CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

ECO 1113 TEORIA MICROECONÔMICA I

PROFESSOR: JULIANO ASSUNÇÃO TURMA: 2JA

Excedente do Consumidor - Gabarito

2019

Questão 1:

Indique se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas e justifique suas respostas.

(a) Se a função de demanda de um consumidor é dada por $q(p)$ e o preço passa de 1 para 2, então a variação da utilidade deste consumidor é dada por $\int_1^2 q(p)dp$.

(b) Considere que, ao consumir q unidades de um bem ao preço de mercado p, um indivíduo tenha um excedente do consumidor igual a x. Suponha que o indivíduo passe a ter que pagar uma quantia para poder participar desse mercado (isto é, somente após pagar uma quantia, ele pode comprar q unidades do bem, pagando por cada uma o preço p). Então, o indivíduo estaria disposto a pagar, aproximadamente, x unidades monetárias para pode participar desse mercado.

(c) Sejam $q_1(p) = 0,5(m/p)$ a função de demanda do indivíduo 1 e $q2(p) = 0,1(m/p)$ a função de demanda do indivíduo 2. Como uma medida da utilidade que o consumidor extrai ao consumir o bem, o excedente do consumidor tende a ser uma aproximação melhor para o indivíduo 1 do que para o indivíduo 2.

R:

a) Falso.

Essa é a variação do excedente do consumidor. Ela é relacionada apenas à utilidade do consumo desse bem. A sua variação de utilidade total vai depender também do efeito dessa mudança no bem 2 (efeito renda). Será igual apenas para preferência quase-lineares, onde o efeito renda é zero.

b) Verdadeiro.

Como o excedente do consumidor é a diferença entre o valor que o indivíduo estaria disposto a pagar e o que ele efetivamente paga por uma determinada quantidade de um bem, então o máximo que ele estaria disposto a pagar para poder participar desse mercado é exatamente o seu excedente.

c) Falso.

O excedente do consumidor é apenas uma aproximação para a medida de utilidade do indivíduo, com o seu erro de aproximação dado pelo efeito renda. Assim, se olharmos para o efeito renda das duas demandas:

$$\begin{aligned} indivduo\,1: \qquad ER &= -\frac{\partial q_1}{\partial p} q = 0,5\frac{m}{p^2}q \\ indivduo\,2: \qquad ER &= -\frac{\partial q_2}{\partial p} q = 0,1\frac{m}{p^2}q \end{aligned}$$

Assumindo a mesma renda e os mesmos preços, o efeito renda do primeiro indivíduo será mais, e portanto, seu excedente do consumidor será uma aproximação pior para utilidade.

Questão 2:

Suponha um consumidor com função de utilidade $U(x_1, x_2) = ln(x_1) + x_2$ e renda $m = 2$

(a) Encontre as demandas pelos bens x_1 e x_2.

(b) Calcule a Variação Compensatória (VC) e a Variação Equivalente (VE) caso o preço do bem 1 varie de $p_1 = 1$ para $p_1' = 2$ e o preço do bem 2 permaneça constante e igual a $p_2 = 1$.

(c) Sem precisar calcular a variação no excedente do consumidor, qual será o seu valor (em termos absolutos)? Explique sua resposta.

.

R:

a)

Montando o problema do consumidor:

$$\max ln(x_1) + x_2 \qquad s.a \qquad p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$$
$$\mathscr{L} = ln(x_1) + x_2 - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m)$$

CPOs:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_1} = \frac{1}{x_1} - \lambda p_1 = 0 \qquad (1)$$
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_2} = 1 - \lambda p_2 = 0 \qquad (2)$$
$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = -p_1x_1 - p_2x_2 + m = 0 \qquad (3)$$

Isolando λ em (1) e (2):

$$\frac{1}{x_1 p_1} = \frac{1}{p_2} \longrightarrow x_1 = \frac{p_2}{p_1}$$

Substituindo em (3):

$$\begin{aligned} &p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \\ &p_1 \frac{p_2}{p_1} + x_2 p_2 = m \longrightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} - 1 \end{aligned}$$

b) Dados os preços $p_1 = 1$ e $p_2 = 1$ temos uma mudança de p_1 para $p_1' = 2$.

Inicialmente encontramos as quantidades consumidas em cada conjunto de preços, dado $m = 2$:

$$\begin{aligned} x_1(p_1, p_2, m) &= \frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{1} = 1 \qquad & x_2(p_1, p_2, m) &= \frac{m}{p_2} - 1 = \frac{2}{1} - 1 = 1 \\ x_1'(p_1', p_2, m) &= \frac{p_2}{p_1'} = \frac{1}{2} \qquad & x_2'(p_1', p_2, m) &= \frac{m}{p_2} - 1 = \frac{2}{1} - 1 = 1 \end{aligned}$$

Variação Compensatória: Variação de renda para que, dados os preços finais, o indivíduo tenha a mesma utilidade inicial.

Começamos encontrando a utilidade do indivíduo na situação inicial, substituindo as quantidades na função utilidade:

$$U(x_1, x_2) = ln(x_1) + x_2 = ln(1) + 1 = 0 + 1 = 1$$

Para encontrarmos a renda que aos novos preços o consumidor consiga alcançar a utilidade inicial, vamos substituir as demandas na função utilidade, encontrando a utilidade indireta, e isolar a renda:

$$\begin{aligned} U(x_1, x_2) = ln(x_1) + x_2 &= ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) + \frac{m}{p_2} - 1 \\ \frac{m}{p_2} &= U - ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) + 1 \\ m(p_1, p_2, U) &= \left[U - ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) + 1\right] p_2 \end{aligned}$$

Assim, substituindo os novos preços e a utilidade inicial:

$$\begin{aligned} m(p'_1, p_2, U) &= \left[1 + 1 - ln\left(\frac{1}{2}\right)\right].1 \\ &= [2 - (-0,69)] = 2,69 \end{aligned}$$

Calculando a Variação Compensatória como a variação da renda inicial até essa renda $m(p'_1, p_2, U)$:

$$VC = 2,69 - 2 = 0,69$$

Variação Equivalente: É a variação de renda que, dada a situação inicial, é equivalente à mudança de preços. Ou seja, é a variação de renda que, dados os preços iniciais, faz com que o indivíduo obtenha a mesma utilidade que teria após a mudança de preços.

Encontrando a utilidade após a mudança de preços:

$$U'(x'_1, x'_2) = ln(x'_1) + x'_2 = ln(0,5) + 1 = -0,69 + 1 = 0,31$$

Utilizando a mesma expressão para m encontrada anteriormente, podemos descobrir a renda que, aos preços iniciais, faz com que o indivíduo obtenha U':

$$\begin{aligned} m(p_1, p_2, U') &= \left[U' + 1 - ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)\right]p_2 \\ &= \left[0,31 + 1 - ln\left(\frac{1}{1}\right)\right].1 \\ &= 1,31 \end{aligned}$$

Assim, a Variação Equivalente é:

$$VE = 1,31 - 2 = -0,69$$

c) Sabemos que:

$$|VE| \leq |\Delta EC| \leq |VC|$$

Assim, como nesse caso temos que $|VE| = |VC| = 0,69$, então $|\Delta EC| = 0,69$. Esse é um resultado característico de preferências quase-lineares, onde não temos efeito renda e portanto as três aproximações para utilidade vão ser iguais.

Questão 3:

Considere um consumidor com renda $R = 100$, função utilidade $U(x, y) = xy$ que se depara com os preços $p_x = 2$ e $p_y = 2$.

(a) Qual é a cesta ótima deste consumidor?

(b) Calcule a demanda pelo bem x se o p_x cair pela metade. Calcule a variação compensatória. Calcule os efeitos renda e substituição.

R:

a) Montando o problema do consumidor:

$$\max xy \qquad s.a \qquad xp_x + yp_y \leq R$$

$$\mathscr{L} = xy - \lambda(xp_x + yp_y - R)$$

CPOs:

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_1} = y - \lambda p_x = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x_2} = x - \lambda p_y = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \lambda} = -xp_x - yp_y + R = 0 \tag{6}$$

Isolando λ em (4) e (5):

$$\frac{y}{p_x} = \frac{x}{p_y} \longrightarrow x = \frac{yp_y}{p_x}$$

Substituindo em (6):

$$p_x \frac{yp_y}{p_x} + yp_y = R \longrightarrow y(p_1, p_2, R) = \frac{1}{2}\frac{R}{p_y}$$

Substituindo y em (6):

$$xp_x + y\frac{1}{2}\frac{R}{p_y} = R \longrightarrow x(p_1, p_2, R) = \frac{1}{2}\frac{R}{p_x}$$

E, substituindo valores:

$$x(2, 2, 100) = \frac{1}{2}\frac{100}{2} = 25 \qquad y(2, 2, 100) = \frac{1}{2}\frac{100}{2} = 25$$

b) Se p_x passar para $p'_x = 1$ a nova demanda do bem 1 será:

$$x'(1,2,100) = \frac{1}{2}\frac{100}{1} = 50 \qquad y(1,2,100) = \frac{1}{2}\frac{100}{2} = 25$$

Variação Compensatória: variação de renda para que, dados os preços finais, tenha a mesma utilidade inicial.

Começamos encontrando a utilidade antes da mudança de preços, substituindo as quantidades consumidas na função utilidade:

$$U(x,y) = xy = 25.25 = 625$$

Em seguida, vamos encontrar a renda que aos preços finais atinge essa utilidade. Para isso encontraremos a utilidade indireta, substituindo as demandas na função de utilidade, e isolaremos a renda:

$$\begin{aligned}
&U = xy = \frac{1}{2}\frac{R}{p_x} \times \frac{1}{2}\frac{R}{p_y} = \frac{1}{4}\frac{R^2}{p_x p_y} \\
&R^2 = 4U p_x p_y \\
&R(p_x, p_y, U) = 2(U p_x p_y)^{1/2}
\end{aligned}$$

Assim, substituindo os preços finais e a utilidade inicial:

$$\begin{aligned}
R(p'_x, p_y, U) = R(1,2,625) &= 2(625.1.2)^{1/2} \\
&= 2\sqrt{1250} \cong 70,71
\end{aligned}$$

Logo, a variação compensatória é:

$$VC = 70,71 - 100 = -29,29$$

Calculando agora os Efeitos Renda e Substituição de x:

Para encontrar o efeito substituição, isolamos da mudança de preços relativos gerado pela variação de p_x. Assim, encontramos a restrição orçamentária que, aos novos preços, ainda permite que o indivíduo obtenha o consumo inicial. Encontrando essa renda fictícia:

$$R'' = xp'_x + yp_y = 25.1 + 25.2 = 75$$

Assim, para encontrar o consumo ótimo nessa restrição orçamentária fictícia, substituímos os novos preços e R'' na função demanda:

$$x''(p'_x, p_y, R'') = \frac{1}{2}\frac{R''}{p'_x} = \frac{1}{2}\frac{75}{1} = 37,5$$

Assim, o efeito substituição será a variação do consumo inicial até esse consumo fictício x'':

$$ES = x''(p'_x, p_y, R'') - x(p_x, p_y, R) = 37,5 - 25 = 12,5$$

Para calcular o efeito renda, utilizaremos o fato de que a soma do efeito renda com o efeito substituição dá a variação total do consumo, assim:

$$\begin{aligned}
\Delta x &= ES + ER \\
x(p'_x, p_y, R) - x(p_x, p_y, R) &= ES + ER \\
50 - 25 &= 12,5 + ER \\
25 - 12,5 &= ER \\
ER &= 12,5
\end{aligned}$$

Questão 4:

Ellsworth tem uma função de utilidade $U(x, y) = min\{x, y\}$. Ele tem uma renda de \$150 e o preço de x e y são ambos iguais à 1. O chefe de Ellsworth está pensando em transferi-lo para outra cidade onde o preço de x é 1 e o preço de y é 2. Ellsworth disse que não tem problema em ser transferido, mas morar na cidade nova é tão ruim quanto um corte de $\$A$ na sua renda, e disse que aceitaria a transferência desde que recebesse um aumento de $\$B$. Quais são os valores A e B?

R:

Começamos encontrando a função de demanda do indivíduo. Com uma utilidade de complementares perfeitos, $U = min\{x, y\}$, sabemos que, no ótimo, o indivíduo irá consumir de tal forma que

$x = y$. Assim, podemos substituir essa condição diretamente na sua restrição orçamentária:

$$xp_x + yp_y = m$$
$$yp_x + y_p y = m$$
$$y(p_x + p_y) = m$$
$$y(p_x, p_y, m) = \frac{m}{p_x p_y} = x(p_x, p_y, m)$$

Assim, podemos encontrar o consumo do indivíduo nas duas situações:

$$x(1,1,150) = \frac{150}{1+1} = 75 \qquad y(1,1,150) = \frac{150}{1+1} = 75$$
$$x'(1,2,150) = \frac{150}{1+2} = 50 \qquad y'(1,2,150) = \frac{150}{1+2} = 50$$

$A: É uma variação de renda equivalente ao indivíduo se mudar para um lugar onde temos diferentes preços. Ou seja, $A é o valor da Variação Equivalente, que representa a mudança de renda que, aos preços iniciais, faz com que o indivíduo obtenha a utilidade final. Logo, começamos encontrando a utilidade do consumidor caso mude para a nova cidade:

$$U'(x', y') = min\{x', y'\} = min\{50, 50\} = 50$$

Para encontrarmos a renda que, aos preços da cidade inicial, permite que o consumidor tenha a utilidade U', encontramos a utilidade indireta e isolamos a renda:

$$U = min\{x, y\} = min\left\{\frac{m}{p_x + p_y}, \frac{m}{p_x + p_y}\right\} = \frac{m}{p_x + p_y}$$
$$m(p_x, p_y, U) = U(p_x + p_y)$$

E substituindo valores:

$$m(p_x, p_y, U') = 50(1+1) = 100$$

Assim, $A é:

$$\$A = 100 - 150 = -50$$

\$B: É a variação de renda que faz com que o indivíduo fique com a mesma utilidade inicial caso se mude para a nova cidade. Ou seja, \$B é o valor da Variação Compensatória, que representa a mudança de renda que, aos preços finais, faz com que o indivíduo obtenha a utilidade inicial. Assim, encontrando a utilidade da cidade inicial:

$$U(x,y) = min\{x,y\} = min\{75,75\} = 75$$

Para encontrar a renda que aos preços da nova cidade permite o indivíduo obter a utilidade inicial, utilizamos a mesma expressão para a renda obtida anteriormente:

$$m(p_x', p_y, U) = U(p_x' + p_y) = 75(1+2) = 225$$

Assim, \$B será:

$$\$B = 225 - 100 = 75$$