CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

ECO 1113 TEORIA MICROECONÔMICA I

PROFESSOR: JULIANO ASSUNÇÃO TURMA: 2JA

Escolha Intertemporal - Gabarito

2019

Questão 1:

Suponha que um consumidor viva por dois períodos e tenha a seguinte função de utilidade: $u(c_1, c_2) = ln(c_1) + \beta ln(c_2)$, onde $0 \leq \beta \leq 1$, c_1 é o consumo no período 1 e c_2 é o consumo no período 2. Seja m_1 a renda no período 1, m_2 a renda no período 2 e r a taxa de juros. Suponha que não há inflação.

(a) Escreva a restrição orçamentária do consumidor e a desenhe em um gráfico.

(b) Construa o Lagrangeano para o problema do consumidor.

(c) Encontre as escolhas ótimas de c_1 e c_2 como funções de variáveis exógenas e parâmetros.

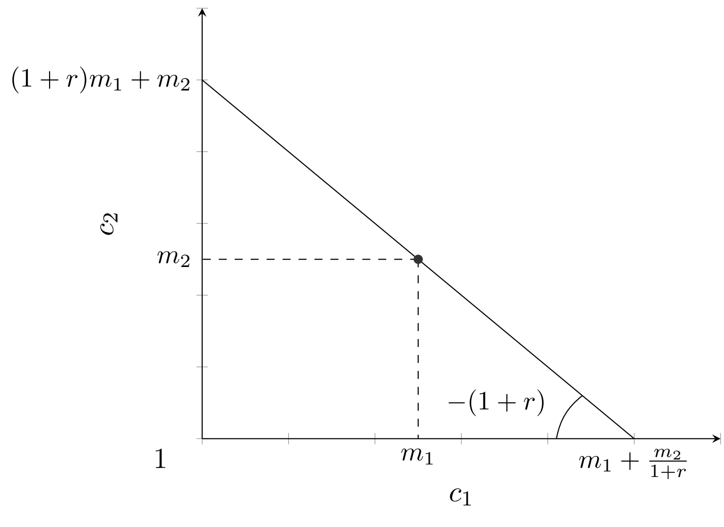
(d) O que ocorre se β for igual a zero? Interprete.

R:

a) Podemos montar a restrição orçamentária de várias maneiras equivalentes:

- Trazendo os valores à valor presente: $c_1 + \frac{c_1}{1+r} \leq m_1 + \frac{m_2}{1+r}$
- Levando os valores à valor futuro: $(1 + r)c_1 + c_2 \leq (1 + r)m_1 + m2$
- Pensando em c_2 como função da economia feita no período 1: $c_2 \leq m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1)$

Desenhando no gráfico:



b)Montando o lagrangeano do problema do consumidor:

$$max\ ln(c_1) + \beta ln(c_2) \qquad s.a \qquad c_1(1+r) + c_2 \leq m_1(1+r) + m_2$$

$$\mathscr{L} = ln(c_1) + \beta ln(c_2) - \lambda(c_1(1+r) + c_2 - m_1(1+r) - m_2)$$

c) Resolvendo o lagrangeano:

CPOs:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial c_1} = \frac{1}{c_1} - \lambda(1+r) = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial c_2} = \frac{\beta}{c_2} - \lambda = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = -c_1(1+r) - c_2 + m_1(1+r) + m_2 = 0 \qquad (3)$$

Isolando λ em (1) e (2) e igualando:

$$\frac{1}{c_1(1+r)} = \frac{\beta}{c_2} \longrightarrow c_2 = \beta c_1(1+r)$$

Substituindo em (3):

$$-c_1(1+r) - \beta c_1(1+r) + m_1(1+r) + m_2 = 0$$

$$(1+\beta)(1+r)c_1 = m_1(1+r) + m_2$$

$$c_1 = \frac{1}{1+\beta}\left[\frac{m_1(1+r)+m_2}{1+r}\right]$$

Pela expressão de c_2 encontrada anteriormente temos:

$$c_2 = \frac{\beta}{1+\beta}[m_1(1+r) + m_2]$$

d) Se $\beta = 0$ teremos:

$$c_1 = \frac{m_1(1+r)+m_2}{1+r} = m_1 + (1+r)m_2$$

$$c_2 = 0$$

Com $\beta = 0$, a utilidade do consumidor não irá depender do seu consumo futuro, assim, ele irá consumir o máximo possível no primeiro período. Ou seja, quando ele não se importa com o consumo amanha, irá trazer toda a sua renda a valor presente e gastar no consumo hoje, não consumindo nada amanhã.

Questão 2:

Suponha que um consumidor viva por dois períodos e tenha uma função utilidade definida por $u(c_1, c_2) = ln(c_1) + 0,7ln(c_2)$, que identifica suas preferências pelo consumo no tempo 1 (c_1) e o consumo no tempo 2 (c_2). Considerando que o consumidor possui renda constante $m_1 = m_2 = 100$, que a taxa de juros é r e que há uma inflação π, faça o seguinte:

(a) Encontre sua restrição orçamentária e a desenhe em um gráfico, tomando uma inflação de 10% e uma taxa de juros de 14%.

(b) Encontre a escolha ótima do consumidor para as mesmas taxas de inflação e juros.

(c) Com um aumento da taxa de juros para 16% e mantendo a mesma inflação, calcule a nova escolha ótima.

(d) Descubra como mudanças na taxa de juros afeta o consumo no segundo período em relação aos parâmetros da economia.

R:

a) Restrição orçamentária:

Trazendo à valor presente:

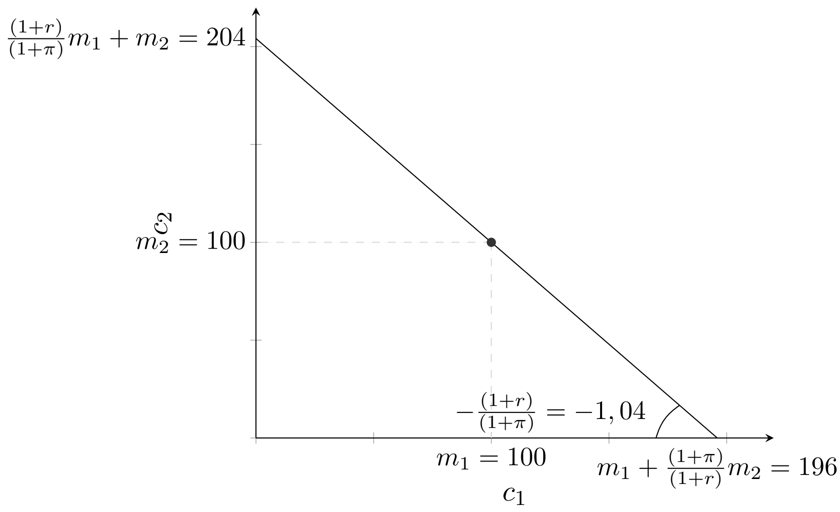
$$c_1 + \frac{(1+\pi)}{(1+r)}c_2 \leq m_1 + \frac{(1+\pi)}{(1+r)}m_2$$
$$c_1 + \frac{1,1}{1,14}c_2 \leq m_1 + \frac{1,1}{1,14}m_2$$
$$c_1 + 0,96c_2 \leq m_1 + 0,96m_2$$
$$c_1 + 0,96c_2 \leq 196$$

Levando à valor futuro:

$$\frac{(1+r)}{(1+\pi)}c_1 + c_2 \leq \frac{(1+r)}{(1+\pi)}m_1 + m_2$$
$$\frac{1,14}{1,1}c_1 + c_2 \leq \frac{1,14}{1,1}m_1 + m_2$$
$$1,04c_1 + c_2 \leq 1,04m_1 + m_2$$
$$1,04c_1 + c_2 \leq 204$$

Repare que as duas equações são equivalentes!

E assim, montando o gráfico:



b) Resolvendo o problema do consumidor em função de parâmetros:

$$\max\ lnc_1 + \beta lnc_2 \qquad s.a \qquad c_1 + \frac{(1+\pi)}{(1+r)}c_2 \leq m_1 + \frac{(1+\pi)}{(1+r)}m_2$$
$$\mathscr{L} = lnc_1 + \beta lnc_2 - \lambda\left(c_1 + \frac{(1+\pi)}{(1+r)}c_2 - m_1 - \frac{(1+\pi)}{(1+r)}m_2\right)$$

CPOs:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial c_1} = \frac{1}{c_1} - \lambda = 0 \tag{4}$$
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial c_2} = \frac{\beta}{c_2} - \lambda\frac{(1+\pi)}{(1+r)} = 0 \tag{5}$$
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = -c_1 - \frac{(1+\pi)}{(1+r)}c_2 + m_1 + \frac{(1+\pi)}{(1+r)}m_2 = 0 \tag{6}$$

Isolando λ em (4) e (5) e igualando:

$$\frac{1}{c_1} = \frac{\beta}{c_2}\frac{(1+r)}{(1+\pi)} \longrightarrow c_2 = \frac{(1+r)}{(1+\pi)}\beta c_1$$

Substituindo em (6):

$$c_1 + \frac{(1+\pi)}{(1+r)}\frac{(1+r)}{(1+\pi)}\beta c_1 = m_1 + \frac{(1+\pi)}{(1+r)}m_2$$
$$(1+\beta)c_1 = m_1 + \frac{(1+\pi)}{(1+r)}m_2 \longrightarrow c_1 = \frac{1}{1+\beta}\left[m_1 + \frac{(1+\pi)}{(1+r)}m_2\right]$$

Substituindo c_1 na expressão encontrada anteriormente para c_2:

$$c_2 = \frac{(1+r)}{(1+\pi)}\beta\left[\frac{1}{1+\beta}\left(m_1 + \frac{(1+\pi)}{(1+r)}m_2\right)\right]$$
$$c_2 = \frac{(1+r)}{(1+\pi)}\beta\left[\frac{(1+r)m_1 + (1+\pi)m_2}{(1+\beta)(1+r)}\right.$$
$$c_2 = \frac{\beta}{1+\beta}\left[\frac{(1+r)m_1 + (1+\pi)m_2}{(1+\pi)}\right]$$
$$c_2 = \frac{\beta}{1+\beta}\left[\frac{(1+r)}{(1+\pi)}m_1 + m_2\right]$$

E, substituindo os valores dados na questão:

$$c_1 = \frac{1}{1,7}\left[100 + \frac{1,1}{1,14}100\right] \cong 115,58$$
$$c_2 = \frac{0,7}{1,7}\left[\frac{1,14}{1,1}100 + 100\right] \cong 83,85$$

c) Com um aumento da taxa de juros para $r' = 0,16$ temos uma nova escolha ótima:

$$c_1 = \frac{1}{1,7}\left[100 + \frac{1,1}{1,16}100\right] \cong 114,60$$
$$c_2 = \frac{0,7}{1,7}\left[\frac{1,16}{1,1}100 + 100\right] \cong 84,60$$

d) Rearranjando a demanda por consumo no segundo período:

$$\begin{aligned} c_2 &= \frac{\beta}{1+\beta}\left[\frac{(1+r)}{(1+\pi)}m_1 + m_2\right] \\ &= \frac{\beta}{(1+\beta)}\frac{m_1}{(1+\pi)} + r\frac{\beta}{(1+\beta)}\frac{m_1}{(1+\pi)} + \frac{\beta}{(1+\beta)}m_2 \end{aligned}$$

E derivando c_2 pela taxa de juros r:

$$\frac{\partial c_2}{\partial r} = \frac{\beta}{(1+\beta)}\frac{m_1}{(1+\pi)} > 0$$

Assim, quando temos um aumento da taxa de juros ($\uparrow r$), vale mais a pena poupar e pegar empréstimo é menos vantajoso. Logo, o indivíduo estará mais disposto a trocar consumo no período 1 por consumo no período 2, de forma que o consumo no segundo período aumenta.