

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

ANÁLISE COMPARATIVA DE DOIS MODELOS DE EQUILÍBRIO GERAL

Renato Calisto Drumond

Matrícula: 0512159

Orientador: José Antonio Ortega

Dezembro de 2009

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

ANÁLISE COMPARATIVA DE DOIS MODELOS DE EQUILÍBRIO GERAL

Renato Calisto Drumond

Matrícula: 0512159

Orientador: José Antonio Ortega

Dezembro de 2009

Declaro que o presente trabalho é de minha autoria e que não recorri para realizá-lo, a nenhuma forma de ajuda externa, exceto quando autorizado pelo professor tutor.

As opiniões expressas neste trabalho são de responsabilidade única e exclusiva do autor.

1-INTRODUÇÃO

A idéia de circularidade (no sentido de um processo seqüencial que sempre retorna ao seu início) e de regularidade (que indica a manutenção das propriedades observadas nos eventos) está presente no estudo da realidade econômica de maneira marcante pelo menos desde os fisiocratas, no século XVIII, cristalizada na obra *Tableau Économique*, de Francois Quesnay. No entanto, foi somente com a investigação iniciada por Walras, no século XIX, com seu livro *Éléments d'économie politique purê*, que a noção de equilíbrio, que combina os dois conceitos indicados acima, passou a ser discutida como um tema em separado do resto da análise econômica, como tentativa de definir que propriedades uma economia qualquer deveria apresentar para que se pudesse afirmar que a mesma se encontrava em equilíbrio, além de descrever as características associadas a tal posição.

Embora Walras tenha proposto um modelo que, segundo ele, possuía uma solução de equilíbrio, não foi capaz de demonstrar formalmente que o mesmo existia. Vários desenvolvimentos se seguiram, explorando aspectos distintos da questão até que, no início dos anos 50, dois modelos, desenvolvidos de maneira independente mas contemporânea(e, como se verá mais adiante, possuindo referências em comum), foram propostos como possuindo uma solução de equilíbrio e, ao contrário do caso de Walras, tais soluções foram formalmente demonstradas, com o auxílio de um instrumental matemático desenvolvido durante o período em questão.

A noção de equilíbrio é importante para o estudo da economia como forma de explicar as relações entre variáveis de interesse observadas na realidade. Mas pode ser também, por seu turno, um objeto de estudo puramente teórico. Por exemplo, mesmo que não observemos o equilíbrio numa economia qualquer que seja objeto de nosso interesse, é preciso compreender de maneira precisa o que significa uma economia estar em equilíbrio, para que possamos dizer se: (1) a mesma se encontra ou não nesse estado; (2) quais são as características associadas a tal equilíbrio. Ou seja, há um valor intrínseco no estudo da idéia de equilíbrio, mesmo que este valor seja, muitas vezes, negativo (no sentido de que na maioria das vezes acabamos por estudar economias que não se encontram em equilíbrio).

Embora inicialmente o assunto em torno do equilíbrio tenha chamado a atenção por ser considerado como uma boa descrição da realidade econômica, é fácil entender como o problema se transformou num campo de estudo em separado. Provar a existência do equilíbrio não era visto inicialmente como uma questão importante, afinal se considerava que a realidade observada era bem representada por um modelo que possuísse uma solução de equilíbrio. Foi apenas quando se começou a questionar os fundamentos sob os quais se assentavam a descrição de uma economia em equilíbrio que os problemas teóricos relacionados aos modelos ganharam destaque frente à preocupação sobre se realmente tais modelos eram uma boa descrição da realidade. A busca pelo refinamento dos modelos deixou a preocupação com seu realismo em segundo plano.

Se o modelo descrevia bem a realidade observada tornou-se uma questão secundária: os esforços passaram a se concentrar na elaboração de um modelo que garantisse a existência do equilíbrio. Dito de outra forma, para que uma economia real se encontrasse em equilíbrio, seria preciso que ela apresentasse as características apontadas pelo modelo como sendo necessárias para que a existência do equilíbrio fosse possível. Se tais características estivessem ausentes, saberíamos que a economia em questão se encontra fora de uma posição de equilíbrio, e que o mesmo só seria alcançável se tal economia passasse a apresentar as características apontadas pelo modelo como garantindo a existência do equilíbrio. O único papel da investigação empírica seria, portanto, de identificar se tais elementos apontados pelo modelo se encontravam ou não presentes (embora muitas vezes certas hipóteses fundamentais não pudessem ser facilmente verificadas, apenas discutidas de maneira abstrata e à luz de outras evidências).

Uma economia é usualmente descrita como sendo composta por unidades de consumo e unidades de produção. As unidades de consumo formam o lado da demanda e as unidades de produção representam o lado da oferta. No caso de um mercado de um bem específico, tanto as unidades de consumo quanto as unidades de produção interagem entre si em relação a apenas um bem em questão. No entanto, quando pensamos na economia como um todo, as unidades de consumo participam em mais de um mercado e, mesmo as unidades de produção que atuam especificamente na produção de apenas um tipo de bem, atuam em diversos mercados de insumo e as suas decisões de produção afetam as decisões das outras unidades de produção, assim como a renda

disponível para cada consumidor.

Numa economia com produção, supõe-se também a existência de um numerário ou meio de troca. Podemos identificar, portanto, a presença de um sistema de preços, importante para que possamos definir a ocorrência de equilíbrio de uma forma precisa. O equilíbrio pode ser entendido como uma situação na qual uma economia se encontra de forma tal que as decisões dos agentes (unidades de consumo e unidades de produção) não são mais alteradas; associada a esta situação existe um conjunto de preços que pode ser representado por um vetor. Se uma economia se encontra em equilíbrio, os preços vigentes no mercado permanecem inalterados; só há razão para que eles se alterem se ocorrer revisão nas decisões de consumo e produção por parte dos agentes. Diante da ausência de modificações nas decisões em questão, não existe nenhuma força que modifique os preços atuais. O equilíbrio se estende por todo o período no qual a atividade econômica é ativa.

Em cada modelo, certas hipóteses são feitas em relação às decisões dos consumidores e produtores, além de suposições quanto ao universo sobre as quais as decisões são tomadas. Algumas dessas hipóteses são apenas uma utilização do instrumental neoclássico consolidado na descrição usual da realidade econômica, principalmente na parte em que se discute a decisão das unidades de consumo. Outras se relacionam a questões de cunho tecnológico e de delimitações de certas estruturas de mercado. Estas últimas já são mais difíceis de serem aceitas como boas descrições da realidade, embora sejam necessárias para garantir que a economia assim descrita possua equilíbrio.

Os modelos de Arrow & Debreu e McKenzie, que demonstravam formalmente a existência de solução de equilíbrio para um modelo representativo de uma economia qualquer, foram publicados num mesmo volume da conceituada revista *Econometrica*, em 1954. O desenvolvimento de cada modelo, embora ocorrido de maneira independente, foi bastante influenciado pelos seminários organizados pela comissão Cowles, em particular as apresentações de Koopmans, que colocaram em relevo as contribuições feitas anteriormente por Wald, na tentativa de estabelecer a existência de equilíbrio num certo modelo representativo da economia, tendo como base o modelo de Cassel que data dos anos 20. Esta ligação histórica acaba por garantir uma continuidade entre as investigações iniciadas por Walras e os trabalhos desenvolvidos posteriormente,

apesar da obra deste último permanecer pouco estudada diretamente no mundo anglo-saxônico.

Além do interesse em delimitar as situações nas quais o equilíbrio se realiza (no sentido de que o mesmo só pode ser identificado quando uma economia qualquer apresenta satisfaz os pressupostos indicados pelo modelo), as características associadas a tal posição também se colocam como objeto importante de discussão. Afinal, sendo uma situação na qual há a presença de uma regularidade na vida econômica, importa saber se tal regularidade (ou seja, a manutenção de um padrão de produção e distribuição dos recursos) é socialmente desejável, ou se é possível alcançar um outro equilíbrio distinto.

A discussão do equilíbrio torna-se relevante, portanto, ao colocar em questão a margem de manobra para alterações no estado de uma economia que se encontra em tal posição. Afinal, certas características, por serem associadas a um equilíbrio, são garantidas pela manutenção do mesmo e estão, portanto, além de qualquer discussão de alteração relevante que possa ser planejada. Por outro lado, onde há espaço para alteração do padrão encontrado, o efeito de tal alteração deve levar em conta a forma como o equilíbrio se realiza, o que acaba por determinar que tipo de resultado um tipo específico de política terá ou, como ocorre em boa parte dos casos, que tipo de fracasso será obtido diante da tentativa de alterar elementos que são constitutivos da própria ordem econômica que se quer modificar.

Além disso, os problemas de equilíbrio geral ilustram os efeitos totais de uma intervenção econômica, mesmo quando a mesma afeta diretamente apenas um mercado específico pois, como visto anteriormente, há uma série de efeitos indiretos que a mudança num mercado específico provoca nos outros mercados de uma determinada economia.

Este trabalho não está preocupado com o realismo dos modelos descritos, nem com os seus desdobramentos na análise do bem-estar social, mas sim com os aspectos teóricos e as hipóteses requeridas por cada modelo para que se garanta a existência de equilíbrio. Em particular, os modelos são comparados à luz de um artigo publicado em 1980, por Novshek & Sonnenschein. Este artigo demonstra que uma das hipóteses feitas no modelo de Arrow-Debreu é na verdade desnecessária, o que possibilita uma equivalência entre os modelos de Arrow-Debreu e McKenzie. O objetivo deste trabalho

é apresentar uma rápida descrição de cada modelo em questão, comentar as observações trazidas por Novshek & Sonnenschein e mostrar como um modelo de equivalência poderia ser desenvolvido.

2-APRESENTAÇÃO DO MODELO DE MCKENZIE

O modelo de McKenzie se utiliza de um modelo desenvolvido por Graham, representando produção e comércio mundial, para adaptá-lo de forma tal que o mesmo possa representar qualquer economia que apresente as características de interesse indicadas e que são necessárias para garantir a presença do equilíbrio, cuja existência e unicidade é provada no artigo em questão. Em particular, o modelo de Graham interessa para um modelo de equilíbrio geral por trabalhar com o conceito de atividades lineares. *Atividade* se relaciona com um esforço produtivo qualquer, no sentido da utilização de determinados fatores de produção, e sua característica de *linearidade* implica numa relação constante entre o montante de insumos utilizados na atividade em questão e a quantidade de bens finais produzidos. Ou seja, as propriedades presentes na transformação de insumo em produto, que ocorre durante o processo produtivo, são mantidas inalteradas à medida que o mesmo é expandido ou reduzido, na produção de qualquer tipo de bem, utilizando um tipo específico de tecnologia ao longo de todo o processo. Não há, portanto nem indivisibilidade ou a presença de economias externas na produção.

A linearidade das atividades se relaciona com a ocorrência de retornos *constantes* de escala. A presença de retornos constantes é importante por garantir que uma quantidade A qualquer produzida de um dado bem B qualquer possa ser criada a partir da utilização de uma quantidade constante X de insumos, não importando se tal quantidade é produzida por apenas uma firma ou por um número infinito delas (considerando que as técnicas produtivas disponíveis para a produção de um bem sejam as mesmas para as firmas em questão ou, mesmo que sejam diferentes, a técnica mais eficiente seja compartilhada entre todas, o que acaba por fazer com que todas as firmas utilizem a mesma técnica na produção do bem em questão). Para cada tipo de firma é associado um conjunto de atividades lineares na produção de cada tipo de bem, considerados em número finito, indicando a quantidade produzida de cada bem a partir da utilização de uma unidade de insumo.

No modelo de Graham, adaptado por McKenzie, há apenas um insumo utilizado no processo produtivo, que é o trabalho, associado a um número finito N de países, sendo que cada um possui uma oferta própria finita e intransferível deste insumo. Em cada país, prevalecem atividades lineares, que podem ser representadas por uma matriz indicando quanto de cada bem é produzido pela utilização de uma unidade de trabalho.

Embora exista apenas trabalho nesse modelo como insumo, há qualidades distintas de trabalho, o que faz com que exista mais de um insumo disponível. No processo produtivo, no entanto, é utilizado apenas um dos tipos de trabalho disponíveis, sem que haja combinação de insumos distintos (até porque os trabalhos disponíveis são limitados pelas fronteiras de cada país, e supõe-se que para cada país é associado apenas um tipo de trabalho; só há, portanto, um tipo de processo disponível para a produção de cada bem, para cada país presente no modelo). Cada país é capaz de produzir todos os K bens finais possíveis.

Esse modelo de produção internacional pode ser facilmente transformado de forma tal que os países passam a fazer o papel das firmas ou, dito de maneira mais precisa, de tipos diferentes de firmas. A cada tipo de firma é associado um conjunto de atividades lineares, sendo que as mesmas técnicas podem ser compartilhadas por mais de uma firma de um determinado tipo, como indicado anteriormente. A cada tipo de firma podemos associar um determinado setor da economia, como veremos mais adiante. O conjunto de todas as técnicas de produção de cada tipo de firma, que é em número finito, nos dá o conjunto de técnicas de produção da economia como um todo. O interesse do modelo é ilustrar o conjunto de técnicas produtivas disponíveis, não importando o total de firmas atuando em cada mercado, ou o número de seu conjunto total.

No modelo de Graham, há uma oferta de trabalho limitada a cada país. No caso da representação de uma economia qualquer, a oferta de trabalho associada a um setor pode ser entendida como representando um tipo de trabalho que, aplicado na produção de diferentes bens, possui diferentes rendimentos. Não é preciso imaginar que a limitação de uma oferta de trabalho se dê no sentido de que há uma quantidade limitada de indivíduos que podem atuar num certo setor, mas sim que, para a atuação naquele setor, apenas alguns indivíduos estão qualificados, a saber, os que possuem o tipo de trabalho em questão.

Por outro lado, o mesmo indivíduo pode atuar em mais de um mercado, se souber executar mais de um tipo de trabalho. A oferta de trabalho deve ser entendida menos em termos de total de trabalhadores disponíveis e mais em horas de trabalho ofertadas, que são diferenciadas pelo tipo de trabalho exercido. Se há plena mobilidade dos fatores de produção, o trabalhador escolherá trabalhar na produção do bem no qual obterá maior rendimento. Há pelo menos um tipo de atividade que dá a maior remuneração para um trabalho de certa qualidade. Por isso, para cada tipo de atividade há um certo tipo de

trabalho que é mais eficiente, o que explica a especialização de um tipo de trabalho na produção de cada bem.

Para cada tipo de firma há um vetor que indica os níveis de atividade na produção de cada bem, sendo que tal nível pode ser nulo, mas não negativo. Tais níveis de atividade indicam a quantidade de insumos utilizada. O resultado da multiplicação da matriz contendo os coeficientes de atividades lineares com o vetor que indica os níveis de atividade revela a quantidade de cada bem produzida por aquele tipo de firma. O resultado de tal operação é o vetor de produto final. Uma limitação importante é que o total dos níveis de atividade não podem ultrapassar a oferta de insumo disponível. Veremos mais adiante que, embora seja possível não utilizar todos os insumos disponíveis, em equilíbrio a economia se encontra numa situação em que há plena utilização dos fatores.

Pelo lado da demanda, exige-se que a quantidade de trabalho ofertada deve ser igual à quantidade de trabalho disponível, para cada tipo de trabalho, para preços positivos (preços iguais a zero implicam em abundância do fator de produção, o que indica que a oferta a preço zero é menor que a quantidade demandada). Tal exigência implica na plena utilização dos fatores de produção. Quanto aos hábitos de consumo, a quantidade demandada de um bem é uma proporção fixa da renda disponível aos agentes econômicos. E a renda total da economia é o resultado da multiplicação entre o vetor de preços dos bens finais e o vetor de produto final.

X representa o conjunto de vetores x dos níveis de atividades que satisfazem as restrições do sistema de produção. Segundo McKenzie, o conjunto dos vetores deve possuir as seguintes propriedades: ser (1) limitado, (2) fechado e (3) convexo. A propriedade (3) implica que um vetor de níveis de atividade factível pode ser uma combinação linear entre dois vetores de níveis de atividade possíveis, com coeficientes entre 0 e 1 e cuja soma é igual a uma unidade. E, dado que os vetores de bens finais y são uma transformação linear dos vetores X pela matriz de coeficientes tecnológicos, o conjunto Y de vetores y de bens finais possui as mesmas propriedades associadas ao conjunto X .

A partir da descrição desse modelo, McKenzie demonstra existir uma solução de equilíbrio para uma economia que possua as propriedades indicadas acima, associado com a presença de concorrência perfeita no setor produtivo, o que acaba por garantir eficiência na produção. Um vetor de produto final é definido como eficiente se não é possível aumentar algum componente (um bem específico) do produto sem que outro

componente (um outro bem qualquer) seja diminuído; dito de outra forma, há plena utilização dos fatores de produção. O resultado da plena utilização dos fatores faz parte de um conjunto de produtos extremos, e são estes os produtos associados a uma situação de equilíbrio.

Na descrição de um equilíbrio competitivo, a competição é entendida como fazendo com que os preços vigentes no mercado sejam tidos como dados, no sentido de que a decisão das unidades de produção não afeta os preços (não fica claro, no entanto, como a decisão de uma unidade de produção individual se concilia com a análise da produção a partir de setores que agregam o mesmo tipo de firma). Lucro é definido como sendo o resultado de $p \cdot z$, onde z é um vetor insumo-produto no qual os insumos entram como componentes negativos. Só há mudança nas decisões produtivas se tal alteração levar a um aumento do lucro. Como em equilíbrio o lucro realizado iguala a zero, só existem duas decisões efetivas por parte da empresa: produzir quando o lucro é nulo e não produzir quando tal esforço produtivo leva a um prejuízo. Se a decisão de produção não afeta os preços de mercado, e as atividades são lineares, o retorno do esforço produtivo é constante ao longo de todo o processo. Não fica claro, portanto, qual quantidade será produzida por cada firma individualmente, sendo que apenas a quantidade total produzida por um tipo de firma quando o lucro é nulo é claramente indicada pelo modelo.

Os consumidores desejam consumir toda a renda que ganham, que se origina exclusivamente do pagamento de salários. O padrão de demanda pode ser entendido como função dos preços. Se há um lucro positivo, o mesmo pode ser expandido através de um aumento no nível de atividade. O nível de atividade só não é expandido quando o lucro iguala a zero, caso que ocorre no ambiente de concorrência perfeita. Como o custo médio de produção é constante ao longo do processo produtivo, já que as atividades são lineares, e a alteração nos níveis de atividade por parte das firmas não altera os preços vigentes, o lucro permanece zero ao longo de todo o processo produtivo. A quantidade produzida por cada firma é dada pela quantidade demandada agregada de um determinado bem dividido pelo número de firmas que produzem tal bem. Mas o número efetivo de firmas de um determinado tipo que atuam no mercado é deixado indeterminado pelo modelo proposto por McKenzie.

A condição de lucro implica que nenhuma oportunidade de ganho deixa de ser aproveitada. O retorno pode ser negativo, então o nível de atividade na produção daquele determinado bem por um tipo de empresa é nulo. Na posição de equilíbrio,

nenhuma atividade gera lucros, portanto toda renda gerada na economia deriva do trabalho.

O equilíbrio é definido como uma posição que deixam os produtores sem oportunidade de aumentar os seus lucros, e que satisfazem as funções de demanda, tanto a demanda por bens finais quanto a demanda bens de trabalho.

3-APRESENTAÇÃO DO MODELO DE ARROW & DEBREU

O modelo de Arrow & Debreu, por seu turno, parte da firma individual como unidade produtiva relevante a ser analisada, ao invés de diferenciá-las por tipos de firma como no modelo de McKenzie. O número de firmas possíveis no mercado (que inclui as firmas que poderiam operar, mas que, diante dos preços de equilíbrio vigentes, não produzem) é finito (no modelo de McKenzie apenas os tipos de firma eram tidos como em número ilimitado), sendo que a cada firma é associado um conjunto possível de planos de produção, refletindo a tecnologia disponível a cada unidade produtiva em particular.

Cada plano de produção é um vetor que indica quantas unidades de cada tipo de bem final uma determinada firma produz. A soma de cada vetor de plano de produção executada por toda unidade de produção ativa no mercado é equivalente ao vetor insumo-produto presente no modelo de McKenzie, visto que os insumos utilizados, no modelo atual, contam como componentes negativos. No caso de McKenzie, o vetor insumo-produto remete ao vetor de bens finais, que por sua vez é uma transformação linear dos níveis de atividade pela matriz de tecnologia, esta última indicando quanto o uso de uma unidade de insumo se transforma em um determinado bem aplicação de um tipo específico de tecnologia, sendo que o plano de produção indica simplesmente a quantidade final produzida de cada bem.

Se partirmos da quantidade final produzida de cada bem, podemos pensar de maneira mais intuitiva o modelo quando descontarmos quanto de cada insumo foi utilizado na produção de uma unidade de um bem final qualquer, ao invés de trabalharmos com a produção associada à utilização de uma unidade de insumo, o que implicaria na utilização de um vetor de níveis de atividade. Por outro lado, no modelo de Arrow & Debreu, os coeficientes tecnológicos associados a cada atividade ficam em segundo plano. Mas, como se verá mais adiante, há uma boa razão para que o setor produtivo não seja representado da mesma forma que no modelo de McKenzie, pelas diferenças presentes no modelo.

O conjunto de planos de produção, para toda e cada firma, é restrito como sendo convexo. Outras duas propriedades associadas aos planos de produção são supostas,

sem que despertem, no entanto, maiores interesses analíticos. A saber, que o conjunto deve ser fechado e que um vetor de produção não pode cancelar outro. Ou seja, é preciso que se utilize algum bem de trabalho no processo produtivo e, como trabalho não pode ser produzido, há insumos cujo oferta é fixa e não são reproduzíveis. A convexidade, aqui, não é estrita, implicando apenas em retornos não-crescentes de escala, podendo ser constantes ou decrescentes, já que as atividades não são necessariamente lineares.

Os retornos decrescentes decorrem da utilização de fatores próprios à firma e que não são negociáveis no mercado (a localização espacial da unidade produtiva, por exemplo, pode ser entendida como um fator de produção próprio a cada firma e que não é negociável). A presença de retornos crescentes não é uma situação que poderia se manter indefinidamente. Afinal, se os retornos são crescentes, eles aumentariam até o infinito, o que não faz sentido, já que a produção sempre ocorre numa quantidade finita. O modelo de Arrow & Debreu não permite, no entanto, nem que haja retornos crescentes em alguma parte do processo produtivo.

Os bens produzidos são supostos finitos, e o mesmo tipo de bem se diferencia pelas suas coordenadas espaciais e temporais, embora as mesmas sejam supostas como sendo finitas, apesar de existirem de maneira contínua (pode-se argumentar que os valores dessas coordenadas alcançam relevância econômica apenas a partir de certa magnitude). O modelo representa o desenrolar de uma economia em toda a sua existência, fica difícil argumentar a finitude dos pontos temporais. De qualquer forma, tal ponto ilustra a dificuldade em representar todo o período de atividade econômica. O modelo supõe que cada um das unidades produtivas individuais (firmas) maximizam seus lucros, e que os preços de mercado são novamente tidos como dados, como no modelo de McKenzie.

Arrow & Debreu indicam certas propriedades relacionadas às decisões dos consumidores. Há um vetor consumo associado a cada consumidor, indicando a quantidade consumida de cada bem, sendo que o trabalho ofertado por cada consumidor é computado como consumo negativo. Há vários tipos de trabalhos distintos que podem ser ofertados. Para cada vetor consumo de um consumidor em específico, há uma função indicadora de utilidade associada e contínua no conjunto X_i , que reúne todos os vetores consumo possíveis do indivíduo i . Não há ponto de saturação no consumo ou, se

existir, não é factível frente às tecnologias disponíveis. Supõe-se convexidade das superfícies de indiferença, que se relacionam com a resposta da demanda frente a mudanças de preço (a quantidade demandada se modifica num sinal contrário ao da mudança de preços).

O valor do vetor consumo não pode ultrapassar o total de rendimentos recebido por cada indivíduo, mas o conjunto de vetores consumo incluem todos os vetores factíveis na ausência de restrição orçamentária. Vetores consumo com valores inferiores aos rendimentos individuais são factíveis, embora, como veremos adiante, não serão escolhidos pelos consumidores, por conta de certas propriedades associadas aos seus mecanismos de decisão. Bens de trabalho entram como componentes negativos dos vetores consumo e não podem ultrapassar o máximo de 24 horas por dia.

Cada consumidor escolhe o vetor consumo que maximiza sua utilidade diante das restrições orçamentárias. O rendimento total de cada indivíduo é uma soma da oferta de bens trabalho, da venda de bens finais retidos como dotações iniciais e do recebimento de dividendos decorrentes da participação dos lucros das firmas existentes no mercado. No equilíbrio, não há distribuição de dividendos e toda a renda deriva, portanto, da oferta de trabalho e da venda dos bens finais dotados inicialmente por cada indivíduo (como o trabalho entra como consumo negativo, acaba por não aparecer na restrição orçamentária).

Uma economia abstrata é entendida como a generalização de um jogo. Num jogo convencional, o domínio de estratégias de cada agente independe das estratégias escolhidas pelos agentes rivais, sendo que as estratégias escolhidas por todos afetam apenas o pay-off recebido por cada agente. Já numa economia abstrata, o domínio também é afetado pelas estratégias dos outros agentes, por uma razão muito simples: as escolhas de consumo factíveis dependem tanto do preço dos bens a serem escolhidos quanto dos rendimentos recebidos por cada agente; só que tanto os preços quanto os rendimentos são formados a partir das escolhas agregadas de todos os agentes econômicos em questão.

Por exemplo, o preço de um bem é maior ou menor de acordo com a demanda agregada de todos os agentes para cada preço possível relevante. Da mesma forma, as decisões de consumo acabam por interferir num uso mais ou menos intensivo dos fatores de produção num determinado setor, acabando por interferir, portanto, na

remuneração dos insumos utilizados. Por conta desta característica dos vetores consumo factíveis, portanto, a economia abstrata não pode ser representada como um mero jogo, precisando, portanto, das modificações acima indicadas.

Mas, embora seja representada como um jogo, as propriedades do mesmo são estranhas. Afinal, o ambiente do setor produtivo é tido como sendo perfeitamente competitivo, ao mesmo tempo em que a decisão de produção dos outros agentes deveriam afetar a decisão de cada produtor em particular. Embora a economia seja representada como a generalização de um jogo, a incapacidade da decisão do agente individual em alterar o padrão de um resultado realizado acaba por inviabilizar qualquer interação interessante que poderia ser representada através de um jogo. Dado que o resultado realizado é sempre competitivo, assim que o mesmo é alcançado, não é possível que o mesmo seja revisto. O jogo é 'jogado' todo por antecipação, visto que o resultado de equilíbrio já é sabido como sendo competitivo e que os agentes ficam, no final, sem margem de escolha para decidir de forma a alcançar um resultado que julguem como sendo mais vantajoso.

4-APRESENTAÇÃO DO MODELO DE NOVSHEK & SONNENSCHNEIN

O modelo desenvolvido por Novshek e Sonnenschein, embora transpareça muitas semelhanças com aquele proposto no artigo de Arrow e Debreu, introduz algumas mudanças fundamentais quanto às hipóteses feitas, em particular naquelas feitas quanto às propriedades do setor produtivo. Enquanto no modelo anterior o número de unidades de produção era finito, o novo modelo permite um número ilimitado de firmas distintas atuando no mercado. A idéia de um número infinito de firmas tem menos a ver com uma tentativa de descrever de maneira realista quantas firmas efetivamente operam, já que tal quantidade é claramente finita, e é mais uma necessidade da tentativa de expor uma propriedade do sistema produtivo que interessa na descrição de uma estrutura de mercado que seja perfeitamente competitiva, mas que não seja tão restritiva como ocorre no modelo de Arrow & Debreu. Afinal, embora o interesse esteja em definir condições de equilíbrio, é interessante que o modelo não se afasta tanto de uma aproximação plausível da realidade econômica.

Ao supor um número infinito de firmas atuantes no mercado, é possível representar a quantidade total produzida como sendo o resultado da derivada de uma integral. A derivada de uma integral num ponto infinitesimal é igual a zero. A produção de uma firma individual é representada por este ponto, dado que as firmas atuantes são consideradas como sendo em número ilimitado. Uma quantidade qualquer produzida só é significativa em relação à quantidade demandada, portanto, se considerarmos um conjunto de firmas; a produção da firma individual é insignificante.

A cada firma é associado um conjunto de possibilidades de produção. O conjunto de tecnologias disponíveis para economia como um todo é suposto convexo, mas não depende da convexidade do conjunto de possibilidades de produção associado a cada firma em particular. A convexidade do conjunto é resultado dos aumentos de eficiência decorrentes de um número maior de firmas atuando no mercado. Se as possibilidades de produção fossem compartilhadas por um número ilimitado de firmas, ocorreriam retornos constantes de escala no agregado. Mas, com firmas de tecnologia diferente competindo no mercado, o formato em U da curva de custo médio prevalece.

O modelo também possibilita que a estrutura de produção possa ser dividida em

setores, da forma indicada por McKenzie. A produção efetiva de um setor qualquer pertence a um conjunto de possibilidades de produção que possui a propriedade de convexidade. A indústria como um todo age de maneira competitiva, ou seja, a variação nos preços de mercado afeta tanto a quantidade produzida por cada firma atuante na indústria antes da mudança de preços como também o conjunto de firmas que participam naquele mercado, seja pela inclusão ou saída de firmas. Não é exigido, no entanto, que o conjunto de possibilidades de produção associado a cada firma tenha tal propriedade.

Para que exista equilíbrio numa economia descrita pelo modelo em questão, a ocorrência de uma escala de eficiência pequena e a possibilidade de entrada das firmas desempenham um papel central. A escala eficiente se relaciona com o tamanho de produção associado ao menor custo médio de produção agregada. No caso em que a decisão da firma não afeta os preços de mercado, este também será o ponto de produção no qual o lucro será maximizado. A idéia da escala mínima eficiente ser pequena tem a ver com o fato de que são necessárias muitas firmas no mercado para que a demanda a um dado preço seja satisfeita com as firmas produzindo a um custo médio que seja mínimo. Como a quantidade produzida pela firma individual não afeta os preços, a inclusão de novas firmas afeta...

5-EQUIVALÊNCIA ENTRE OS MODELOS

Com a ausência de exigência da convexidade das possibilidades de produção das unidades produtivas, a ocorrência da convexidade passa a ser transferida para o conjunto de possibilidades de produção de um setor em específico. Mas esta não é uma hipótese que precisa ser exigida previamente pelo modelo, e sim um resultado que deriva de outras propriedades presentes. A ausência de convexidade no conjunto de possibilidades de produção de uma firma implica que, mudando o conjunto de firmas que produz a quantidade do bem em questão, o custo de produzir tal quantidade se altera. Ou, se observarmos a questão pelo lado de uma quantidade de insumos utilizada, a quantidade de um bem que é produzida por este montante se altera, se forem outras firmas a produzi-lo.

A grande deficiência do modelo de Mckenzie é supor a ocorrência de retornos constantes de escala para cada tipo de firma existente. A convexidade dos vetores de bens finais acaba por ser resultado da ocorrência destes retornos constantes. Mas, se os retornos são constantes, não faz diferença se o processo produtivo é feito por apenas uma empresa ou um número infinito de empresas do mesmo tipo. Ocorre que, se o modelo supõe a presença de concorrência perfeita, a mesma só ocorre se os preços forem tidos como dados, o que é difícil de ser defendido na presença de poucos concorrentes no mercado, e irrealista no caso de monopólio. A presença de retornos constantes na produção da firma ao longo de todo o processo produtivo, combinada com a atuação de tais firmas num ambiente competitivo gera, portanto, um quadro difícil de ser defendido.

Pelo lado do modelo de Arrow e Debreu, a empresa individual é vista como unidade fundamental para explicar a organização do processo produtivo. Mas a empresa, sendo uma criação de acionistas, é antes de tudo uma atividade empreendedora. Se o lucro realizado é zero, a decisão de produzir é equivalente à decisão de não produzir (o que não significa que o agente é indiferente à decisão de produzir das outras unidades de produção, que afetam diretamente o seu bem-estar). O modelo deixa por explicar, portanto, o que motiva um agente econômico a iniciar uma empreitada produtiva.

Num modelo que unificasse as contribuições feitas por McKenzie e Arrow & Debreu, utilizando as modificações apontadas por Arrow & Debreu, a produção passa a ser entendida a partir da dinâmica que ocorre em setores distintos.

6-CONCLUSÃO

Ao longo deste trabalho, foram apresentados: os modelos desenvolvidos respectivamente por McKenzie e Arrow & Debreu para o problema de equilíbrio geral; as hipóteses utilizadas por cada modelo na prova de existência desse equilíbrio; as semelhanças e diferenças feitas na representação de uma economia qualquer, no que se refere tanto em relação ao setor produtivo quanto ao lado dos consumidos; as observações feitas por Novshek & Sonnenschein quanto ao estabelecimento deste equilíbrio feita no modelo de Arrow & Debreu; um esboço de como os modelos iniciais poderiam ser representados por um modelo único diante das modificações indicadas por este último artigo. Ao relaxar a hipótese de convexidade das possibilidades de produção de cada unidade produtiva considerada individualmente (que era exigida pelo modelo de Arrow & Debreu) , o novo modelo torna possível entender a ação da firma individual operando dentro de um setor específico da economia, da mesma forma que é feita pela análise de McKenzie, que desenvolve uma descrição da produção a partir dos tipos diferentes de firma, que compartilham, em cada setor, as mesmas técnicas de produção. No novo modelo, não é preciso supor que as técnicas de produção sejam compartilhadas pelas firmas que atuam no mesmo setor.

Além disso, ao contrário do modelo de McKenzie, o novo modelo possibilita que a concorrência entre as unidades produtivas seja efetiva, garantindo, portanto, um ambiente no qual prevalece o regime de concorrência perfeita, que é apenas suposto como existente por McKenzie sem que, no entanto, existam elementos no seu modelo que indicassem razões para os quais o regime de concorrência em cada setor seria perfeitamente competitivo e não, por exemplo, de caráter monopolista, diante de retornos constantes de escala ao longo de todo o processo produtivo. Por não exigir que os custos produtivos sejam constantes, mas sim em formato de U, o novo modelo indica que, quando a empresa produz no custo médio mínimo, a inclusão ou retirada de firmas no mercado aumenta os custos de produção. Já no modelo de McKenzie, a inclusão de novas firmas não altera o custo para cada firma, da mesma forma que a retirada das antigas.

O artigo de Novshek & Sonnenschein indica que a hipótese da convexidade é desnecessária, bastando apenas presença da escala mínima eficiente que seja pequena,

junto com a possibilidade de entrada de firmas atualmente não ativas no mercado, garantindo assim o ambiente competitivo associado à situação de equilíbrio. Num ambiente com poucas firmas, cada uma delas pode expandir seus lucros aumentando a quantidade produzida pelas mesmas. É verdade que este aumento implica numa diminuição dos lucros a partir de certo ponto, diante do aumento agregado da produção. Supondo que as mesmas já tenham expandido a sua produção até este máximo, se ainda há lucro positivo, há incentivo para que novas firmas entrem no mercado.

A entrada de novas firmas aumenta a quantidade total ofertada, levando a uma diminuição dos preços e uma conseqüente redução nos lucros. A diminuição nos lucros leva à expulsão das firmas menos produtivas do mercado, e a uma diminuição da quantidade produzida pelas firmas antigas que ainda atuam neste mercado. Este processo explica porque a inclusão de novas firmas leva a uma escala de produção eficiente: o custo médio de produzir agregado diminui à medida que as firmas menos produtivas são expulsas do mercado, e a quantidade produzida anteriormente ‘migra’ do extremo final da produção das firmas antigas ainda atuantes para o início da produção das novas firmas que se tornaram ativas.

Em relação às unidades de consumo, não há nenhuma alteração relevante introduzida por Novshek & Sommenschein. As propriedades descritas do conjunto de escolhas possíveis para cada consumidor e o princípio de maximização de utilidade seguido por cada consumidor, dada as restrições associadas de orçamento, descritas com detalhes no modelo de Arrow & Debreu e implícitas na formulação das funções de demanda no modelo de McKenzie, continuam valendo. Não é por acaso que isso ocorre: afinal, a descrição do lado da oferta pelos 2 modelos anteriores se utilizam, implícita ou explicitamente, do instrumental neoclássico que descreve a ação de indivíduos racionais maximizadores de utilidade.

A grande contribuição de Novshek & Sommenschein, portanto, foi tornar possível compreender a situação de equilíbrio geral como resultado de um processo competitivo de caráter dinâmico, no qual as decisões dos agentes possuem, inicialmente, certo espaço para alteração e revisão, mas que, a partir de um determinado momento do movimento de entrada e saída de firmas do mercado, além da revisão da produção por parte das firmas antigas, tal processo cessa e deixa de ser possível, por conta das próprias preferências dos agentes e da estrutura do setor produtivo, que os deixam sem

margem para melhorar a posição na qual se encontram, em termos de bem-estar.

BIBLIOGRAFIA

Arrow K. J. e G. Debreu. "The Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy" *Econometrica*, vol. XXII, 265-90, 1954

McKenzie, L. "On Equilibrium in Graham's Model of World Trade and Other Competitive Systems," *Econometrica*. Vol. XXII , 147-61, 195

Weintraub, E. R. On the Existence of a Competitive Equilibrium: 1930-195, *Journal of Economic Literature*, vol. 21, 1-39, 1983

Novshek, W. e H. Sonnenschein, Small Efficient Scale as a Foundation for Walrasian Equilibrium", *Journal of Economic Theory*, 1980