

## Curvas de Custo - Gabarito

2019

### Questão 1:

Indique se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas e justifique suas respostas.

- (a) Em um trecho em que a curva de custo variável médio é crescente, a curva de custo marginal situa-se acima da curva de custo médio.
- (b) A área abaixo da curva de custo marginal de longo prazo até o nível de produção  $y$  é igual ao custo total associado à produção da quantidade  $y$ .
- (c) A curva de custo médio de longo prazo é composta pelos pontos de mínimo das diversas curvas de custo médio de curto prazo.
- (d) Se a função de produção apresenta rendimentos constantes de escala para todos os níveis de produto, então as curvas de custo médio de longo prazo e de custo marginal de longo prazo são retas horizontais coincidentes.
- (e) Se a função custo é dada por  $c(y) = 3y^2 + 60y + 100$ , então o custo variável médio na produção de 20 unidades é igual a 125.

**R:**

a) Falso. Vai depender da existência de custo fixo.

Sabemos que quando a curva de custo variável médio é crescente, a curva de custo marginal esta acima da curva de custo *variável* médio. Como:

$$CMe = CVMe + CFMe$$

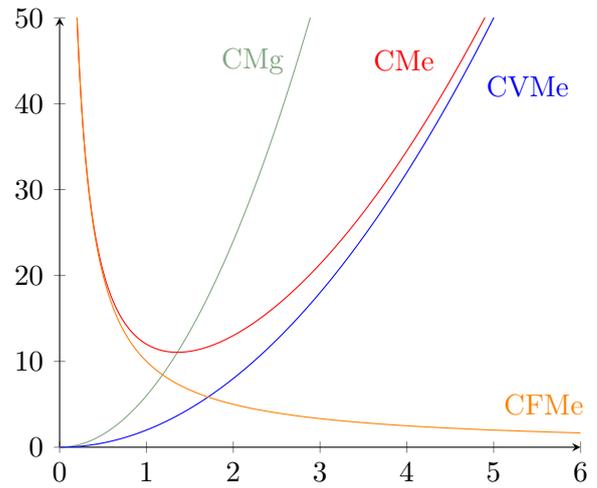
A curva de custo médio vai estar acima da curva de custo variável médio pelo valor do custo fixo médio, de forma que existem valores de produção em que a curva de custo marginal está acima da curva de custo variável médio, mas abaixo da de custo médio.

Como exemplo plotamos no gráfico uma firma com função custo total:

$$CT = 2y^3 + 10$$

Aqui, para  $y$  entre 0 e 1.36 falseamos a afirmação.

Essa afirmação só será verdadeira para casos onde não tivermos custos fixos.



b) Verdadeiro.

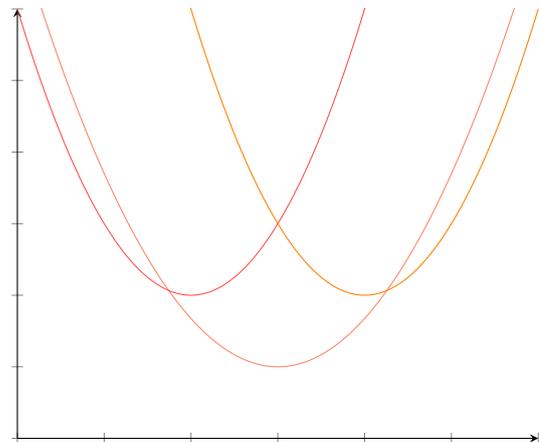
$$\int_0^y CMg(x)dx = CV(y) = CT(y) - CF(y)$$

Como aqui estamos falando de longo prazo, não temos custos fixos. Dessa forma:

$$\int_0^y CMg(x)dx = CT(y)$$

c) Falso.

A curva de custo médio de longo prazo é o envoltório inferior das curvas de custo médio de curto prazo, o que não necessariamente é o conjunto dos mínimos dessas funções.



d) Verdadeiro.

Quando temos retornos constantes de escala, conseguimos dobrar a produção dobrando a quantidade de cada insumo, ou seja, dobrando o custo. Como isso é válido para qualquer valor que você queira multiplicar aumentando a produção, o custo médio será constante (uma reta horizontal).

Para termos um custo médio sempre constante, temos que uma nova unidade produzida tenha o mesmo custo das unidades produzidas anteriormente. Dessa forma, o custo marginal será sempre igual ao custo médio e também será uma reta horizontal.

e) Falso.

Com um custo total  $c(y) = 3y^2 + 60y + 100$ , podemos decompor seu valor entre custo variável e custo fixo:

$$CV = 3y^2 + 60y \quad CF = 100$$

Dividindo o custo variável pelo total produzido para encontrar o custo variável médio:

$$CVM_e = 3y + 60$$

Substituindo o valor  $y = 20$ , temos que  $CVM_e = 3 \times 20 + 60 = 120$ .

## Questão 2:

Magnolia quer abrir uma floricultura, a Petal Pusher, em um shopping novo. Ela pode escolher entre lojas de três tamanhos:  $200m^2$ ,  $500m^2$  ou  $1000m^2$ . O aluguel é de \$1 mensal por  $m^2$ . Magnolia estimou que se ela tiver  $Fm^2$  de espaço e vender  $y$  arranjos por mês, seu custo variável será  $cv(y) = y^2/F$  por mês.

- Escreva seu custo marginal e custo médio quando ela possui  $200m^2$ . Qual é a produção que minimiza o custo médio? Qual é o custo médio nesse ponto?
- Escreva seu custo marginal e custo médio quando ela possui  $500m^2$ . Qual é a produção que minimiza o custo médio? Qual é o custo médio nesse ponto?
- Escreva seu custo marginal e custo médio quando ela possui  $1000m^2$ . Qual é a produção que minimiza o custo médio? Qual é o custo médio nesse ponto?
- Esboce as curvas de custo marginal e médio dos itens anteriores. Indique sua curva de custo marginal e médio de longo prazo.

**R:**

Sabendo o custo variável e que Magnolia terá um custo fixo de \$1 por  $m^2$  de aluguel, podemos montar a sua função custo total:

$$CT = \frac{y^2}{F} + F$$

a)  $F = 200m^2$

$$CT = \frac{y^2}{200} + 200$$

Derivando seu custo total para encontrar o custo marginal:

$$CMg = \frac{2y}{200} = \frac{y}{100}$$

E dividindo seu custo total pela quantidade vendida podemos encontrar seu custo médio:

$$CMe = \frac{y}{200} + \frac{200}{y}$$

Produção que minimiza o custo médio:

$$\begin{aligned} \min_y CMe &\longrightarrow \min_y \frac{y}{200} + \frac{200}{y} \\ CPO : &\frac{1}{200} - \frac{200}{y^2} = 0 \\ &y^2 = 200^2 \\ &y = 200 \end{aligned}$$

Encontrando o custo médio nesse ponto:

$$CMe(200) = \frac{200}{200} + \frac{200}{200} = 1 + 1 = 2$$

b)  $F = 500m^2$

$$CT = \frac{y^2}{500} + 500$$

Derivando seu custo total para encontrar o custo marginal:

$$CMg = \frac{2y}{500} = \frac{y}{250}$$

E dividindo seu custo total pela quantidade vendida podemos encontrar seu custo médio:

$$CMe = \frac{y}{500} + \frac{500}{y}$$

Produção que minimiza o custo médio:

$$\begin{aligned} \min_y CMe &\longrightarrow \min_y \frac{y}{500} + \frac{500}{y} \\ CPO : &\frac{1}{500} - \frac{500}{y^2} = 0 \\ &y^2 = 500^2 \\ &y = 500 \end{aligned}$$

Encontrando o custo médio nesse ponto:

$$CMe(500) = \frac{500}{500} + \frac{500}{500} = 1 + 1 = 2$$

$$c) F = 1000m^2$$

$$CT = \frac{y^2}{1000} + 1000$$

Derivando seu custo total para encontrar o custo marginal:

$$CMg = \frac{2y}{1000} = \frac{y}{500}$$

E dividindo seu custo total pela quantidade vendida podemos encontrar seu custo médio:

$$CMe = \frac{y}{1000} + \frac{1000}{y}$$

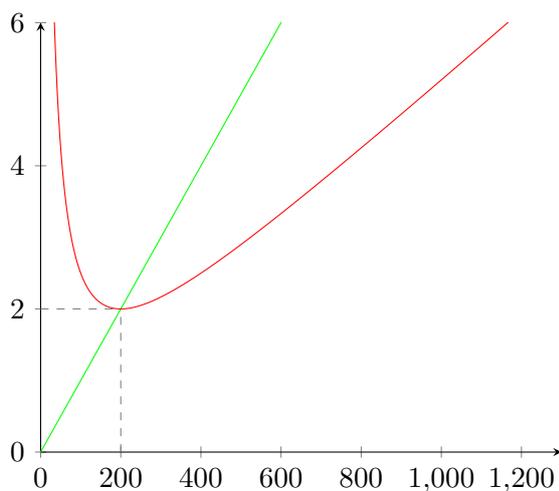
Produção que minimiza o custo médio:

$$\begin{aligned} \min_y CMe &\longrightarrow \min_y \frac{y}{1000} + \frac{1000}{y} \\ CPO : &\frac{1}{1000} - \frac{1000}{y^2} = 0 \\ &y^2 = 1000^2 \\ &y = 1000 \end{aligned}$$

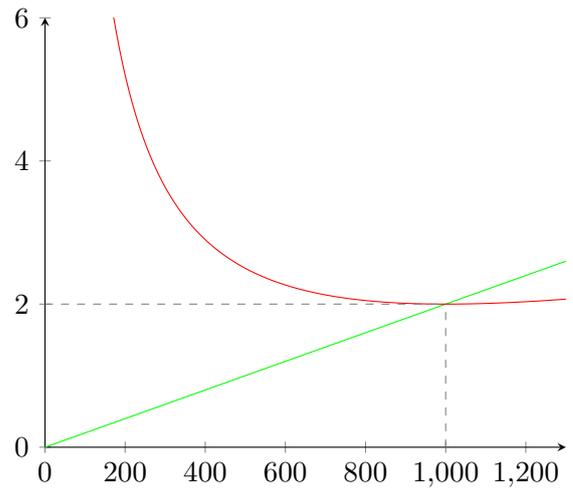
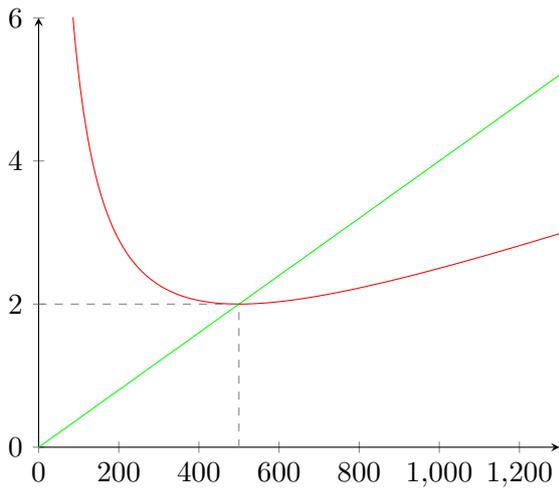
Encontrando o custo médio nesse ponto:

$$CMe(1000) = \frac{1000}{1000} + \frac{1000}{1000} = 1 + 1 = 2$$

d) Repare que, com as curvas de custo marginal e custo médio e o ponto onde o custo médio é mínimo, temos tudo que precisamos para esboçar as curvas em um gráfico:



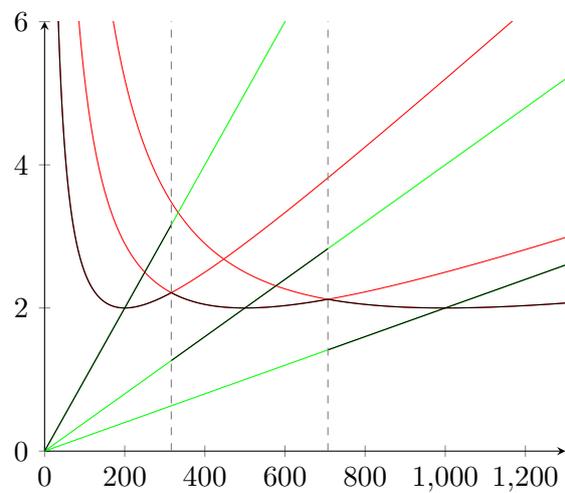
No primeiro gráfico temos  $F = 200$ , no segundo  $F = 500$  e no terceiro  $F = 1000$ , com o custo marginal em verde e o custo médio em vermelho.



Para encontrarmos as curvas de longo prazo (em preto), esboçamos todas as curvas de custo curto prazo em um mesmo gráfico.

A curva de custo médio de longo prazo será o envoltório inferior das curvas de custo médio de curto prazo.

A curva de custo marginal de longo prazo é a variação marginal do custo dada a tecnologia (F) que a firma está escolhendo para cada valor de produção. Assim, será a curva de custo



marginal de curto prazo correspondente à curva de custo médio que está sendo escolhida em cada ponto de produção.