CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA 2016.1

PUC RIO

ECO 1113 TEORIA MICROECONÔMICA I N

PROFESSOR: JULIANO ASSUNÇÃO TURMA: 2JA

LISTA 2

1. Na tabela a seguir, estão descritas as cestas escolhidas por um consumidor em 5 situações:

Situação	p_1	p_2	x_1	x_2
A	1	1	5	35
B	1	2	35	10
C	1	1	10	15
D	3	1	5	15
E	1	2	10	10

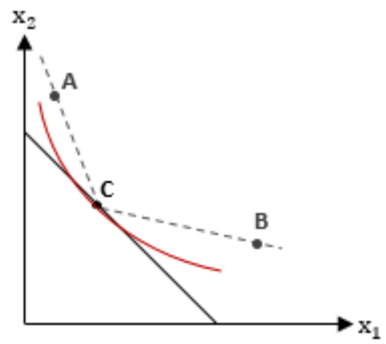
(a) As escolhas deste consumidor são consistentes com os axiomas da preferência revelada? Justifique.

A tabela abaixo mostra o custo das cestas escolhidas em cada situação em vermelho:

preços \ escolha		A (5,35)	B (35,10)	C (10,15)	D (5,15)	E (10,10)
A	(1,1)	40	45	25	20	20
B	(1,2)	75	55	40	35	30
C	(1,1)	40	45	25	20	20
D	(3,1)	50	115	45	30	40
E	(1,2)	75	55	40	35	30

As cestas escolhidas são diretamente reveladas como preferidas às cestas mais baratas do que elas na sua linha. As escolhas são consistentes, pois não há nenhuma cesta que é relevada preferível a uma cesta a qual tinha sido revelada preferida anteriormente: A$\succ$C, A$\succ$D, A $\succ$E, B $\succ$C, B $\succ$D, B $\succ$E, C $\succ$D, C $\succ$E.

(b) Considerando que as preferências deste consumidor são monotônicas e convexas, indique, no plano (x_1,x_2), as cestas que o consumidor considera piores que (10,15) e aquelas consideradas pelo menos tão boas quanto (10,15). Desenhe uma possível curva de indiferença passando por (10,15).



Todas as cestas abaixo da reta orçamentária que passa por C são piores do que C. As cestas que estão acima da reta tracejada, que liga C até A e B, são pelo menos tão boas quanto C. A curva vermelha é uma possível curva de indiferença que passa por C (deve estar entre a linha tracejada e a reta orçamentária).

2. Responda V ou F e justifique sua resposta.

Três indivíduos participam de um comitê encarregado de apreciar os projetos A, B e C. Sabe-se que o símbolo $\prec$ representa a relação "é pior que", e que as preferências dos indivíduos são as seguintes:

Indivíduo 1: $A \prec B \prec C$
Indivíduo 2: $B \prec A \prec C$
Indivíduo 3: $C \prec A \prec B$

O processo decisório do comitê recomenda considerar as alternativas duas a duas, escolhendo o projeto vencedor por maioria simples. Nestas condições, é possível afirmar que:

Para todos os itens:
O comitê escolhe a cesta $A \prec B \prec C$.

(a) As preferências do comitê são completas; Verdadeiro. Preferências são completas pois, para quaisquer projetos, o comitê é capaz de definir sua relação de preferência.

(b) As preferências do comitê são transitivas; Verdadeiro. Preferências do comitê são transitivas pois se C é preferido a B, C é preferido a A.

(c) O projeto escolhido como vencedor será o B; Falso. O projeto escolhido será o C.

(d) O ordenamento dos projetos pelo comitê é idêntico as preferências do indivíduo 3. Falso. É idêntico ao do indivíduo A.

3. Um consumidor escolheu as cestas A, B, C quando o vetor de preços era igual a P_A, P_B, P_C, respectivamente. Sabe-se que

    i. aos preços P_A os gastos seriam maiores se o consumidor adquirisse a cesta B, mas menores se adquirisse a cesta C;

    ii. aos preços P_B os gastos seriam maiores se o consumidor adquirisse a cesta C, mas menores se adquirisse a cesta A;

    iii. aos preços P_C os gastos seriam maiores se o consumidor adquirisse a cesta A, mas menores se adquirisse a cesta B;

Responda as questões abaixo, justificando suas respostas e faça o que se pede:

(a) Monte uma tabela indicando os gastos realizados pelo consumidor quando efetivamente adquiriu cada cesta e o quanto ele teria gasto com as cestas não adquiridas caso ele as tivesse comprado.

	Q_A	Q_B	Q_C
P_A	P_AQ_A <<	P_AQ_B	$P_AQ_C{}^*$
P_B	$P_BQ_A{}^*$	P_BQ_B <<	P_BQ_C
P_C	P_CQ_C	$P_CQ_B{}^*$	P_CQ_C <<

As cestas indicadas com "<<" são as cestas escolhidas para os preços em questão e as cestas indicadas por asteriscos são as diretamente preteridas.

(b) Estabeleça as relações de preferências reveladas diretas e indiretas entre as cestas na situação descrita. $A >_D C$, $B >_D A$, $C >_D B$, $C >_I A$, $B >_I C$, $A >_I B$

(c) O comportamento do consumidor é compatível com o Axioma Fraco da Preferência Revelada? É compatível, pois nenhuma cesta preferida diretamente a outra cesta é preterida diretamente a ela ao mesmo tempo.

(d) E com o Axioma Forte da Preferência Revelada?

Não, pois, por exemplo, $B >_I C$, mas $C >_I B$.

4. Considere o consumo de um agente em dois perídos (0 e 1). Denote preços, riqueza e consumo no período *t* como p^t, w_t e $x^t = x(p^t,w_t)$, respectivamente. Às vezes é útil construir um índice para medir a quantidade consumida. Podemos usar o índice de quantidade de

Laspayres, $L_Q = (p^0x^1)/(p^0x^0)$, o índice de Paasche, $P_Q = (p^1x^1)/(p^1x^0)$, ou a variação da despesa do consumidor, $E_Q = (p^1x^1)/(p^0x^0)$. Mostre que:

(a) Se $L_Q < 1$, o consumidor prefere x^0 a x^1.
$L_Q = (p^0x^1)/(p^0x^0) < 1 \rightarrow (p^0x^1) < (p^0x^0)$.
Sabemos que em t = 0 (quando os preços são p^0) a cesta x^0 foi escolhida e a cesta x^1 poderia ter sido escolhida (porque era mais barata). Portanto, a cesta x^0 foi diretamente revelada como preferida à cesta x^1.

(b) Se $P_Q > 1$, o consumidor prefere x^1 a x^0.
$P_Q = (p^1x^1)/(p^1x^0) > 1 \rightarrow (p^1x^1) > (p^1x^0)$.
Sabemos que em t = 1 (quando os preços são p^1) a cesta x^1 foi escolhida e a cesta x^0 poderia ter sido escolhida (porque era mais barata). Portanto, a cesta x^1 foi diretamente revelada como preferida à cesta x^0.

(c) Não é possível concluir qual cesta é preferida usando E_Q.
Como $E_Q = (p^1x^1)/(p^0x^0)$, não sabemos quanto custa a cesta x^0 quando o vetor de preços é p^1 ao invés de p^0, nem sabemos quanto custa x^1 quando o vetor de preços é p^0. Portanto, não há informação suficiente para fazer o argumento de preferência revelada (não sabemos se a cesta que não foi escolhida era acessível).

5. A função de utilidade de um consumidor é dada por $\mathbf{u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2}$. O preço do bem 1 é 1, o preço do bem 2 é 4 e a renda do consumidor é 20.

$$\max_{x_1,x_2} U = x_1^{\frac{1}{2}} + x_2 \text{ , sujeito a } p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

$$L = x_1^{\frac{1}{2}} + x_2 + \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m)$$

$$\text{CPO} \begin{cases} (1)\ \dfrac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \therefore \dfrac{1}{2x_1^{1/2}} + \lambda p_1 = 0 \\ (2)\ \dfrac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \therefore 1 + \lambda p_2 = 0 \\ (3)\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \therefore p_1x_1 + p_2x_2 = m \end{cases}$$

De (1) e (2), $x_1 = \left(\frac{p_2}{2p_1}\right)^2$.

(a) Considere que o preço do bem 1 aumenta para 2. Decomponha a variação da demanda pelo bem 1 em efeito substituição de Slutsky e efeito renda.
Antes: $x_1 = 4$. Depois: $x_1 = 1$.
Efeito total (ET) = efeito substituição (ES) + efeito renda (ER) = -3
Como a função de utilidade é quase-linear, ER = 0.
Portanto ET = ES = -3

(b) A decomposição do item (a) se alteraria se, em vez do efeito substituição de Slutsky, fosse utilizado o efeito substituição de Hicks? Não, pois o ER = 0 nos dois casos. Logo, ET = ES_{Hicks} = $ES_{Slutsky}$ = -3 nos dois casos.

6. Suponha que um consumidor é indiferente entre a cesta X = (x_1,x_2) e a cesta Y = (y_1,y_2). Suponha que o consumidor escolheu a cesta X quando os preços eram (p_1,p_2) e a cesta Y quando os preços eram (p_1', p_2'). Usando seus conhecimentos sobre Preferências Reveladas mostre que, se $p_2 = p_2'$, o efeito substituição de Hicks tem sinal negativo. (Dica: pense na relação de gastos com as duas cestas para cada vetor de preços.)

Como o consumidor é indiferente entre as cestas X e Y, ao escolher uma delas, ao escolher uma delas ele está nos revelando que a outra deve custar tanto quanto ou mais que a primeira.

(1) $p_1x_1+p_2x_2 \leq p_1y_1+p_2y_2$ (escolhe X)

(2) $p'_1x_1+p_2x_2 \geq p'_1y_1+p_2y_2$ (escolhe Y)

(1) $p_1x_1-p_1y_1 \leq p_2y_2-p_2x_2$

(2) $p_1'x_1-p_1'y_1 \geq p_2y_2+p_2x_2$

(2) $p_1'y_1-p_1'x_1 \leq p_2x_2+p_2y_2$

(1)+(2) $p_1'(y_1-x_1)-p_1(y_1-x_1) \leq p_2(y_2-x_2)-p_2(y_2-x_2)$

$(p_1'-p_1)(y_1-x_1) \leq 0$

$\Delta p_1 * \Delta bem1 \leq 0$

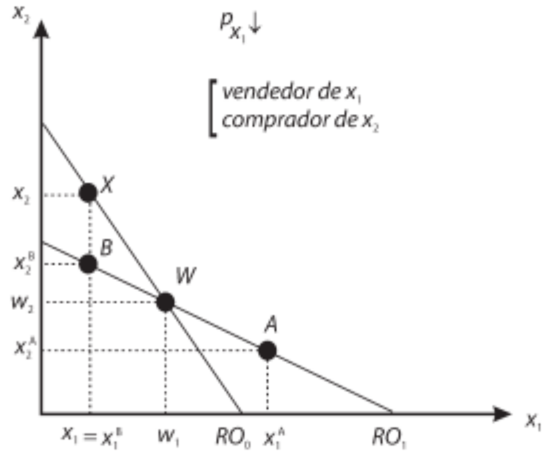
Logo, para manter o sinal da desigualdade, se p_1 varia positivamente, a quantidade do bem deverá variar negativamente ou zerar.

7. Avalie se as afirmativas são verdadeiras ou falsas e justifique:

(a) Quando o preço de um bem varia, se os efeitos substituição e renda resultam em variações na quantidade em sentidos opostos, tal bem será normal. Falso.
Eq. Slutsky: $\frac{dx_1}{dp_1} = \frac{dx^S}{dp_1} - x_1\frac{dx}{dm}$. O efeito substituição, $\frac{dx^S}{dp_1}$, é sempre negativo. O efeito renda, $-x_1\frac{dx}{dm}$, também é negativo quando o bem é normal, $\frac{dx}{dm} > 0$.

(b) O efeito-substituição de Slutsky corresponde modificações na quantidade demandada de um bem associadas à variações de seu preço, mantendo constante o poder aquisitivo do consumidor. Verdadeiro.

(c) Um consumidor que possui determinada dotação dos bens 1 e 2 é, inicialmente, vendedor do bem 1. Se, em resposta à diminuição do preço do bem 1, o consumidor passar de vendedor a comprador desse bem, seu bem-estar certamente diminuirá.
Falso. Se ele passa de vendedor a comprador não dá para dizer se sua situação melhora ou piora, porque não dá para comparar as cestas usando o princípio de preferência revelada (mudança da cesta X para A no gráfico abaixo). Se ele continuasse sendo vendedor saberíamos que sua situação piorou (mudança de X para B; W é a dotação).



(d) Se um consumidor é comprador líquido de um bem e o preço deste bem diminui, ele pode continuar como comprador líquido ou tornar-se vendedor líquido do bem, dependendo da magnitude da variação do preço. Falso. Ele vai continuar sendo comprador líquido, porque por preferência revelada a situação em que ele é vendedor líquido é pior.

(e) Se dois bens são complementares perfeitos, o efeito substituição será sempre nulo quando houver variação dos preços relativos dos bens. Verdadeiro. Complementos perfeitos são sempre consumidos em proporções fixas.

(f) Se um bem é normal, ele não pode ser um bem de Giffen. Se um bem é de Giffen, ele deve ser um bem inferior. Verdadeiro. Um bem de Giffen é um bem inferior cujo efeito renda é maior do que o efeito substituição, em termos absolutos.

8. Um consumidor, cuja função de utilidade é dada por $\mathbf{u(x_1, x_2) = ln(x_1) + ln(x_2)}$, possui a seguinte dotação: 200 unidades do bem 1 e 100 unidades do bem 2. Considere que, inicialmente, os preços de mercado são $\mathbf{p_1 = 2}$ e $\mathbf{p_2 = 1}$ e que ocorre uma redução do preço do bem 1 para $\mathbf{p_1' = 0,5}$.

(a) Obtenha a demanda líquida por cada um dos bens antes e depois da variação do preço. O consumidor está melhor antes ou depois da variação do preço?

$$\max_{x_1, x_2} u = \ln(x_1) + \ln(x_2), \text{sujeito a } p_1x_1 + p_2x_2 = p_1w_1 + p_2w_2$$

$$L = \ln(x_1) + \ln(x_2) + \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - p_1w_1 - p_2w_2)$$

$$\text{CPO} \begin{cases} (1)\ \frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \therefore \frac{1}{x_1} + \lambda p_1 = 0 \\ (2)\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \therefore \frac{1}{x_2} + \lambda p_2 = 0 \\ (3)\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \therefore\ p_1x_1 + p_2x_2 = p_1w_1 + p_2w_2 \end{cases}$$

De (1) e (2), $\mathbf{x_1 = \frac{p_2x_2}{p_1}}$. Substituindo em (3), obtemos a demanda bruta x_1 e x_2:

$$x_2 = \frac{p_1 w_1 + p_2 w_2}{2p_2}, x_1 = \frac{p_1 w_1 + p_2 w_2}{2p_1}.$$

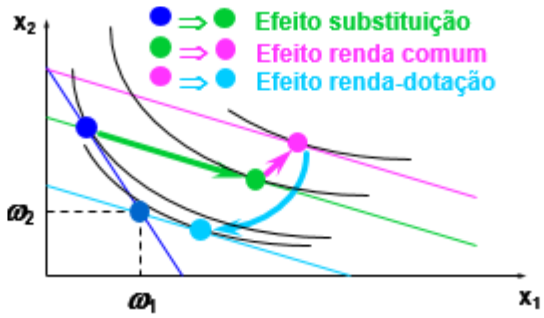
Definindo e_i como a demanda líquida pelo bem i, e w_i como a dotação inicial do bem i, $e_i = x_i - w_i$. Então,

$$\text{antes: } X\begin{cases} x_1 = 125 \therefore e_1 = -75 \\ x_2 = 250 \therefore e_2 = 150 \end{cases}$$

$$\text{depois: } W\begin{cases} x_1 = 200 \therefore e_1 = 0 \\ x_2 = 100 \therefore e_2 = 0 \end{cases}$$

Como W é a própria dotação inicial, sabemos que ela era factível antes da mudança de preços, quando X foi escolhida. Portanto, X é revelada como diretamente preferida à cesta W, e podemos afirmar que o consumidor estava melhor antes da mudança de preço.

(b) Decomponha a variação na demanda bruta pelo bem 1 em efeito substituição, efeito renda tradicional e efeito renda dotação.



Primeiro calculamos a variação de renda que deixa a cesta original exatamente acessível aos novos preços: $\Delta m = 0{,}5(-75) + 150 = 112{,}5$. Adicionando 112,5 à renda posterior à mudança de preço obtemos $m' = 200 + 112{,}5 = 312{,}5$.

Efeito substituição (ES) = $x_1(p'_1, m') - x_1(p_1, m) = 312{,}5 - 125 = 187{,}5$
Efeito renda tradicional (ERT) = $x_1(p'_1, m) - x_1(p'_1, m') = 500 - 312{,}5 = 187{,}5$
Efeito renda dotação (ERD) = $x_1(p'_1, m'') - x_1(p'_1, m') = 200 - 500 = -300$
*m é o valor da dotação inicial e m'' o valor da dotação após a mudança de preço.

Conferindo: ET = ES + ERT + ERD = 75 ✔

9. Um consumidor tem preferências representadas pela função de utilidade $U(x_1x_2)= (x_1x_2)^{1/2}$. O preço do bem 1 é \$5 enquanto o preço do bem 2 é \$10.

(a) Considere que o consumidor tenha uma renda de \$100 e que, devido a um choque climático, o preço do bem 1 tenha subido pra \$10. Qual é o efeito dessa mudança sobre as quantidades demandadas dos bens 1 e 2? Calcule os efeitos substituição e renda para a variação na demanda do bem 1.

$\mathbf{x_1^* = \frac{1}{2} * \frac{m}{p_1}, x_2^* = \frac{1}{2} * \frac{m}{p_2}}$, e $\mathbf{m' = 10 * 10 + 10 * 5 = 150}$

$$\Delta x_1^s = x_1^*(p'_1, p_2, m') - x_1^*(p_1, p_2, m) = 7,5 - 10 = -2,5$$

$$\Delta x_2^s = x_2^*(p'_1, p_2, m') - x_2^*(p_1, p_2, m) = 7,5 - 5 = 2,5$$

$$\Delta x_1^m = x_1^*(p'_1, p_2, m) - x_1^*(p'_1, p_2, m') = 5 - 7,5 = -2,5$$

$$\Delta x_2^m = x_2^*(p'_1, p_2, m) - x_2^*(p'_1, p_2, m') = 5 - 7,5 = -2,5$$

$$\Delta x_1^* = -5 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^m$$

$$\Delta x_2^* = 0 = \Delta x_2^s + \Delta x_2^m$$

(b) Suponha agora que, ao invés de ter uma renda fixa, o consumidor seja um produtor do bem 1 e que tenha uma dotação de 20 unidades desse bem. Qual é o efeito da mudança de preço do bem 1 de \$5 para \$10 nesse caso? Calcule os efeitos substituição, renda e renda-dotação.

$$m = p_1 w_1 = 5 * 20 = 100$$

Como o nível de renda conseguido com a venda da dotação no mercado é igual ao nível de renda da letra (a), para preço antes do choque climático, até o efeito dotação os dois exercícios apresentarão resultados iguais.

$$m'' = p'_1 w_1 = 10 * 20 = 200$$

$$x_1(p'_1, p_2, m'') = \frac{1}{2} * \frac{200}{10} = 10$$

$$\Delta x_1^s = x_1^*(p'_1, p_2, m') - x_1^*(p_1, p_2, m) = 7,5 - 10 = -2,5$$

$$\Delta x_1^m = x_1^*(p'_1, p_2, m) - x_1^*(p'_1, p_2, m') = 5 - 7,5 = -2,5$$

$$\Delta x_1^{dot} = x_1^*(p'_1, p_2, m'') - x_1^*(p'_1, p_2, m) = 10 - 5 = 5$$

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^m + \Delta x_1^{dot} = -2,5 - 2,5 + 5 = 0$$

10. David tem utilidade $u(x_1,x_2)$, em que x_1 é seu consumo no primeiro período e x_2 é seu consumo no segundo período. David tem dotação $(x^o{}_1,x^o{}_2)$ para consumir em cada período e pode trocar consumo presente por consumo futuro, e vice versa, de modo que sua restrição orçamentária é dada por $p_1x_1 + p_2x_2 = p_1x^o{}_1 + p_2x^o{}_2$.

(a) Derive a equação de Slutsky neste modelo.

Seguindo o apêndice do cap.9 do Varian. Seja $x1(p_1,m(p_1))$ a função de demanda do bem 1 quando o preço do bem 2 permanece fixo e a renda monetária depende do preço do bem 1 através de $m(p_1) = p_1w_1 + p_2w_2$. Então:

$$\frac{\mathbf{dx_1(p_1, m(p_1))}}{\mathbf{dp_1}} = \frac{\mathbf{dx_1(p_1, m)}}{\mathbf{dp_1}} + \frac{\mathbf{dx_1(p_1, m)}}{\mathbf{dm}}\frac{\mathbf{dm(p_1)}}{\mathbf{dp_1}}$$

O primeiro termo do lado direito é o efeito da mudança de preço sobre a demanda de x_1 quando a renda é fixa, que é dada pela equação de Slutsky derivada no apêndice do cap.8 do Varian:

$$\frac{\mathbf{dx_1(p_1, m)}}{\mathbf{dp_1}} = \frac{\mathbf{dx_1^s(p_1, m')}}{\mathbf{dp_1}} - \mathbf{x_1^o}\frac{\mathbf{dx_1(p_1, m)}}{\mathbf{dm}}$$

Em que $(x_1{}^o,x_2{}^o)$ é a cesta originalmente demandada aos preços $(p_1{}^o,p_2{}^o)$ e renda m, e $x_1s(p_1,m')$ é a função de demanda de Slutsky pelo bem 1, que diz o que o consumidor demandaria ao enfrentar um conjunto diferente de preços (p_1,p_2) e uma renda $m' = p_1x_1{}^o + p_2x_2{}^o$.

Adicionando o segundo termo da direita, o efeito renda-dotação

$$\frac{\mathbf{dm(p_1)}}{\mathbf{dp_1}} = \mathbf{w_1}$$

A equação de Slutsky com dotação fica:

$$\frac{\mathbf{dx_1(p_1, m)}}{\mathbf{dp_1}} = \frac{\mathbf{dx_1^s(p_1, m')}}{\mathbf{dp_1}} + (\mathbf{w_1} - \mathbf{x_1^o})\frac{\mathbf{dx_1(p_1, m)}}{\mathbf{dm}}$$

(b) Suponha que a escolha ótima de David seja tal que $x_1 < x^o{}_1$. Se p_1 diminuir, David estará melhor ou pior? E se p_2 diminuir?

Se $x_1 < x_1{}^o$, David vende de x_1. Se p_1 diminuir e David continuar sendo vendedor de x_1, estará pior, mas se ele virar comprador de p_1 não é possível dizer.

Se $x_1 < x_1{}^o$, então $x_2 > x_2{}^o$: David é comprador de x_2. Se p_2 diminuir ele vai continuar sendo comprador de x_2 e sua situação será melhor. (por preferência revelada, veja os gráficos no cap.9 do Varian).

11. Um indivíduo tem função de utilidade por consumo (C) e lazer (R) dada por U(C,R) = C.R. Suponha que a renda não monetária desse consumidor seja $\overline{\mathbf{M}}$ unidades de consumo por mês e que o máximo que ele consegue trabalhar são $\overline{\mathbf{R}}$ horas mensais. Seja p = 1 o preço do consumo e w o salário horário que vigora no mercado de trabalho. Denote por $\mathbf{L} = \overline{\mathbf{R}} - \mathbf{R}$ a oferta de trabalho do consumidor.

(a) Escreva a restrição orçamentária do consumidor.

$pC = M + wL$
$pC - wL = M$
Definindo $M = p\bar{C}$ e somando $w\bar{R}$ nos dois lados:
$pC + w(\bar{R} - L) = p\bar{C} + w\bar{R}$
RO: $C + wR = \bar{C} + w\bar{R}$

(b) Monte o Lagrangeano.

$\max_{C,R} U = CR$, sujeito a $C + wR = \bar{C} + w\bar{R}$
$L = CR + \lambda(C + wR - \bar{C} - w\bar{R})$

(c) Derive as condições de primeira ordem (CPOs) e encontre a demanda por lazer.

$$\text{CPO}\begin{cases} (1)\ \frac{\partial L}{\partial C} = 0 \therefore\ R + \lambda = 0 \\ (2)\ \frac{\partial L}{\partial R} = 0 \therefore\ c + \lambda w = 0 \\ (3)\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \therefore\ C + wR = \bar{C} + w\bar{R} \end{cases}$$

De (1) e (2), $R = \frac{C}{w}$. Substituindo em (3), obtemos $C = \frac{\bar{C}+w\bar{R}}{2}$ e $R = \frac{\bar{C}+w\bar{R}}{2w}$.

(d) Suponha que $\overline{M} = 200$ e $\overline{R} = 200$. Qual a mudança na oferta de trabalho se w passar de R$2/h para R$4/h?

$R_{w=2} = 150 \rightarrow L_{w=2} = 50$
$R_{w=4} = 145 \rightarrow L_{w=2} = 55$
O indivíduo oferta mais 5h de trabalho.

12. Suponha que um consumidor viva por dois períodos e tenha seguinte função de utilidade: u(c1,c2) = lnc1+βlnc2, onde 0 ≤ β ≤ 1, c1 é o consumo no período 1 e c2 é o consumo no período 2. Sejam m1 a renda no período 1, m2 a renda no período 2 e r a taxa de juros. Suponha que não há inflação.

(a) Escreva a restrição orçamentária do consumidor e desenhe-a num gráfico.

$$\mathbf{c_2 = m_2 + (1+r)(m_1 - c_1)}$$

$$\mathbf{R.O.: (1+r)c_1 + c_2 = (1+r)m_1 + m_2}$$

A reta de inclinação –(1+r) deve cortar os eixos nos pontos $(c_1,c_2)=(0, (1+r)m_1+m_2)$ e $(c_1,c_2)=(m_1+[m_2/(1+r)],0)$.

(b) Construa o Lagrangeano para o problema do consumidor.

$$\mathbf{L = lnc_1 + \beta lnc_2 - \lambda[(1+r)c_1 + c_2 - (1+r)m_1 - m_2}$$

(c) Encontre as escolhas ótimas de c1 e c2 como funções de variáveis exógenas e parâmetros.

CPOs:

$$\frac{\partial L}{\partial c_1} = 0 \rightarrow \frac{1}{c_1} = \lambda(1+r)$$

$$\frac{\partial L}{\partial c_2} = 0 \rightarrow \frac{\beta}{c_2} = \lambda$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \rightarrow (1+r)c_1 + c_2 = (1+r)m_1 + m_2$$

Ao isolarmos e igualarmos os valores para λ da primeira e segunda condição temos:

$$\frac{1}{c_1(1+r)} = \frac{\beta}{c_2}$$

Isolamos agora o consumo para um dos períodos:

$$c_1 = \frac{c_2}{\beta(1+r)}$$

E substituimos na R.O.:

$$(1+r)\frac{c_2}{\beta(1+r)} + c_2 = (1+r)m_1 + m_2$$

Simplificamos e multiplicamos por β de ambos os lados

$$\mathbf{c_2 + \beta c_2 = \beta[(1 + r)m_1 + m_2]}$$

$$\mathbf{c_2 = \frac{\beta}{1 + \beta}[(1 + r)m_1 + m_2]}$$

$$\mathbf{c_1 = \frac{(1 + r)m_1 + m_2}{(1 + r)(1 + \beta)}}$$

(d) O que ocorre se β fosse igual a zero? Interprete.

Como β funciona como uma medida de paciência do consumidor, se ele tiver valor 0 o consumidor irá demandar tudo que pode para o período 1 e nada para o período 2.

$$\boldsymbol{c_2 = 0}$$

$$\boldsymbol{c_1 = \frac{(1 + r)m_1 + m_2}{(1 + r)} = m_1 + \frac{m_2}{(1 + r)}}$$

13. Suponha um consumidor que vive por dois períodos com uma função utilidade definida por $u(c_1,c_2) = \ln(c_1) + 0{,}7\ln(c_2)$ que identifica suas preferências pelo consumo no tempo 1, c_1, e o consumo no tempo 2, c_2. Considerando que o consumidor possui renda constante m_1=m_2=100, que a taxa de juros é r e que há uma inflação π, faça o pedido:

(a) Encontre sua restrição orçamentária e a desenhe em um gráfico, tomando uma inflação de 10% e uma taxa de juros de 14%.

R.O.: $\boldsymbol{\frac{(1+r)}{1+\pi}c_1 + c_2 = \frac{(1+r)}{1+\pi}m_1 + m_2}$ $\rightarrow$ $(1{,}036)c_1+c_2 = (1{,}036)m_1+m_2$

É relevante para o desenho do gráfico que se explicite os pontos (c_1,c_2) = (0 ; 203,6) e (c_1,c_2) = (196,5 ; 0) em que a reta atinge aos eixos.

(b) Encontre a escolha ótima do consumidor para as mesmas taxas de inflação e juros.

Maximiza-se a função utilidade em relação à restrição orçamentária da letra(a).

Das CPOs retira-se que c_1= $[(1+\pi)/(1+r)]*(c_2/0{,}7)$. Com isso podemos substituir c_1 na restrição orçamentária, que após simplificações ficará: $\frac{c_2}{0{,}7} + c_2 = \frac{(1+r)}{(1+\pi)}m_1 + m_2$.

Então multiplicamos ambos os lados da igualdade por 0,7 e teremos:

$$c_2 + 0{,}7c_2 = 0{,}7[\frac{(1+r)}{(1+\pi)}m_1 + m_2]$$

$$(1{,}7)c_2 = 0{,}7[\frac{(1+r)}{(1+\pi)}m_1 + m_2]$$

$$c_2 = \frac{0{,}7}{1{,}7}[\frac{(1+r)}{(1+\pi)}m_1 + m_2]$$

Colocando todos os valores que temos dessa economia, encontraremos que: $c_2 \cong 83{,}7$ e substituindo em $c_1 = [(1+\pi)/(1+r)]*(c_2/0{,}7)$, teremos que: $c_1 \cong 115{,}5$

(c) Com um aumento da taxa de juros para 16% e mantendo a mesma inflação, calcule a nova escolha ótima.

Basta substituir o novo valor da taxa de juros no desenvolvimento da letra (b) e encontraremos:

$$c_2' \cong 84{,}4$$
$$c_1' \cong 114{,}5$$

(d) Descubra como mudanças na taxa de juros afeta o consumo no segundo período em relação aos parâmetros da economia.

Derivamos c_2 em relação à taxa de juros:

$$\frac{dc_2}{dr} = \frac{0{,}7}{1{,}7}\frac{m_1}{(1+\pi)} > 0$$

Como todos os fatores são positivos, podemos dizer que a taxa de juros afeta positivamente o consumo no segundo período dessa economia.

14. Sobre a Teoria da Utilidade Esperada, assinale Falso ou Verdadeiro e justifique suas respostas.

~~(a) Suponha a seguinte função utilidade que representa as preferências dos indivíduos sobre loterias monetárias: $U(W) = a + bW + cW^{0,5}$, em que W é o nível de riqueza do indivíduo, e a, b e c são parâmetros. Nesse caso, pode-se afirmar que o indivíduo é mais avesso ao risco quanto mais elevada for sua riqueza W.~~

(b) Em modelos de escolha de seguros de automóvel com prêmio de risco atuarialmente justo, indivíduos avessos ao risco sempre escolhem fazer seguro parcial. Falso. Quando o seguro é justo, indivíduos avessos ao risco fazem seguro completo.

(c) A função de utilidade esperada é invariante a qualquer transformação monotônica crescente. Falso. A função de utilidade esperada é invariante a qualquer transformação monotônica crescente afim (da forma v(u) = au + b).

(d) Uma pessoa que é avessa ao risco para todos os níveis de renda jamais irá comprar uma ação de uma companhia que oferece um retorno incerto. Falso. Ela comprará a ação se o retorno esperado da ação for alto o suficiente para compensar seu risco.

15. Admita que a função de utilidade de um investidor seja especificada por $U(M) = M^{1/2}$, em que M = 150 é a renda. Suponha que ele deseje aplicar 100% de sua renda na compra de ações de duas empresas A e B. Os preços de mercado dessas ações são hoje iguais $P_A=P_B=15$, mas podem variar, a depender do estado da natureza, de acordo com a seguinte distribuição de probabilidades:

Estado da natureza	Probabilidade	P_A	P_B
0	½	40	5
1	½	5	40

Determine a utilidade esperada do investidor, admitindo-se que este invista metade de sua renda em ações da empresa A e a outra metade em B.

O investidor compra 5 ações de cada empresa, pois M = 150, $P_A = P_B = 15$ e supomos que ele gasta metade de sua renda em A e metade em B.

Sua função de utilidade esperada é uma média da utilidade que ganha em cada estado da natureza ponderada pela probabilidade do estado ocorrer:

$$E(U) = p_0 U(M_0) + p_1 U(M_1)$$

$$E(U) = \frac{1}{2}\sqrt{40 * 5 + 5 * 5} + \frac{1}{2}\sqrt{5 * 5 + 40 * 5} = \sqrt{225} = 15$$

$* \text{ note que } \sqrt{225} > \sqrt{150}$

16. Um consumidor está pensando em fazer uma viagem para a Ásia, onde ele pretende gastar R$10.000. A função de utilidade desse consumidor depende de que quanto ele conseguirá gastar na viagem, M, e tem formato: U(M) = ln(M). Existe uma probabilidade de 25% de ocorrer uma perda (por exemplo, um roubo) de R$1.000 durante a viagem.

(a) Calcule a utilidade esperada da viagem.

$\mathbf{c_1 = 10.000}$, nada ocorre

$\mathbf{c_2 = 9.000}$, há perda

$$\mathbf{UE = \frac{3}{4}\ln(10.000) + \frac{1}{4}\ln(9.000)}$$

$$\mathbf{UE \cong (0,75 * 9,210) + (0,25 * 9,104) = 9,1835}$$

(b) Suponha que o consumidor possa comprar seguro contra a perda de R$1.000 num mercado de seguro com livre entrada. Qual o valor do prêmio de seguro que este consumidor pagará?

Se o mercado tem livre entrada, a seguradora não terá lucro, então o prêmio 1.000γ terá preço justo, o que significa que γ=0,25, que é a chance de haver perda.

$$\mathbf{P = 1.000\gamma - (0,25 * 1.000) - (0,75 * 0)}$$

$$\mathbf{0 = 1.000\gamma - 0,25 * 1.000}$$

$$\mathbf{1.000 * 0,25 = 1.000\gamma}$$

$$\mathbf{\gamma = 0,25}$$

$$\mathbf{Prêmio = 1000 * 0,25 = 250}$$

(c) Mostre que a utilidade esperada do consumidor é maior se ele comprar o seguro do item (b) do que se ele não comprar.

$$\boldsymbol{c_1 = 10.000 - 250 = 9.750}$$

$$\boldsymbol{c_2 = 9.000 - 250 + 1000 = 9750}$$

$$\boldsymbol{UE' = \frac{3}{4}\ln(9.750) + \frac{1}{4}\ln(9750) = \ln(9750) \cong 9185}$$

$$\mathbf{UE' \cong 9,185 > 9,1835 \cong UE}$$

Logo, podemos ver que a Utilidade Esperada do consumidor é maior se ele compra o seguro a preço justo do que se ele não compra.

17. Indique se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas e justifique suas respostas.

(a) Se a função de demanda de um consumidor é dada por q(p) e o preço passa de 1 para 2, então a variação da utilidade deste consumidor é dada por $\int_1^2 q(p)dp$. Falso. Essa é a variação do excedente dos consumidores, que é uma aproximação da variação da utilidade. $\Delta EC = \Delta U$ apenas quando as preferências são quase-lineares.

(b) Considere que, ao consumir q unidades de um bem ao preço de mercado p, um indivíduo tenha um excedente do consumidor igual a x. Suponha que o indivíduo passe a ter que pagar uma quantia para poder participar desse mercado (isto é, somente após pagar uma quantia, ele pode comprar q unidades do bem, pagando por cada uma o preço p). Então, o indivíduo estaria disposto a pagar, aproximadamente, x unidades monetárias para pode participar desse mercado. Verdadeiro.

(c) Sejam $q_1(p)$= 0,5*(m/p) a função de demanda do indivíduo 1 e $q_2(p)$= 0,1*(m/p) a função de demanda do indivíduo 2. Como uma medida da utilidade que o consumidor extrai ao consumir o bem, o excedente do consumidor tende a ser uma aproximação melhor para o indivíduo 1 do que para o indivíduo 2.
Falso. Quanto menor o efeito renda, melhor a aproximação. Não dá para afirmar qual é melhor, pois o efeito renda também depende do preço e de q: $ER = \frac{\partial q}{\partial m} q$, e para os mesmos q, m e p, a aproximação é melhor para o indivíduo 2.

18. Suponha um consumidor com função de utilidade $U(x_1, x_2) = \ln(x_1) + x_2$ e renda m=2.

(a) Encontre as demandas pelos bens x_1 e x_2.

$$\max_{x_1,x_2} U = \ln(x_1) + x_2 \text{, sujeito a } p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

$$L = \ln(x_1) + x_2 + \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m)$$

$$\text{CPO}\begin{cases} (1)\ \frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \therefore \frac{1}{x_1} + \lambda p_1 = 0 \\ (2)\ \frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \therefore 1 + \lambda p_2 = 0 \\ (3)\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \therefore\ p_1x_1 + p_2x_2 = m \end{cases}$$

De (1) e (2), $\mathbf{x_1} = \frac{\mathbf{p_2}}{\mathbf{p_1}}$. Substituindo em (3), obtemos $x_2 = \frac{m}{p_2} - 1$.

(b) Calcule a Variação Compensatória (VC) e a Variação Equivalente (VE) caso o preço do bem 1 varie de p_1=1 para p_1'=2 e o preço do bem 2 permaneça constante e igual a p_2=1.

As demandas do consumidor mudam de $(x_1,x_2) = (1,1)$ para $(x'_1, x'_2) = (½,1)$. Variação compensadora: renda necessária aos preços (2,1) para deixar o consumidor tão bem quanto estava ao consumir a cesta (1,1).

U(1,1) = U(1/2,1) + VC
$\ln(1) + 1 = \ln(1/2) + 1 + VC \rightarrow VC = \ln(1) - \ln(1/2) =$ **0,7**

Como a função de utilidade é quase-linear, a variação compensadora é igual à variação equivalente e à variação do excedente do consumidor.

(c) Sem precisar calcular a variação no excedente do consumidor, qual será o seu valor (em termos absolutos)? Explique sua resposta.

0,7 (ver acima)

19. Considere um consumidor com renda R = 100, função utilidade U(x,y) = xy que se depara com os preços px = 2 e py = 2.

(a) Qual é a cesta ótima deste consumidor?

A cesta ótima é x = 25 (x = R/2px) e y = 25 (y = R/2py).

(b) Calcule a demanda pelo bem x se o px cair pela metade. Calcule a variação compensatória. Calcule os efeitos renda e substituição.

Consumo de x muda para x' = 50

A variação compensadora é a renda extra para ficar com a mesma utilidade original aos preços novos.

A utilidade inicial era 25*25 = 625

Podemos usar a demanda para calcular qual renda, aos novos preços (1,2), dá a mesma utilidade: (R/2px)(R/2py) = 625 → (R/2)(R/4) = 625 → R = 70,7

VC = -29,3.

ES (mantendo poder aquisitivo constante) = (75/2) – 25 = 37,5 – 25 = 12,5

ER = ET – ES = 25 – 12,5 = 12,5

20. Ellsworth tem uma função de utilidade U(x,y) = min{x,y}. Ele tem uma renda de \$150 e o preço de x e y são ambos iguais à 1. O chefe de Ellsworth está pensando em transferi-lo para outra cidade onde o preço de x é 1 e o preço de y é 2. Ellsworth disse que não tem problema em ser transferido, mas morar na cidade nova é tão ruim quanto um corte de \$A na sua renda, e disse que aceitaria a transferência desde que recebesse um aumento de \$B. Quais são os valores A e B?

A é a variação equivalente (ex-ante, aos preços antigos), enquanto B é a variação compensatória (ex-post, aos preços novos). Primeiro, calculamos a demanda por x e y:

Em equilíbrio, x = y (proporções fixas). Substituindo isso na R.O. encontramos:

$x = y = m / (p_x + p_y)$

Na cidade inicial, aos preços (1,1) e renda 150, x = y = 75. Sua utilidade é 75.

Variação compensatória: vamos usar a demanda para calcular qual renda, aos novos preços (1,2), dá a mesma utilidade: (m/(px+py)) = 75 → (m/3) = 75 → m = 225

VC = 75.

Na cidade final, aos preços (1,2) e renda 150, x = y = 50. Sua utilidade é 50.

Variação equivalente: vamos usar a demanda para calcular qual renda, aos preços antigos (1,1), dá a mesma utilidade: (m/(px+py)) = 50 → (m/2) = 50 → m = 100

VE = -50.