclui um ativo seguro, saber, o locus 1. Além disso, temos outros dois locus de escolhas, que queremos distinguir da fronteira de portfólios, os locus 0 e 2.

O agente escolhe o portfólio de risco que, uma vez combinado com “f”, forma o portfólio com melhor relação retorno esperado - risco. Esta relação, no caso do gráfico com desvio-padrão, é melhor quanto maior for $(H)^{1/2}$, a inclinação da semi-reta superior da fronteira, ou, ainda, o módulo da inclinação da semi-reta inferior da fronteira.

Observe que o locus 0 é o mais atraente. A inclinação de sua semi-reta superior é a maior. Sem embargo, não está disponível. Isto porque é composto através da composição do ativo f com um portfólio além da fronteira, e, portanto, inexistente.

O locus 1 é mais atraente do que o de número 2, pelo mesmo motivo por que 0 é mais atraente que 1. Nesse caso, porém, é possível aplicar em 1: basta dividir sua renda entre o ativo “f” e o portfólio “e”, da fronteira.

Em suma, o investimento do agente será uma combinação linear entre o ativo sem risco e o portfólio de tangência “e”. A decisão de alocação entre estes dois portfólios dependerá do grau de aversão ao risco do agente. Alguns agentes alocarão sua renda, parte em “f”, e o resto em “e”. Estes estarão localizados na semi-reta de inclinação positiva do gráfico 4, entre “e” e “ r_f ”. Investidores agressivos, por outro lado, podem não só aplicar toda a sua riqueza em “e”, como, ainda, através de *short sales*, obter, momentaneamente, renda de “f”, para aplicar em “e” mais do que sua renda lhes permite. No gráfico 4, estes estariam localizados na semi-reta de inclinação positiva da fronteira, com retorno esperado e desvio padrão maiores do que em “e”.

$$2) r_f > A/C$$

Neste caso, será mais rentável praticar *short selling*, obtendo mais renda com “e”, e investindo a mesma em “f”. A discussão é análoga ao caso anterior. Observe o gráfico 7. O

locus zero é aquele que tem relação média de retornos - risco mais atraente, mas, pelo mesmo motivo que no estudo do caso “1”, não está disponível.

A diferença relevante é que, enquanto em “1” a aplicação era dividida entre r_f e o portfólio de tangência na fronteira eficiente, em “2” a divisão é entre r_f e o portfólio de tangência na parte inferior da fronteira.¹³ Fica claro, observando o gráfico, que a razão retorno esperado/desvio-padrão é maior através do locus 1 do que do locus 2.

Desse modo, este segundo caso implica investimento maior do que a renda em “f”, obtendo fundos, a uma taxa menor, em “e”.

$$2) r_f = A/C.$$

Não chegamos, então, a tangenciar a fronteira de portfólios de risco que não “no infinito”. O gráfico 8 corresponde a este caso. Substituindo $r_f = A/C$ em (17), temos

$$\begin{aligned} \mathbf{1}^T \mathbf{w}_p &= \mathbf{1}^T \mathbf{V}^{-1} (\mathbf{e} - A/C \mathbf{1}) \{E[r_p] - r_f\} / H \\ &= (A - (A/C)C) \{E[r_p] - r_f\} / H \end{aligned}$$

¹³ Aquela simétrica à eficiente, em relação à paralela ao eixo horizontal que passa por A/C .

= 0.

Neste caso, portanto, o investidor aplica toda a sua riqueza em “f” e em um portfólio de ativos arriscados com soma zero, conhecido como *portfólio de arbitragem*. Em particular, aplica apenas em “f”.

Fator básico

A idéia do portfólio de tangência vem associada a um outro conceito, desenvolvido por William Sharpe e que reduziu, substancialmente, o tempo de composição da fronteira de portfólio pelos computadores: o *single-index model*. Sua característica é a suposição de que os retornos dos ativos estão relacionados somente através da relação de cada um com um “fator básico”.

Este poderia ser o nível de produto da economia, o nível das ações como um todo, etc. Teria, no entanto, que ser o fator com maior influência sobre o nível das ações.¹⁴

A redução no cômputo ocorre porque, em vez de calcular todas as covariâncias dos ativos entre si, basta, então, calcular a covariância de cada ativo com o fator básico. O nível

¹⁴ “But it must be a factor with the most important single influence on the return from securities.” Sharpe, citado em Bernstein, p. 81.

relativo de oscilação entre o preço de determinado ativo e o fator básico é que indicaria se este ativo é arriscado ou não.

O fator básico mais natural seria o valor, como um todo, dos ativos. Quando o índice que representa o nível geral das ações sobe, é mais provável que uma ação, em particular, suba, também.

Notamos, acima, que “o melhor computador disponível da IBM levava 33 minutos para resolver um problema de 100 ativos”, com o modelo de Markowitz. A modificação de Sharpe, através do *single-index model*, significou a resolução do mesmo problema, no mesmo computador, em 30 segundos. Em particular, o fator básico pode ser o portfólio de tangência “e”.

Riscos sistemáticos e não sistemáticos

Afirmamos, desde o início, que nosso agente preocupa-se com risco e retorno esperado dos ativos. Desde que começamos a resolver o problema, não observamos cada ativo, em particular. Em vez disso, fizemos combinações entre esses ativos, os chamados portfólios, com o objetivo de encontrar a melhor relação retorno esperado - risco. Vale enfatizar isto, porque o risco relevante, ou o desvio-padrão relevante, não é o de um ativo,

em particular, mas, sim, o do total de ativos que adquirimos. Analogamente, preocupamo-nos com o retorno esperado de toda a combinação de ativos que adquirimos.

Um ativo é, então, considerado arriscado na medida em que aumenta o risco deste portfólio. Por exemplo, suponha que, em média, quando o retorno deste aumenta, o retorno do ativo aumente ainda mais, e que, quando o primeiro diminui, é, em geral, maior a diminuição do segundo. Neste caso, o ativo contribui para um aumento da oscilação do retorno e, portanto, do risco, do portfólio.

Falamos de diversificação. O risco associado ao portfólio diversificado é chamado *risco sistemático*. Este risco é aquele que qualquer riqueza investida em ativos de risco acaba sofrendo. Significa o risco do mercado como um todo. Está associado ao fator básico de que tratamos acima. Por exemplo, se a Bolsa cai, é natural que as ações, em geral, caiam. Se o nível da economia está caindo, as ações, em geral, tendem a cair. Este risco independe do fato de termos investido em inúmeras empresas, ou de terem, as mesmas, naturezas diversas.

O dado que representaria a contribuição, por um ativo em particular, para o risco do portfólio diversificado, i.e., para o risco sistemático, seria o “beta”, i.e., a razão entre a “covariância do ativo com o portfólio” sobre a “variância deste portfólio”. No parágrafo acima, exemplificamos o caso de $\beta > 1$, i.e., a covariância do ativo com o portfólio era maior do que a variância deste.

Naturalmente, o agente somente irá adquirir um ativo que adiciona risco ao seu portfólio se este ativo também adicionar retorno.

Em termos mais técnicos, seja q um ativo qualquer e p um portfólio de fronteira. Ademais, suponha $E[r_p] \neq r_f$. Então,

$\text{Cov}(r_q, r_p) = w_q^T V w_p$. Aplicando (17), temos

$$\text{Cov}(r_q, r_p) = \{(E[r_q] - r_f)(E[r_p] - r_f)\}/H$$

$$\Rightarrow \text{Cov}(r_q, r_p) / \{(E[r_p] - r_f)(1/H)\} = E[r_q] - r_f \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \{(E[r_p] - r_f) \text{Cov}(r_q, r_p)\} / \{(E[r_p] - r_f)^2(1/H)\} = E[r_q] - r_f$$

Sabemos, de (18), que $\sigma^2(r_p) = (E[r_p] - r_f)^2(1/H)$.

$$\text{Logo, } E[r_q] - r_f = \{(E[r_p] - r_f) \text{Cov}(r_q, r_p)\} / \sigma^2(r_p) \quad *$$

Então, se escrevermos $\beta_{qp} = \text{Cov}(r_q, r_p) \{\sigma^2(r_p)\}^{-1}$, podemos rescrever (*) como

$$E[r_q] - r_f = \beta_{qp}(E[r_p] - r_f) \quad (20),$$

$$\Rightarrow E[r_q] = r_f + \beta_{qp}(E[r_p] - r_f) \quad (21).$$

A equação (21) divide o retorno esperado do ativo q em duas partes:

(i) r_f . Nenhum ativo com variância positiva pode oferecer um retorno esperado menor do que r_f . Suponha que ofereça. Então, não será demandado, porque qualquer agente pode obter um retorno esperado maior, r_f , sem correr risco algum.

(ii) $\beta_{qp}(E[r_P] - r_f)$. No equilíbrio, é o retorno necessário para compensar a contribuição do ativo para o retorno sistemático. Perceba que quanto maior o β_{qp} , maior o retorno esperado de q . Em particular, um ativo que não adicionasse risco algum ao portfólio diversificado, ou seja, tivesse $\beta_{qp} = 1$, ofereceria o mesmo retorno que o portfólio. Ou ainda, um ativo com retorno constante, ofereceria r_f de retorno, i.e., não precisaria compensar o portfólio p por um risco sistemático zero ($\beta_{qp} = 0$).

Perceba que a única remuneração relacionada a risco que encontramos em (21) é aquela que responde pelo risco sistemático, isto é, aquele que sobra, após diversificarmos nosso portfólio. Mas nós, ao tratarmos de diversificação, afirmamos que a função da mesma era reduzir o risco de nossa riqueza aplicada. Isto significa que existe algum risco que não é remunerado pelo mercado, a saber, aquele que é diversificável, ou ainda, o risco não sistemático.

O motivo pelo qual tal risco não é remunerado é intuitivo. Se um agente sabe diversificar, ele não irá preferir um ativo porque este não remunera um risco diversificável. Por isso, a firma que ofertasse um ativo para este agente não iria remunerar este tipo de risco. Em particular, se todos sabem diversificar, todos comportar-se-ão como o agente referido e, portanto, nenhuma firma irá remunerar um risco diversificável. Ocorre que,

quando o nosso investidor representativo formou a fronteira de portfólios e escolheu o portfólio de tangência e o ativo sem risco para aplicar o seu dinheiro, estava diversificando.

O risco não sistemático de um ativo seria aquele associado a características particulares de quem os emite. Por exemplo, o simples fato da ação ser de uma empresa de computadores ou de uma empresa imobiliária. Estes são, em geral, riscos associados a fatores que não influem na *covariância* do ativo com o portfólio que possuímos. O ganho de um agente, advindo com risco não sistemático, uma vez que não seria remunerado pelo mercado, teria origem na perda de outro agente, i.e., seria resultado de uma transferência de renda. Por exemplo, o conhecimento adiantado de certa informação valiosa por um agente, em particular, favorecer-lhe-ia perante o mercado.

“Shadow prices” e Expectativas homogêneas

O valor intrínseco de um bem é objeto de estudo dos mais antigos em Economia. Este assunto assume particular importância em Finanças, pois o valor intrínseco de um ativo, é coerente acreditar, estaria relacionado, de alguma forma, ao preço do mesmo.

O economista Paul Samuelson introduz, neste contexto, o conceito de *shadow price*, ou o valor intrínseco de um bem, aquilo a que Keynes se refere como *prospective yield* do ativo.

Este valor seria, por natureza, teórico. Na prática, no entanto, o valor mais próximo a este seria o preço de mercado do ativo. Por um lado, o comprador pagaria, no máximo, o valor que acredita que o bem tem. Por outro, este é o valor mínimo que o vendedor aceitaria pela venda. Na relação de barganha, os dois lados tenderiam a lançar mão de todo o tipo de informação relevante disponível. Como não há porque imaginar que um dos lados tem mais informação que o outro, *a priori*, o melhor “chute” seria o valor da transação.¹⁵

Haveria umas poucas pessoas mais inteligentes ou (não exclusivo) informadas que o mercado, e que, por vezes, detectariam qualquer diferença significativa entre o valor da ação e seu preço antes da mesma. Esta diferença seria, rapidamente, anulada por estes indivíduos, na busca do lucro que advém de sua liderança neste ajuste. Prever o preço de uma ação seria difícil, exatamente, por causa dessas pessoas, que liderariam o mercado neste ajuste dos preços.

Como há poucos indivíduos que saem, conscientemente, na frente, e como os mesmos tendem a levar o preço dos ativos o mais próximo ao que se acredita ser o seu valor, a melhor opção para a grande maioria seria aplicar no portfólio de mercado. Mesmo a referida minoria estaria aplicando no mesmo, na medida em que aplica sempre em direção àquilo que será, momento imediato, o portfólio de mercado.

¹⁵ Neste contexto, é interessante lembrar a afirmação de Bachelier, em seu estudo de 1900 sobre previsão de preços de ações: “Clearly the price considered most likely by the market is the true current price: if the market

É nesse contexto que as *expectativas homogêneas* assumem uma consistência particular. Esta supõe que todos têm as mesmas crenças quanto aos retornos esperados, variância e covariâncias entre as ações.

Equilíbrio no mercado de ativos

Continuemos com a hipótese de que os agentes preocupam-se com retorno esperado e desvio-padrão (do portfólio). Ademais, vamos supor expectativas homogêneas em um mercado competitivo.

Utilizando o modelo acima, com estas hipóteses, temos que todos os indivíduos possuirão o mesmo portfólio de ativos de risco. Ademais, cada ativo remunerará os agentes exatamente o necessário para compensar por seu risco sistemático.

Como todos têm expectativas homogêneas, cada agente possui o mesmo portfólio de tangência. Logo, o portfólio de mercado é aquele possuído por todos os agentes. Isto

judged otherwise, it would quote not this price, but another price higher or lower.” Citado em Bernstein, p. 21.

assume particular coerência ao imaginarmos que o portfólio de mercado é o portfólio mais diversificado possível.

A princípio, os ativos com “betas” de menor valor seriam os mais atraentes, pois reduzem o risco do portfólio. Os agentes, então, preteririam, *ceteris paribus*, os ativos com β 's maiores. Havendo um excesso de oferta destes, seus preços cairiam, fornecendo um maior retorno esperado. Esse processo seguir-se-ia até que a demanda por estes ativos se igualasse à oferta dos mesmos. Analogamente, os ativos com “betas” menores, visto que mais atraentes, teriam a demanda, em um primeiro momento, concentrada em si. Com um conseqüente excesso de demanda, os preços destes ativos subiriam, resultando em um retorno menor, processo que continuaria até que a demanda líquida por esses ativos fosse zero.

O resultado seria uma situação de equilíbrio no mercado de oferta e demanda por ativos. Nesta, o retorno esperado de cada ativo seria, exatamente, a soma de r_f com uma remuneração adequada para compensar sua contribuição ao risco sistemático. É nessa situação de equilíbrio, segundo o CAPM, que poderíamos tentar prever o retorno esperado do ativo, em particular. Para isso, utilizaríamos (21), que reproduzimos abaixo, com as modificações adequadas.

$$E[r_q] = r_f + \beta_{qm} (E[r_m] - r_f) \quad (21')$$

No lugar de p , consideramos m , o portfólio de mercado, que vem a ser o de equilíbrio. Assim, o retorno de um ativo q pode ser dividido em duas partes, como comentado acima, com o portfólio p . Em primeiro lugar, espera-se que o ativo remunere, pelo menos, a taxa r_f . Em segundo, deve compensar pelo risco que adiciona ao portfólio de mercado ($\beta_{qm}(E[r_m] - r_f)$).

Em outra perspectiva, podemos dizer que a análise do retorno de q pode ser dividida em três partes. Em primeiro lugar, como acima, deve remunerar a taxa r_f . Em segundo, como o mercado é um portfólio arriscado, deve-se ganhar um *prêmio de risco*, um excesso de retorno, sobre r_f , a saber, $E[r_m] - r_f$. Por último, a contribuição do ativo para o risco sistemático, β_{qm} , indica o quanto se deve esperar deste prêmio.

Um ativo que tivesse covariância negativa com o portfólio de mercado ajudaria a reduzir a oscilação do retorno do mesmo. No equilíbrio, ofereceria, então, um retorno menor do que r_f , uma vez que seria sempre $E[r_m] - r_f > 0$ e $\beta_{qm} < 0$, neste caso.

O fato de ser $E[r_m] - r_f > 0$ deve-se a $r_f < A/C$ e, sendo assim, ao fato de o portfólio de mercado ser eficiente. Em primeiro lugar, como a oferta de ativos arriscados é estritamente positiva, não poderia ser $r_f = A/C$, pois, como vimos acima, isto significaria uma demanda de ativos arriscados igual a zero, o que iria contra a tendência ao equilíbrio. No caso de $r_f > A/C$, todo o investidor teria uma “demanda negativa”, através de *short*

selling, por ativos de risco. Tal hipótese iria, também, contra às forças de mercado. Assim, deve ser $r_f < A/C$.

Em segundo lugar, dado $r_f < A/C$, os agentes, em sua otimização, escolhem um portfólio de risco na fronteira eficiente. Vimos que, partindo de nossas hipóteses, eles irão selecionar, todos, o mesmo portfólio, sendo este, portanto, o portfólio de mercado. Segue que o mesmo pertence à fronteira eficiente. Por outro lado, uma vez eficiente, seu retorno supera r_f : $E[r_m] - r_f > 0$.

Algumas críticas ao CAPM

O CAPM, como vimos, significou um grande avanço na compreensão do mundo das Finanças. Através de hipóteses relativamente simples, chega-se a uma estrutura com uma lógica interna poderosa, tanto que seus argumentos são utilizados nas mais variadas discussões sobre escolhas de portfólios.

No entanto, tal simplicidade, naturalmente, tem um preço. O preço, como de costume, é deixar de lado questões que o tempo vai mostrando ser importantes. Várias críticas são feitas ao CAPM. Discutiremos, brevemente, algumas delas aqui. A maioria refere-se, sobretudo, ao uso empírico do modelo.

Uma crítica é quanto à escolha da proxy do ativo sem risco. É comum utilizar-se o U.S. Treasury Bill, quando o modelo envolve agentes que podem investir no mercado americano. No entanto, mesmo este ativo também tem suas variações imprevisíveis. De fato, a própria inflação, uma vez inesperada, atua nesta incerteza, na medida em que tais ativos são pré-fixados.

Outra das supostas falhas do modelo refere-se à sua estimação dos retornos. A teoria estuda os retornos esperados, ou ex-ante. Na prática, entretanto, são usados os retornos ex-post. Técnicas econométricas mais sofisticadas procuram solucionar este problema. Em todo caso, torna os testes do modelo mais difíceis e estão além do propósito desta monografia.

Ao estimar-se o CAPM, utilizam-se proxies do total de ativos na economia, estando entre as mais usadas o S&P500, o NYSE index e o índice Dow Jones. Sem embargo, a teoria implícita no CAPM considera todos os ativos presentes na economia, sejam eles transacionados em bolsa, ou não. Assim, por exemplo, o capital humano é um ativo a ser

considerado. De fato, as pessoas, muitas vezes, preferem investir em seu capital humano do que em ações. Ou, em todo caso, diversificam seus investimentos, também, com educação pessoal.

Uma questão estatística envolvida, como nota Berndt¹⁶, é a necessidade de uma alternativa, com a qual comparar o modelo em questão. Uma alternativa seria o Arbitrage Pricing Model (APM), em que outros fatores podem influir nos retornos dos ativos. No Brasil, por exemplo, um fator candidato a ser incluído no modelo, na década de 80 e início dos anos noventa, seria a inflação. Naturalmente, com o aumento desta, os ativos têm um retorno menor. De fato, modelagens que incluem inflação, por vezes, obtêm, assim, melhores resultados. Um exemplo está presente em Bonomo (março 1997).

Duas observações até certo ponto curiosas parecem contradizer fundamentos do modelo. Um desses fundamentos é a relação positiva entre retorno e risco de um ativo. Como indica Berndt, muitas observações já foram encontradas em que tal relação era negativa, sem que, entretanto, tenha-se encontrado uma explicação para tal fato.

Outro ponto relevante é que, no modelo, um ativo com beta igual a zero deveria fornecer o mesmo retorno que o ativo sem risco da economia. A explicação é que tal ativo não adiciona, nem retira, nenhum risco do portfólio. Entretanto, já foram, também, observados casos em que, embora o beta fosse zero, o retorno do ativo era maior do que o retorno oferecido pelo ativo sem risco. Isto, a princípio, sugeriria um prêmio, também, pelo risco não-sistemático contido no ativo. Ora, tal afirmação vai radicalmente contra a explicação do modelo sobre como os retornos dos ativos são formados, como foi visto no capítulo anterior. Outra explicação possível deriva de imperfeições do mercado,

¹⁶ Berndt, 1991.

demandando modelos econométricos mais sofisticados de estimação. Isto tem sido feito, em particular, com os chamados procedimentos bayesianos.

CAPÍTULO II - UM ESTUDO DO PROCESSO DE LIBERALIZAÇÃO DO MERCADO DE CAPITAIS NO BRASIL

Notas sobre o processo de abertura

Em fins da década de oitenta e inícios dos anos noventa, foram implementadas regulações que facilitaram a entrada de capitais estrangeiros no país. De fato, como pode ser visto no gráfico i (Capital Account Balance), o ano de 91 foi um ponto de inflexão, no que concerne à entrada desses recursos. É nesse ano que foi implementada a legislação mais usada pelos investidores estrangeiros como meio de entrada no Brasil, o Anexo IV.

Provavelmente, o incentivo mais comentado para esta abertura é o conseqüente aumento de recursos para investimento no país. Podem-se, entretanto, incluir outros benefícios, entre eles maior eficiência de mercado e redução do custo, para as firmas, em levantarem recursos para seus empreendimentos. Com a abertura do mercado de capitais, esperam-se maior número de especuladores investindo no país. Associadas a este aumento, as expectativas são de maior fluxo de informações envolvendo o preço de venda de um determinado ativo. Desse modo, espera-se melhor aproximação ao valor de um empreendimento: maior distinção entre projetos com bons e “não tão bons” fluxos de retornos. Isto se traduz na expressão “maior eficiência de mercado”. Ademais, antes da abertura, espera-se que, em geral, o beta de uma empresa brasileira em relação ao portfólio de ativos do sistema financeiro internacional seja menor do que em relação ao portfólio de ativos brasileiros. Investidores estrangeiros estariam, por isso, dispostos a ter menores retornos com o ativo brasileiro do que os investidores brasileiros, na medida em que os

ganhos de diversificação são maiores para aqueles do que para estes. Isto se refletiria em menor custo para as empresas em levantarem recursos.

Com a nova legislação, investidores externos puderam se beneficiar do, relativamente, alto diferencial de juros pago pelo Brasil. O governo se preocupou em criar um ambiente onde os influxos fossem investidos em um aumento da capacidade produtiva do país, por exemplo, em valores mobiliários. Tal problema surge na medida em que grande parte das entradas de recursos feitas através das novas regulações estavam sendo aplicados em títulos do Tesouro, com renda fixa. Outra preocupação, na verdade associada à primeira, era aumentar os investimentos de longo prazo. Medidas foram tomadas, visando a equacionar estas duas questões. Uma delas proibiu fundos dos anexos I a IV de serem aplicados em títulos de renda fixa.

No início do Plano Real, foi permitido que o câmbio flutuasse, o que, em meio ao influxo líquido de capitais, condicionou a apreciação do mesmo. A apreciação cambial foi um fator relevante na consecução do plano de estabilização. Este se baseou, em parte, na concorrência maior entre os *tradables* residentes e não residentes, através do barateamento das importações. De fato, importados baratos condicionam a necessidade, pelos ofertantes brasileiros, de reduzirem os seus preços, ou, pelo menos, limitarem qualquer aumento dos mesmos, para continuarem vendendo. Isto é agravado pelo fato de que, muitas vezes, os importados ainda têm qualidade superior aos produtos nacionais. O câmbio apreciado foi uma ferramenta relevante no plano de estabilização, em parte, por promover este barateamento dos importados.¹⁷

¹⁷ Ademais, dado um nível de câmbio, procura-se impedir uma brusca depreciação do mesmo. Esta poderia gerar uma pressão inflacionária adicional, na medida em que cada dólar, ao entrar no país, seria trocado por maior valor nominal em reais. Tal pressão seria tão maior quanto menor a disponibilidade, ou capacidade, do governo em esterilizar o “excesso” de reais com venda de títulos.

O influxo de capitais, por sua vez, teve um papel relevante na manutenção do câmbio valorizado. A sobrevalorização do câmbio condiciona um efeito colateral: aumento do déficit na Balança Comercial do país. Por um lado, a redução do custo das importações faz aumentar a quantidade demandada das mesmas e, como foi o caso, o seu valor. Por outro, argumento simétrico ao que explica a redução do preço das importações justifica um aumento do preço do produto exportado pelo Brasil, que, então, perde competitividade. O valor exportado cai, enquanto o importado sobe. A apreciação funciona como uma política de *beggar-thy-neighbor* às avessas, no caso, em prol da estabilização dos preços.

O problema é que este aumento do déficit precisa ser financiado. O governo buscou financiá-lo através da Conta Capital, com aumento da entrada de capitais. Fatores como a redução dos níveis de inflação e a promessa de uma sucessão de privatizações, entre outros, podem aumentar as expectativas quanto à uma valorização de ativos brasileiros, condicionando aumento do influxo de capitais. Por outro lado, no entanto, a consistente incerteza quanto à manutenção desse ambiente reduz as chances de que a vinda de capitais seja suficiente para compensar o déficit comercial.¹⁸

Em todo caso, o governo aumentou o diferencial de juros ganho em seus títulos, condicionando o financiamento de que precisava para levar adiante sua âncora cambial. De fato, segundo Garcia e Valpassos, este *spread* foi o principal condicionante do aumento de investimentos estrangeiros no país, nos últimos anos¹⁹.

A elevação dos juros pelo governo tinha, também, outra razão. Como sabemos, a estabilidade de preços elevou substancialmente o poder de compra da população. Temia-se

18 Note que, como podemos observar pelo gráfico i, o influxo de capitais e, em particular, de investimentos já eram substanciais antes do início do Plano Real. Os investidores já estavam adquirindo grandes quantidades de ativos no país, porque, segundo acreditamos, os mesmos possuíam betas pequenos, e isto contribuía para a diversificação de seu portfólio. O problema era que o crescimento do déficit demandava influxos ainda maiores.

que compras baseadas em todo este ganho real se efetivassem, e que o excesso de demanda correspondente pressionasse os preços para cima. Isto porque a oferta não estava preparada para acompanhar este crescimento da demanda. Assim, uma elevação dos juros também era apropriada, na medida em que limitava este aumento.²⁰ Uma maneira, embora nada fácil, de contornar este problema teria sido implementar reformas, como a fiscal, que reduzissem a demanda do setor público. Haveria, então, um “excesso de oferta”, que poderia ser anulado por um aumento de demanda do setor privado, decorrente do ganho de poder de compra da população.

Então, o déficit na balança comercial estava, ao menos temporariamente, financiado pela entrada de capitais. Sem embargo, tal influxo ocorreu em quantidade ainda maior do que aquela, a princípio, desejada para que desempenhasse esta função. Sabemos que as operações de *open market*, necessárias para manter a base monetária a níveis consistentes com o plano de estabilização, implicam em um aumento da dívida do Tesouro. Um aumento do nível de capitais acima do desejado significava, portanto, um aumento da dívida acima do necessário para manter o câmbio. E os rendimentos das aplicações feitas com a receita das vendas de títulos rendiam, em geral, menos do que os rendimentos pagos nos títulos. Medidas foram, então, tomadas, visando a aumentar a demanda por moeda estrangeira e a facilitar a saída de capitais. Uma redução dos juros, naturalmente, diminuiria o incentivo de se aplicar no Brasil, reduzindo o excesso de entrada de divisas estrangeiras. Ocorre que também condicionaria um aumento da demanda nacional. De fato, como observado acima, conter o crescimento da demanda também fora um motivo para a elevação dos juros.

19 Garcia e Valpassos (1998)

O governo, então, optou por manter os juros altos, procurando, ao mesmo tempo, criar mecanismos legais para restringir a entrada líquida de divisas, com particular ênfase naquelas direcionadas a investimentos de curto prazo. Uma das medidas tomadas foi expandir o período mínimo de empréstimos domésticos sob a Resolução 63, de 90 para 540 dias. Em outra, elevou-se o imposto de entrada sobre as Carteiras Anexo IV, de 0% para 1%.

Em dezembro de 94, deflagra-se a crise mexicana. Com a piora da balança comercial e perigo de uma crise cambial, o governo é levado a aumentar os juros e reverter algumas das medidas tomadas anteriormente, para limitar o influxo de capitais. Entre as mesmas, reverte o imposto de entrada sobre os investimentos feitos através do Anexo IV, de 1% para 0%.

Então, desvaloriza-se a moeda em 5,2% e implementa-se novo regime de bandas, intervindo no mercado de câmbio, quando necessário. Tão logo as entradas de capitais voltaram a tomar vulto, restabeleceram-se algumas restrições à entrada de divisas. Entre elas, uma substancial redução da taxa de juros e a proibição aos investidores estrangeiros de transacionarem no mercado de derivativos.

No primeiro semestre de 1997, impõe-se aos importadores o desembolso com 180 dias de antecedência do pagamento por suas importações, ou a opção alternativa de financiar o mesmo por mais de 360 dias. Sendo o objetivo da medida atenuar o déficit comercial do país, infere-se a importância relativamente menor dada, então, ao efeito da concorrência entre produtos nacionais e estrangeiros no plano de estabilização.

Durante a crise asiática, mais uma vez, medidas visando à restrição de influxos de curto prazo foram revertidas. Em julho de 1997, já o governo não via na manutenção do

20 Na verdade, antes do Plano Real, já se considerava que uma redução do nível de juros provocaria um excesso de demanda. Tal consideração era relevante quando se desejava conter excessivos influxos de

câmbio sobrevalorizado condição para a estabilidade dos preços. Porém, tampouco o ajuste poderia ser rápido, e optou-se por defender a moeda. Além da reversão de medidas com que procurara restringir os influxos de capital, o setor público procurou sinalizar uma preocupação maior com a consistência macroeconômica de sua administração, de modo a elevar sua credibilidade. A aparente inconsistência que procurava dissolver derivava, basicamente, do alto valor da moeda e do alto déficit fiscal.

Então, anunciaram-se um conjunto de medidas para reduzir o déficit. Ademais, elevou-se o nível de juros, aumentando-se o custo em se tardar as reformas. Desse modo, sinalizava-se para o mercado que as mesmas não demorariam.

Tais medidas surtiram efeito, pois, aparentemente, se acreditou nos sinais fornecidos. Assim, os fluxos de capital voltaram no começo de 1998. Entretanto, as reformas anunciadas não vieram e o clima de incerteza foi, mais uma vez, se formando. Contribuiu, ainda, para a formação deste ambiente, entre outros fatores, o déficit crescente na conta de serviços de fatores. Tal conta, como se sabe, representa o pagamento de juros, além de remessas de lucros e dividendos. Seu crescimento reflete o aumento do passivo externo líquido do Brasil.

Assim, o país foi acordado pela crise russa em uma posição bastante vulnerável. Mais uma vez, o governo anunciou medidas em prol do saneamento das contas públicas. Além disso, como ajuda adicional, recebeu o aval do FMI, através de um acordo em que obteria um reforço de US\$ 41 bilhões para suas reservas. Vivia-se um momento de déficit crescente em conta corrente e substancial retirada de capitais de curto prazo. Como dizem alguns, “o grito de liberdade nunca sai de fora da prisão”, e a situação delicada condicionou um ímpeto maior na implementação de reformas. Com um esforço extra, teve-se algum

progresso no Programa de Estabilidade Fiscal, em particular, na aprovação da reforma da Previdência no Congresso. No entanto, o governo não conseguiu aprovar sua proposta quanto à contribuição previdenciária dos servidores públicos ativos e inativos, responsável por 14,6% do ajuste anunciado. Tal fracasso precipitou fortes saídas líquidas de capital, sendo a média diária, em dezembro, oito vezes superior à de novembro. A credibilidade quanto ao acordo com o FMI decaiu ainda mais após a moratória, pelo Estado de Minas, de dívida recém-negociada com o governo federal. Em tal acordo, supunha-se que a contribuição dos estados para o ajuste se daria com 5% do PIB. As reservas internacionais líquidas, sem contar com os recursos do FMI, aproximavam-se do limite mínimo estabelecido no acordo. Foi então que optou-se por acabar com as mini-bandas, alargar as remanescentes e planejar uma desvalorização anual entre 12% e 15%. Tal medida foi precedida por uma substituição do presidente do Banco Central, Gustavo Franco, por Francisco Lopes.²¹ No entanto, as saídas de divisas continuaram, e resolveu-se deixar o câmbio flutuar. A desvalorização da taxa de câmbio atravessou os 60% em relação ao momento anterior à mudança e, embora muitos acreditassem no *overshooting* da taxa, havia bastante incerteza quanto ao nível em que se estabilizaria.

Os investimentos de portfólio, em 1998, apresentaram saldo negativo, de US\$ 1,8 bilhão, enquanto os investimentos diretos foram da ordem de US\$ 26,1 bilhões. Interessante notar que somente 23% dos investimentos diretos foram em privatizações.²² A

21 Tal substituição certamente contribuiu para a incerteza do mercado quanto a manutenção, mesmo, dessas novas bandas. Franco havia construído uma imagem de radical defensor da moeda. Sua presidência do Banco Central parecia atenuar o problema da falta de independência do BACEN.

22 Como observam Garcia e Vinícius, o investimento em portfólio foi o principal responsável pelo crescimento dos investimentos externos líquidos no país, até a primeira metade da década de noventa, perdendo, então, a posição para o investimento direto. O desenvolvimento do programa de privatizações teria sido a principal explicação para esta mudança. A mesma acaba tendo efeitos positivos, em meio à possibilidade de crises externas e escassez de divisas. De fato, enquanto os investimentos em portfólio costumam se reduzir, em meio à ameaça de uma crise cambial, os investimentos diretos tendem a permanecer. Natural, na medida em que, com o perigo de uma crise cambial, os portadores de ações esperem uma redução

reversão dos investimentos de portfólio, de saldo positivo para negativo, deu-se nos últimos quatro meses do ano, enquanto os investimentos diretos, como sempre, mantiveram sua tendência de crescimento. Podemos observar a trajetória, nos últimos anos, dos investimentos em portfólio e dos investimentos diretos no gráfico ii. O gráfico iii traz, apenas, os investimentos em portfólio, com divisão entre entradas, saídas e resultado líquido.

Em um novo acordo com o Fundo e países industrializados, os recursos obtidos, agora, ficariam disponíveis para que o Banco Central atuasse no mercado de câmbio, visando à sua estabilização. Tal acordo foi importante, devido à concentração de vencimentos de bônus e empréstimos bancários, na primeira metade de 1999, e às fortes expectativas quanto à escassez de divisas que isto condicionava.

Em abril, o câmbio se estabilizou em um nível pouco inferior à março, mês em que acumulou valorização de 20%. Nesse ambiente, o Banco Central passou a se preocupar mais em estabilizar as oscilações do câmbio do que na possibilidade de uma desvalorização demasiada do mesmo.

A desvalorização teve um efeito brusco, positivo, sobre a dívida líquida do setor público, que passou de 42,6% do PIB, no final de 1998, para 52% do PIB em fevereiro de 1999. No entanto, houve um esforço maior em melhorar o superávit primário, refletido, por exemplo, no superávit primário de 3,7% do PIB, para o primeiro bimestre.

A inflação alta não voltou com a flutuação do câmbio. De fato, a implementação do plano de estabilização construiu um ambiente menos vulnerável a este choque. A desvalorização encontrou um mercado de trabalho mais flexível e a ausência do aparato de

do valor das mesmas, e que aqueles que compraram, ou pretendem montar, negócios no Brasil, não vêem ameaça à rentabilidade “real” do mesmo, no longo prazo, por causa dessas crises.

indexação antes tão presente na economia brasileira. Ademais, a desvalorização surpreendeu a economia em um momento de queda da produção industrial, e com expectativas de safra de alimentos bem superior à do ano passado, além de preços mais baixos no mercado internacional.

A expectativa passou a ser de uma redução da taxa de juros, expectativa refletida na colocação de títulos prefixados a taxas menores do que às taxas Selic correntes, com prazos sendo, aos poucos, alongados.

A conta capital apresentou superávit de US\$ 15 milhões, em março. Quanto aos investimentos em portfólio, apresentaram saldo líquido positivo de US\$ 1,7 bilhão. Isto foi reflexo, em parte, da estratégia já conhecida do governo, de relaxar suas restrições aos capitais de curto prazo, em épocas de crise. No caso, empreendeu-se redução do IOF dos fundos de renda fixa para o capital estrangeiro, de 2% para 0,5%. No entanto, houve, também, fluxo para as bolsas, através do Anexo IV. Os investimentos diretos, por sua vez, mantiveram uma média mensal, no primeiro trimestre, de US\$ 2,6 bilhões, sendo os recursos associados a privatizações responsáveis por metade dessa média.

Então, o câmbio fora formalmente liberado, e, após previsível *overshooting* (de duração, a princípio, imprevisível), mantinha-se considerável estabilidade. Havia baixas taxas de inflação, recuperação progressiva das entradas líquidas de capital, e expectativas otimistas quanto ao futuro. O grande desafio que se mostrava a partir de então não era, no entanto, um desafio novo. O desafio era manter o ímpeto reformista em um ambiente menos emergencial.

De fato, começou-se a advogar a chamada *agenda positiva*, segundo a qual seria hora para crescer, em grande parte, com expansão fiscal, e aproveitar os esforços empreendidos durante a luta pela estabilização. Tal argumentação deixa de lado a necessidade de se reformar a estrutura de gastos e de receitas do Estado, com menor carga tributária, mas de melhor qualidade. Ademais, como é sabido, o comportamento das finanças do governo reflete incisivamente no influxo de capitais para o país, na medida em que influi no “risco Brasil”. Quaisquer aparentes excessos por parte do setor público, ou negligência quanto às reformas que, se espera, sejam implementadas, podem deixar o país, mais uma vez, por demais vulnerável a choques vindos de fora. Além disso, quanto “mais comprometido este processo, mais restrito será o espaço para a redução da taxa de juros e melhora do padrão de financiamento externo da economia. E, portanto, mais remoto o cenário de redução do desemprego e retomada sustentada do crescimento.”²³

²³ Werneck (maio de 1999)

*Notas sobre mudanças da legislação de investimentos estrangeiros no Brasil*²⁴

Até fins da década de 80, os meios através dos quais investidores estrangeiros acessavam as oportunidades brasileiras eram muito mais restritos do que os hoje existentes. Por exemplo, segundo Bekaert, Garcia e Harvey²⁵, fundos de investimentos eram, nos últimos anos da década anterior, o único meio de acesso ao mercado brasileiro por investidores americanos. No caso, um fundo de investimento é uma firma que adquire ações no Brasil e emite ações suas em seu país de origem. Em última análise, o valor da ação do fundo reflete o valor das ações estrangeiras que compõem o mesmo.

Após os fundos, um outro mecanismo utilizado por americanos para investirem no mercado brasileiro foram os American Depositary Receipts (ADRs). Um banco americano adquire ações no Brasil, mantém as mesmas em custódia, e emite certificados em seu país de origem, lastreados pelas ações que possui. Tais certificados são comercializados no mercado financeiro americano, e aquele que os adquire, o faz como se estivesse adquirindo as próprias ações, com o benefício de fazê-lo em seu próprio país, segundo as regras de mercado que já conhece, e num ambiente de maior liquidez.

Os últimos anos da década de 80 presenciaram um esforço, por parte do governo, em facilitar o acesso ao mercado de ações brasileiro. Faz parte desse esforço a Resolução 1.289, com seus anexos I, II e III. Estes regulamentam, respectivamente, as sociedades de investimento, os fundos de investimento e as carteiras administradas.

²⁴ Não pretendemos entrar em detalhes quanto a esta legislação, devido à digressão que isto representaria. Para o leitor interessado em maiores detalhes, seguem algumas indicações. Quanto à regulamentação de investimentos em valores mobiliários brasileiros por estrangeiros, sugerimos BOVESPA (janeiro/1998) e BOVESPA (fevereiro/1999). Sobre ADRs, vale consultar o trabalho da ANDIMA, comentários em Bekaert, Garcia e Harvey (1995), e, no que concerne às (relativamente) recentes BDRs, BOVESPA (março/1999). O boletim da ANDIMA também é um bom guia para quem deseja se inteirar melhor sobre a estrutura do mercado financeiro brasileiro.

Carteiras Anexo IV

Presente na Resolução 1.832, de 31/05/91, é a principal forma que investidores estrangeiros utilizam para manter carteiras de valores mobiliários no país. De fato, responde por, aproximadamente, 90% da entrada de investimentos em portfólio. Isto se deve a relativas vantagens associadas a essas carteiras. Não demanda capital mínimo inicial, nem exigências de diversificação. Com alíquota de 0% do IOF (Imposto sobre operações financeiras), seus ganhos de capital em bolsas de valores, de mercadorias, e de futuros são, também, isentos de imposto de renda, mesmo após liquidação, parcial ou total, do investimento. Tais carteiras também são isentas de imposto de renda na fonte sobre lucros e/ou dividendos. Uma das exigências feitas em relação a entrada de investimentos em qualquer dos três anexos anteriores e não presentes no Anexo IV é, além da exigência de diversificação, a necessidade de capital inicial mínimo. Ademais, através do Anexo IV, instituições estrangeiras podem deter até 49% de ações com direito a votação, e 100% daquelas sem direito a votação.

²⁵ Bekaert, Garcia e Harvey (1995).

Exercício Econométrico

Vamos fazer, agora, um estudo econométrico em torno do beta. A idéia deste exercício é observar o conjunto de ativos em bolsas brasileiras da perspectiva de um especulador internacional, que visa à diversificação de seu portfólio. Como proxy do conjunto de ativos em bolsas brasileiras, consideramos o IBOVESPA. Como aproximação do conjunto internacional de ativos, tomamos um dos índices mais usados, a saber, o S&P500. Nosso exercício consiste em observar qual o efeito deste processo de liberalização sobre o beta a que nos referimos no parágrafo acima, o “beta do Brasil”.

A princípio, parece claro o efeito que esperamos encontrar, assim como o valor inicial deste parâmetro. Esperamos que este valor inicial seja insignificante. Quanto ao efeito do processo de abertura, nossa expectativa é que seja de um aumento do beta, em direção a um.

Para nossa estimação, quanto ao caso do Brasil, comparamos os retornos trimestrais do IBOVESPA, do S&P500 e, como proxy de um ativo sem risco, dos juros do TREASURY BILL americano. Utilizamos dados mensais, com respeito a rendimentos trimestrais dos ativos. Nossa amostra total foi de 1990.1 a 1998.10.

Fizemos dois exercícios. Em primeiro lugar, dividimos a amostra em cinco grupos: 1990.1 a 1991.4 (16 observações); 1991.5 a 1993.3 (23 observações); 1993.4 a 1995.2 (23 observações); 1995.3 a 1996.12 (22 observações); e 1997.1 a 1998.10 (22 observações).

Para as regressões, usamos Mínimos Quadrados Ordinários, com correção dos desvios-padrão por *White's Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix* (1980). As regressões referentes a cada grupo estão no anexo, e serão identificadas por um número correspondente.

Lembramos ao leitor que nossa expectativa é de um beta insignificante nas primeiras regressões e, no entanto, crescente, no decorrer das cinco. A primeira regressão (1), portanto, está de acordo com nossas expectativas, como pode ser inferido pelo alto p-valor. Da primeira para a segunda regressão (2), o beta cai. Sem embargo, mantém-se com p-valor alto. Esperaríamos, então, na terceira regressão (3), um relativo aumento do parâmetro. Mas isto não acontece. De fato, o p-valor indica um beta significativamente menor do que zero. Não sabemos como explicar esta mudança. Chegamos, então, à quarta regressão (4), e o beta volta a ser insignificante. Repare que já estamos na amostra que vai de 1995.3 a 1996.12. Lembre-se de que comentamos, no decorrer da monografia, que o aumento do fluxo de investimentos externos adquiriu nova força a partir do Anexo IV, de maio de 91.

Finalmente, observemos a quarta regressão. Nesta (que surpresa), o coeficiente não só é significativo, como significativamente superior a um, como pode ser verificado por um simples teste-t. Repare, ademais, que o maior R2 que havíamos obtido, nas quatro primeiras regressões, era de -0.599164. Já na quinta estimação, temos um R2 de 0.544780.

A maneira mais simples de entender essas diferentes estimações vem a ser observar o gráfico dos prêmios de risco no tempo. O gráfico 12 mostra os dados do BOVESPA (BOVTR) e do S&P500 (SPTR):

Repare como, até o fim de 1994, não havia, realmente, qualquer associação visível entre as duas variáveis. Em particular, fica muito claro que as três primeiras regressões não poderiam, mesmo, ter coeficientes significantes. Quanto à quarta regressão, no entanto, tal conclusão também pode ser inferida, embora demande um pouco mais de atenção aos detalhes da curva. Veja que a curva que representa o prêmio de risco para o BOVESPA (BOVTR) oscila algumas vezes em torno da curva, próxima de horizontal, do S&P500 (SPTR). No entanto, passados alguns meses, começa a ficar mais nítida uma relação entre elas.

Ficamos tentados a suspeitar de uma quebra estrutural no início do ano de 1995. Separamos a amostra, então, em duas partes. A primeira, de 90.1 a 94.12 (46 observações), dá origem à regressão (6), enquanto a Segunda, que parte de 95.1 a 98.10 (60 observações), origina a regressão (7).

A mudança é, mesmo, clara. Enquanto na primeira obtemos um beta insignificante, este é significativo na segunda. Ademais, o R^2 passa de -1.334793 para 0.340501 . Um teste de Chow garante a quebra estrutural.

Então, nos perguntamos o que teria acontecido para condicionar esta mudança, no início de 95. Observamos, porém, que o que muda radicalmente no gráfico é a curva do IBOVESPA, que desce de modo íngreme, de meados de 94 ao início de 95. Fica sugerido, então, a possibilidade de o fator relevante ser o início do Plano Real, em julho de 94. Nossa tarefa passa a ser, então, observar se houve quebra estrutural com o lançamento do Plano Real. Fazemos, então, as regressões (8) e (9). A primeira, correspondendo à amostra de 1990.1 a 1994.6, e a Segunda, de 1994.7 a 1998.10. A quebra estrutural é, então, constatada. Sabe-se que a inflação caiu fortemente logo após o lançamento do plano. Logo,

pode-se sugerir quanto ao efeito da inflação, sobre os dados da BOVESPA. Mas estes, como já afirmamos, foram dessazonalizados.

Obtemos, então, pelo menos três conclusões com tal estudo. A primeira, de que, realmente, houve uma mudança no beta, no decorrer deste processo. Realmente, começara insignificante e tornou-se significativa.

Outra conclusão é que, embora esperássemos que o mesmo se aproximasse de um, por baixo, o beta torna-se significativo ao mesmo tempo em que fica significativamente maior que um. O Brasil, pode ser, de início, uma boa opção para um especulador internacional que deseja reduzir a oscilação de seu portfólio. No entanto, rapidamente, os ganhos de diversificação se anulam. Ademais, o “portfólio Brasil”, representado, no caso, pelo IBOVESPA, torna-se, então, um “ativo” que aumenta a oscilação do portfólio do investidor internacional.

Uma terceira conclusão é a importância que a implementação do Plano Real assume para a mudança do beta. Em primeiro lugar, a implementação do Plano Real faz o IBOVESPA cair do nível relativamente alto em que se encontrava. Sabe-se que a inflação caiu fortemente logo após o lançamento do plano. Logo, pode-se sugerir quanto ao efeito da inflação, sobre os dados da BOVESPA. Mas estes, como já afirmamos, foram dessazonalizados. Quanto a esta conclusão, admitimos não ter encontrado explicação a tempo, embora tenhamos tentado.

Conclusões

No primeiro capítulo, nos concentramos na análise, teórica, do comportamento do investidor no mercado financeiro. Adotamos a perspectiva de análise de média – variância e o Capital Asset Pricing Model (CAPM).

O agente vê o retorno esperado do portfólio como um *good* e o risco do mesmo como um *bad*. Segundo a análise de média – variância, o retorno esperado seria representado pela média dos retornos passados, enquanto o risco, pela variância dos mesmos. O agente, então, investiria parte da riqueza em um ativo sem risco, e a outra parte no portfólio arriscado que tivesse a melhor relação “retorno esperado – variância”.

Todo agente, portanto, investiria no portfólio que acreditasse ter a melhor relação retorno esperado - variância e no ativo sem risco. Seria através da divisão da sua riqueza entre o ativo sem risco e o portfólio arriscado que identificaríamos o grau de aversão ao risco do investidor.

Um ativo seria arriscado na medida em que colaborasse para o aumento do risco do portfólio. Isto porque é o risco do portfólio, e não de um ativo, em particular, que preocupa o agente. Quanto mais o retorno de um certo ativo oscila em relação ao do portfólio, como um todo, maior o retorno esperado que este ativo deve oferecer, como compensação.

O CAPM, através das hipóteses de expectativas homogêneas e de mercado competitivo, retrata o equilíbrio, com cada ativo oferecendo um retorno esperado necessário e suficiente para compensar a oscilação que adiciona ao portfólio. Ademais, uma vez que os agentes têm as mesmas crenças e vivem no mercado competitivo, todos possuem o mesmo portfólio, que é, portanto, o portfólio de mercado.

Este modelo deve sua fama tanto a extenso uso acadêmico quanto como ferramenta de analistas de mercado e outras funções. Suas suposições, embora não tão realistas, fornecem uma situação de equilíbrio em que, através de uma equação simples, seria possível prever o retorno de um ativo.

O vigésimo quinto aniversário, em 1989, de um dos três artigos que, independentemente, elaboraram o modelo²⁶, foi ocasião de comemorações. Em particular, segundo Bernstein, a Wells Fargo Investment Advisors

“had run an electronic tabulation of citations of the article, but had ‘stopped after two thousand citations and references, because our budget ran out’. They pointed out that Sharpe’s model, in addition to serving portfolio managers as a means of predicting both risk and expected returns, had spawned valuable measures of portfolio performance, index funds, applications in corporate finance and corporate

²⁶ Os artigos são:

Sharpe, William. 1964. *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk*. Journal of Finance, vol. XIX, September.

Treynor, Jack. 1961. *Toward a Theory of Market Value of Risky Assets*. Unpublished.

Lintner, John. 1965. *The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock and Capital Budgets*. Review of Economic Statistics, February.

investment, and procedures for setting utility rates, as well as major theoretical innovations in the study of market behavior and asset valuation.”²⁷

No segundo capítulo, fazemos um breve estudo sobre o recente processo de abertura do mercado de capitais brasileiro. Basicamente, fazemos um levantamento do processo, comentários sobre as regulações mais importantes e uma análise econométrica.

Em nossa narração deste processo, observamos a iniciativa do governo em fins da década de 80 e início dos anos 90, para abrir o mercado brasileiro. Os investimentos aumentaram rapidamente. Acreditamos que isto se deve aos betas próximos de zero, dos ativos brasileiros, em relação aos portfólios dos investidores estrangeiros. O influxo de recursos, então, cresceu tanto que o governo optou por implementar restrições adicionais.

Em julho de 94, foi iniciado o Plano Real. Agora, devido ao câmbio apreciado, precisava-se de mais financiamento para o déficit comercial. Restrições foram atenuadas e juros foram elevados, em grande parte, devido à incerteza que se associou ao país após a crise do México, no mesmo ano.

O governo manteve a estratégia de limitar os excessos de capitais com restrições adicionais, e eliminar tais restrições em meio à escassez dos mesmos. Todo o processo chegou a um momento na crise da Rússia, que desencadeou mais um incisivo ataque contra a moeda. Este ataque, associado a outros eventos infelizes, condicionaria a liberalização do câmbio. Nem a ajuda do FMI seria suficiente para manter o ajuste de bandas.

²⁷ Citado em Bernstein, p. 199.

O processo de abertura do mercado de capitais brasileiro, como vimos, teve avanços e hesitações, mas o resultado, além do avanço do Plano Real e da necessidade persistente de reformas, é um aumento substancial dos investimentos estrangeiros no país.

Tentamos, então, utilizar a teoria do CAPM para analisar este aumento de investimentos. Observamos que houve uma quebra estrutural à época da implementação do Plano Real. Até o Plano Real, o beta era insignificante. Após o mesmo, entretanto, torna-se significativo. De alguma forma, cuja explicação não encontramos, o aumento de investimentos estrangeiros somente fez o beta crescer significativamente a partir do Plano Real.

Ademais, o beta torna-se significativo e, ao mesmo tempo, significativamente maior que um. De alguma forma, os investidores não “arbitraram” os baixos betas brasileiros até meados 94, e, então, rapidamente, aumentaram-no para algo superior a um.

Bibliografia:

ANDIMA. Maio 1996. *Economic Report: Brazil for Foreign Investors*.

Banco Central. *Resenha Econômica (Fev/99)*.

Bekaert, Geert; Garcia, Márcio G. P.; e Harvey Campbell R. novembro 1995. *The Contribution of Speculators to Effective Financial Markets*. Texto para Discussão nº 341 do Dpto. de Economia da PUC-Rio.

Bekaert, Geert; Harvey, Campbell, R. June 9, 1998. *Foreign Speculators and Emerging Markets*. Working Paper.

Bekaert, Geert; Harvey, Campbell, R; and Lumsdaine, Robin L. August 12 1998. *Dating the Integration of World Equity Markets*. Working Paper.

Berndt, Ernst. 1991. *The Practice of Econometrics*: Addison Wesley. (capítulo 2 dos livros texto e de orientação ao *MicroTSP*).

Bernstein, Peter L. 1993. *Capital Ideas*. New York: The Free Press.

Bonomo, Marco; Garcia, René. março 1997. *Tests of Conditional Asset Pricing Models in the Brazilian Stock Market*. Texto para Discussão nº 368 do Dpto. de Economia da PUC-Rio.

BOVESPA. Fevereiro/99. *Guia para investir no mercado acionário brasileiro*.

BOVESPA. Janeiro/98. *Anexo IV*.

BOVESPA. Março/99. *Programas de BDRs*.

Dornbusch, Rudiger; Goldfajn, Ilan; e Valdés, Rodrigo O. February 1995 *Currency Crises and Collapses*. Brooking Papers on Economic Activity.

Garcia, Márcio G. P.; e Valpassos, Marcus Vinícius. Novembro 1998. *Capital Flows, Capital Controls and Currency Crisis: The Case of Brazil in the Nineties*. Texto para Discussão nº 389 do Dpto. de Economia da PUC-Rio.

Gujarati, Damodar. 1995. *Basic Econometrics*. Mcgraw-Hill.

Huang, Chi-Fu e Litzenberger, Robert H. 1988. *Foundations for Financial Economics*. New York: North Holland. (quatro primeiros capítulos)

Ingersoll, Jonathan E. 1987. *Theory of Decision Financial Making*. Md: Rowan & Littlefield. (capítulo quatro)

IPEA. Boletim Conjuntural nº 44, janeiro/99.

IPEA. Boletim Conjuntural nº 45, abril/99.

Ross, Stephen e Westerfield, Randolph e Jaffe, Jeffrey. 1996. *Corporate Finance*. Chicago: Irwin. (capítulo dez)

Werneck, Rogério. Agenda Positiva. O Estado de São Paulo, 30 de abril de 1999.

Werneck, Rogério. Perda de Foco. O Estado de São Paulo, 14 de maio de 1999.

White, Halbert. *A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix and a Direct Test for Heteroskedasticity*, *Econometrica* 48.

Adendo à monografia em disquete:

Os gráficos da monografia não estão em disquete: não tivemos scanner disponível, e uma minoria de nossos gráficos foi feita, e não retirada de fontes secundárias.