CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

ECO 1113 TEORIA MICROECONÔMICA I

PROFESSOR: JULIANO ASSUNÇÃO TURMA: 2JA

Demanda - Gabarito

2019

Questão 1:

Assinale V ou F e justifique suas respostas:

(a) A TMS é a taxa que mede o quanto o consumidor está disposto a trocar um bem por outro se mantendo na mesma curva de demanda.

(b) Se $U(x, y)$ é uma função utilidade do tipo Cobb-Douglas, o consumidor gasta uma proporção fixa de sua renda com y.

(c) A função utilidade $U(x, y) = 10 + 10x + 10y$ é um caso especial da função utilidade quase-linear.

(d) A ocorrência de um ótimo de fronteira significa que o consumo de um dos bens será zero. Isso implica, portanto, que o consumidor não está maximizando a sua utilidade.

(e) A curva de Engel mostra a relação entre preço e quantidade demandada.

(f) Se o bem é sempre normal, a curva de Engel é sempre positivamente inclinada. Se o bem é sempre inferior em todos os níveis de renda, a curva de Engel pode apresentar qualquer inclinação.

(g) Um consumidor tem uma função utilidade Cobb-Douglas convencional tal que $U(x, y) = x^a y^b$, $a + b = 1$. Suponha que a renda do consumidor seja $m = 2$ e que os preços sejam $(p_x, p_y) = (1/4, 1)$. A escolha ótima será: $(x*, y*) = (4, 1)$ se $a = b$.

R:

a) Falso.

O certo seria curva de indiferença, não curva de demanda.

b) Verdadeiro.

Essa é uma das propriedades mais conhecidas da utilidade Cobb-Douglas. Se $U(x,y) = x^\alpha y^\beta$ o indivíduo vai gastar uma proporção $\alpha/\alpha+\beta$ com x e uma proporção $\beta/\alpha+\beta$ com y.

c) Verdadeiro.

Observe que essa é uma transformação monotônica de uma preferência de substitutos perfeitos:

$$\begin{aligned} U(x,y) &= 10 + 10x + 10y && (-10) \\ &= 10x + 10y && (\div 10) \\ &= x + y \end{aligned}$$

Substitutos perfeitos são um caso especial de preferências quase-lineares em ambos os bens.

d) Falso.

O consumidor está maximizando sua utilidade mesmo quando o ponto ótimo é na fronteira.

e) Falso. A curva de demanda mostra a relação entre preço e quantidade demandada. A curva de Engel mostra a relação entre a renda e a quantidade demandada.

f) Falso.

Se o bem é inferior, a curva de Engel é negativamente inclinada.

g) Verdadeiro.

Sabendo que a demanda de uma utilidade Cobb-Douglas é:

$$x(p_x, p_y, m) = \frac{a}{a+b}\frac{m}{p_x} \qquad y(p_x, p_y, m) = \frac{b}{a+b}\frac{m}{p_y}$$

E sabendo que $a = b$ e que $a + b = 1$ temos que $a = b = 0.5$, logo:

$$x(p_x, p_y, m) = 0.5\frac{m}{p_x} \qquad y(p_x, p_y, m) = 0.5\frac{m}{p_y}$$

E substituindo os valores de p_x, p_y e m, temos que $x(p_x, p_y, m) = 4$ e $y(p_x, p_y, m) = 1$.

Questão 2:

Um consumidor tem função utilidade $U(x_1, x_2) = 10x_1 + 5x_2 + x_1x_2$. O preço do bem 1 é 2, o preço do bem 2 é 4 e a renda do consumidor é 102.

(a) Calcule a escolha ótima do consumidor.

(b) Suponha que o preço do bem 1 passe a ser 3. O que a mudança na escolha ótima do consumidor indica sobre a curva de preço-consumo nessa região?

R:

a) $\max U(x_1, x_2) = 10x_1 + 5x_2 + x_1x_2$ s.a $p_1x_2 + p_2x_2 \leq m$

Montando o lagrangeano:

$$\mathscr{L} = 10x_1 + 5x_2 + x_1x_2 - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m)$$

CPOs:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_1} = 10 + x_2 - \lambda p_1 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_2} = 5 + x_1 - \lambda p_2 = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = p_1x_2 + p_2x_2 - m = 0 \quad (3)$$

Utilizando (1) e (2):

$$\frac{10 + x_2}{p_1} = \frac{5 + x_1}{p_2}$$
$$10p_2 + p_2x_2 = 5p_1 + p_1x_1$$
$$p_2x_2 = 5p_1 + p_1x_1 - 10p_2$$

Substituindo em (3):

$$p_1x_1 + 5p_1 + p_1x_1 - 10p_2 = m$$
$$x_1 = \frac{m + 10p_2 - 5p_1}{2p_1}$$

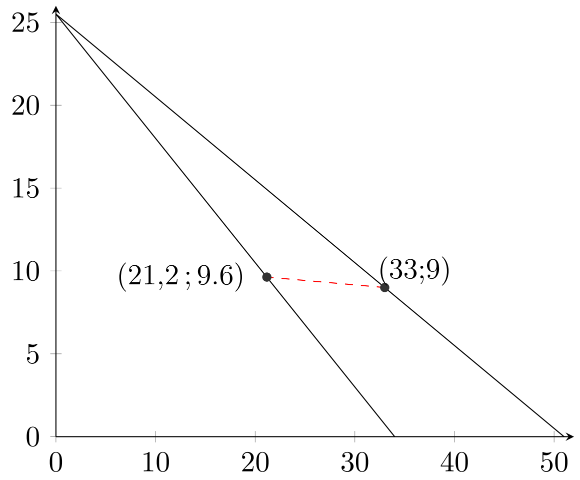
Substituindo x_1 em (3):

$$p_1\frac{m + 10p_2 - 5p_1}{2p_1} + p_2x_2 = m$$
$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{m + 10p_2 - 5p_1}{2p_2}$$
$$x_2 = \frac{m - 10p_2 + 5p_1}{2p_2}$$

Assim, substituindo os valores dos preços e da renda, temos que $x_1 = 33$ e $x_2 = 9$.

b)$p_1' = 3$

Substituindo o novo preço nas curvas de demanda encontradas na letra (a), temos que as novas demandas são $x_1' = 21,17$ e $x_2 = 9,63$.



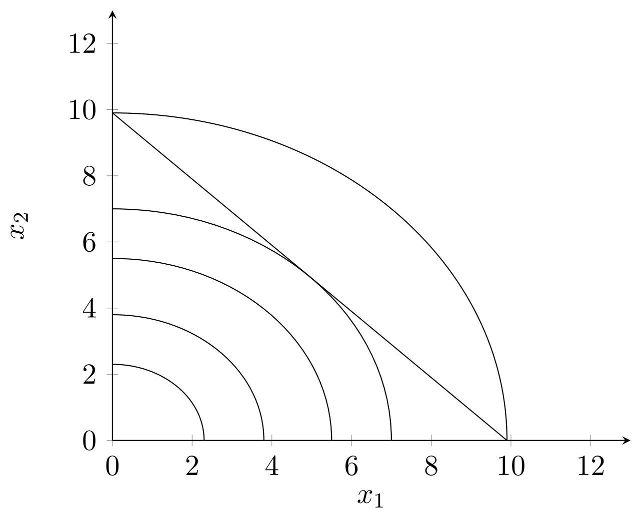
Se olharmos essas duas restrições orçamentárias e para os dois pontos ótimos no gráfico de x_2 por x_1, vemos que nessa região a curva de preço consumo é decrescente. Um aumento do preço do bem 1 diminui a demanda de x_1 e aumenta a de x_2.

Questão 3:

Obtenha a demanda pelo bem 1 de um consumidor com função de utilidade $U(x_1, x_2) = (x_1)^2 + (x_2)^2$ (Dica: analise o problema graficamente).

R:

Repare que essa relação de utilidade vai ter como curvas de indiferença círculos concêntricos no centro $(0, 0)$:



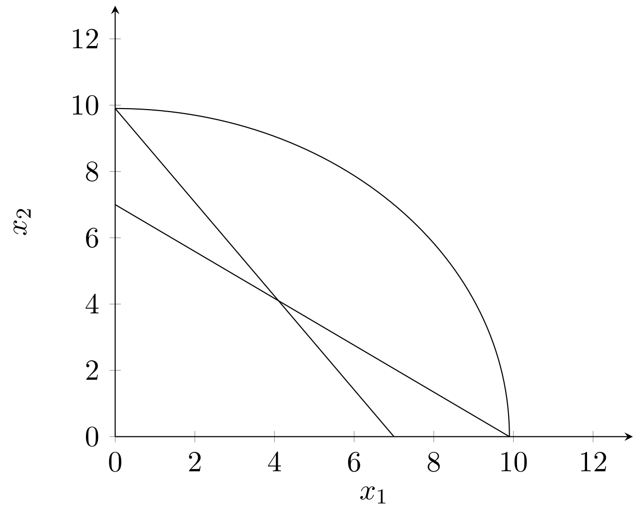
Assim, temos um caso onde as curvas de indiferença são côncavas, e o ótimo vai ser uma solução de canto. (Veja que se utilizarmos a técnica do lagrangiano estaremos encontrando o ponto de menor utilidade na fronteira orçamentária!).

E assim, a escolha de qual solução de canto será escolhida dependerá da inclinação da restrição orçamentária, ou seja, dependerá da relação de preços dos bens.

Se $p_1 > p_2$ o indivíduo vai consumir apenas p_2 e se $p_1 < p_2$ o indivíduo vai consumir apenas p_1. Logo:

$$x_1 = \begin{cases} 0, & se\ p_1 > p_2 \\ \frac{m}{p_1}, & se\ p_1 < p_2 \end{cases}$$

$$x_2 = \begin{cases} 0, & se\ p_1 < p_2 \\ \frac{m}{p_2}, & se\ p_1 > p_2 \end{cases}$$



Questão 4:

Considere um consumidor cuja função de utilidade é $U(x_1, x_2) = (x_1)^2(x_2)$. Seja M a renda desse indivíduo e p_1 e p_2 os preços dos bens x_1 e x_2, respectivamente.

(a) Resolva o problema do consumidor e ache a função de demanda pelos bens.

(b) Considere agora outro consumidor com a mesma renda M, porém com função utilidade $U(x_1, x_2) = 2ln(x_1) + ln(x_2)$. É possível dizer que as funções de demanda para esse consumidor são iguais às do primeiro consumidor? Explique.

R:

a) $max\, x_1^2 x_2$ s.a $p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$

$$\mathscr{L} = x_1^2 x_2 - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m)$$

CPOs:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_1} = 2x_1x_2 - \lambda p_1 = 0 \qquad (4)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_2} = x_1^2 - \lambda p_2 = 0 \qquad (5)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = p_1x_2 + p_2x_2 - m = 0 \qquad (6)$$

Utilizando (4) e (5) temos que:

$$\frac{2x_1x_2}{p_1} = \frac{x_1^2}{p_2}$$

$$x_1 = \frac{2x_2p_2}{p_1}$$

Substitui em (6):

$$p_1 \frac{2x_2p_2}{p_1} + p_2x_2 = m$$
$$x_2 = \frac{1}{3}\frac{m}{p_2}$$

E substituindo x_2 em (3):

$$p_1x_2 + p_2\frac{1}{3}\frac{m}{p_2} = m$$
$$x_1 = \frac{2}{3}\frac{m}{p_1}$$

b) $\max 2ln(x_1) + ln(x_2)$ s.a $p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$

$$\mathscr{L} = 2ln(x_1) + ln(x_2) - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m)$$

CPOs:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_1} = \frac{2}{x_1} - \lambda p_1 = 0 \quad (7)$$
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_2} = \frac{1}{x_2} - \lambda p_2 = 0 \quad (8)$$
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = p_1x_1 + p_2x_2 - m = 0 \quad (9)$$

Utilizando (7) e (8):

$$\frac{2}{x_1p_1} = \frac{1}{x_2p_2}$$
$$x_1p_1 = 2x_2p_2$$

Substituindo em (9):

$$2x_2p_2 + x_2p_2 = m$$
$$x_2 = \frac{1}{3}\frac{m}{p_2}$$

Substituindo x_2 em (9):

$$x_1p_1 + \frac{1}{3}\frac{m}{p_2}p_2 = m$$
$$x_1 = \frac{2}{3}\frac{m}{p_1}$$

As funções de demanda são iguais pois as duas funções utilidade representam a mesma relação de preferências! Aplicando uma transformação monotônica positiva (e^x):

$$2ln(x_1) + ln(x_2) = ln(x_1^2) + ln(x_2) = ln(x_1^2 x_2)$$
$$(e^x) \qquad exp(ln(x_1^2 x_2)) = x_1^2 x_2$$

Questão 5:

Um consumidor tem uma curva de demanda por cerveja dada por $x_c(p_c, p_v, p_b, m) = 100m - (1/2)m^2 - p_c + (1/2)p_v - p_b$, onde x_c é a quantidade de cerveja, m é a renda, p_c é o preço da cerveja, p_v é o preço do vinho e p_b é o preço da batata frita. Responda às seguintes perguntas e justifique formalmente a sua resposta.

(a) A cerveja é um bem normal?

(b) Esboce a curva de Engel para a cerveja.

(c) A cerveja é um bem de Giffen?

(d) O vinho é um bem complementar ou substituto da cerveja? E a batata frita?

R:

a)

Um bem normal é um bem cuja demanda aumenta quando a renda do indivíduo aumenta.

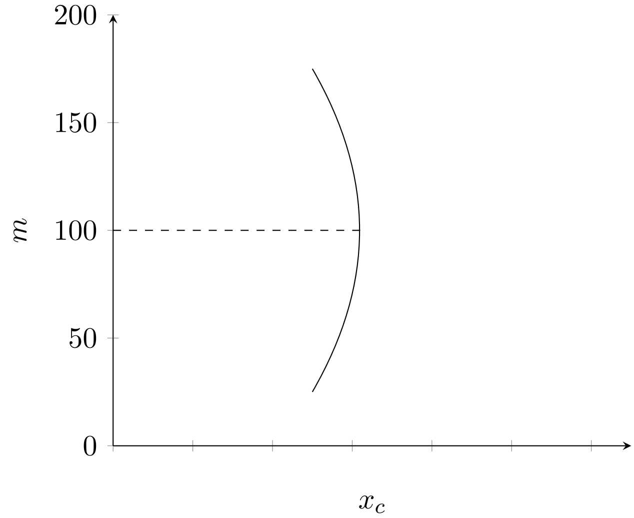
$$\frac{\partial x_c(p_c, p_v, p_b, m)}{\partial m} = 100 - m$$

Se:

$$m < 100 \longrightarrow {}^{\partial x_c}/_{\partial m} > 0 \longrightarrow \text{bem normal.}$$
$$m > 100 \longrightarrow {}^{\partial x_c}/_{\partial m} < 0 \longrightarrow \text{bem inferior.}$$

b) Curva de Engel para a cerveja:

Utilizando a resposta do item anterior vemos que quando a renda é menor que 100, a cerveja é um bem normal, logo, a inclinação da curva de Engel é positiva. Quando a renda é maior que 100, a cerveja é um bem inferior e a inclinação da curva de Engel é negativa.



c) Um bem de Giffen é um bem cuja demanda aumenta quando o preço do bem aumenta.

$$\frac{\partial x_c(p_c, p_v, p_b, m)}{\partial p_c} = -1 < 0$$

Logo, a demanda de cerveja sempre cai com o aumento do preço. Logo, não é um bem de Giffen, mas um bem comum.

d) Vinho:

$$\frac{\partial x_c(p_c, p_v, p_b, m)}{\partial p_v} = \frac{1}{2} > 0$$

Quando o preço do vinho aumenta, a quantidade consumida de cerveja aumenta. Logo, os bens são substitutos.

Batata Frita:

$$\frac{\partial x_c(p_c, p_v, p_b, m)}{\partial p_b} = -1 < 0$$

Quando o preço da batata frita aumenta, a quantidade consumida de cerveja diminui. Logo, os bens são complementares.

Questão 6:

Um consumidor tem função de utilidade $U(x, y) = xy+x+y$. Denote por m a renda do consumidor e por (p_x, p_y) os preços de x e y, respectivamente.

(a) Obtenha a função de demanda por x?

(b) O bem x é complementar ou substituto de y? Explique.

(c) Sua resposta para o item (b) mudaria se $U(x, y) = xy + x - y$?

R:

a) $\max xy + x + y$ s.a $p_x x + p_y y \leq m$

$$\mathscr{L} = xy + x + y - \lambda(p_x x + p_y y - m)$$

CPOs:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x} = y + 1 - \lambda p_x = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y} = x + 1 - \lambda p_y = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = p_x x + p_y y - m = 0 \quad (12)$$

Utilizando (10) e (11):

$$\frac{y+1}{p_x} = \frac{x+1}{p_y}$$
$$p_y y + p_y = p_x x + p_x$$
$$p_y y = p_x x + p_x - p_y$$

Substituindo em (12):

$$p_x x + p_x x + p_x - p_y = m$$
$$x = \frac{m + p_y - p_x}{2p_x}$$

Substituindo x em (12):

$$p_x\left(\frac{m + p_y - p_x}{2p_x}\right) + p_y y = m$$
$$y = \frac{m + p_x - p_y}{2p_y}$$

b) Olhando para a derivada da quantidade de x pelo preço de y:

$$\frac{\partial x(p_x, p_y, m)}{\partial p_y} = \frac{1}{2p_x} > 0$$

Assim, x é complementar de y. E olhando para a derivada da quantidade de y pelo preço de x:

$$\frac{\partial y(p_x, p_y, m)}{\partial p_x} = \frac{1}{2p_y} > 0$$

E assim, y é complementar de x. (Note que aqui x é complementar de y e y é complementar de x, mas isso não precisa ser sempre verdade!)

c) Encontrando as demandas para a utilidade $U(x, y) = xy + x - y$:

$$\max xy + x - y \qquad s.a \qquad p_x x + p_y y \leq m$$
$$\mathscr{L} = xy + x - y - \lambda(p_x x + p_y y - m)$$

CPOs:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x} = y + 1 - \lambda p_x = 0 \qquad (13)$$
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial y} = x - 1 - \lambda p_y = 0 \qquad (14)$$
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = p_x x + p_y y - m = 0 \qquad (15)$$

Utilizando (10) e (11):

$$\frac{y+1}{p_x} = \frac{x-1}{p_y}$$
$$p_y y + p_y = p_x x - p_x$$
$$p_y y = p_x x - p_x - p_y$$

Substituindo em (12):

$$p_x x + p_x x - p_x - p_y = m$$
$$x = \frac{m + p_y + p_x}{2p_x}$$

Substituindo x em (12):

$$p_x\left(\frac{m + p_y + p_x}{2p_x}\right) + p_y y = m$$
$$y = \frac{m + p_x + p_y}{2p_y}$$

Agora refazendo as derivadas de um bem pela quantidade do outro:

$$\frac{\partial x(p_x, p_y, m)}{\partial p_y} = \frac{1}{2p_x} > 0$$
$$\frac{\partial y(p_x, p_y, m)}{\partial p_x} = \frac{1}{2p_y} > 0$$

A resposta não muda com a mudança na função utilidade!