

Oferta - Gabarito

2019

Questão 1:

A função custo de uma firma é dada por $c(y) = y^3/3 - y^2/2 + y + 16$.

(a) Obtenha a oferta de curto prazo da firma e a represente graficamente (não se esqueça de indicar no gráfico a quantidade ofertada associada a $p = 13/16$). (b) Calcule o excedente do produtor quando $p = 3$.

R:

a) Montando o problema da firma:

$$\max_y \Pi \quad \longrightarrow \quad \max_y py - \frac{y^3}{3} + \frac{y^2}{2} - y - 16$$

CPO:

$$p - y^2 + y - 1 = 0$$

$$p = y^2 + y + 1$$

$$p = CMg(y)$$

$$y = CMg^{-1}(p)$$

Logo, a curva de oferta da firma será a curva de custo marginal. Porém, também devemos conferir se a firma não estaria melhor se não produzisse nada:

$$\begin{aligned} \Pi(y) &> \Pi(0) \\ py - \frac{y^3}{3} + \frac{y^2}{2} - y - 16 &> p \cdot 0 - \frac{0^3}{3} + \frac{0^2}{2} - 0 - 16 \\ py - \frac{y^3}{3} + \frac{y^2}{2} - y - 16 &> -16 \end{aligned}$$

$$py - CV - CF > -CF$$

$$py > CV$$

$$p > CVMe$$

$$CMg > CVMe$$

Onde a última linha vem da maximização do lucro da firma.

Assim, temos que a oferta da firma será a quantidade que iguala preço e custo marginal para todos os pontos em que ele é maior do que o custo variável médio, e zero caso contrário:

$$Oferta = \begin{cases} CMg^{-1}(p) & CMg > CVMe \\ 0 & c.c. \end{cases}$$

Para conferirmos quando $CMg > CVMe$ vamos primeiro encontrar ambos::

$$CMg = \frac{dC(y)}{dy} = y^2 - y + 1$$

$$CVMe = \frac{CV(y)}{y} = \frac{y^2}{3} - \frac{y}{2} + 1$$

Vamos também lembrar que o custo marginal corta o custo variável médio no seu ponto mínimo, de forma que, para encontrar o ponto onde eles são iguais, basta encontrar o ponto mínimo do $CVMe$:

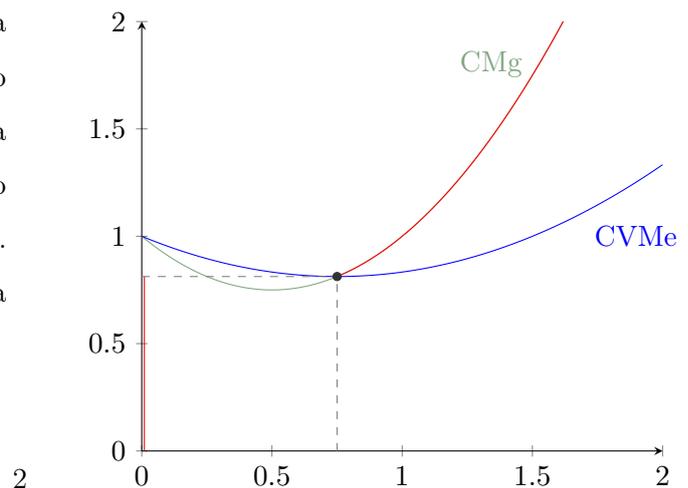
$$\begin{aligned} \min_y CVMe &\longrightarrow \min_y \frac{y^2}{3} - \frac{y}{2} + 1 \\ CPO : \quad \frac{2y}{3} - \frac{1}{2} &\longrightarrow y = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Como, pelo problema de maximização do lucro $p = CMg(y)$:

$$p = CMg(3/4) = \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{3}{4} + 1 = \frac{13}{16}$$

$$Oferta = \begin{cases} CMg^{-1}(p) & p > 13/16 \\ 0 & c.c. \end{cases}$$

Colocando as curvas no gráfico temos que a curva de custo marginal em verde, a curva de custo variável médio em azul e a curva de oferta da firma em vermelho. Observamos que a oferta é zero até o preço alcançar $13/16$ onde a oferta passa a ser $3/4$. Com preços maiores, a curva de oferta acompanha a curva de custo marginal.



b) Excedente do produtor quando $p = 3$:

$$\begin{aligned}
 EP &= \int_0^{y(p)} [p - CMg(y)] dy = \int_0^{y(p)} [p - (y^2 - y + 1)] dy \\
 &= py - \frac{y^3}{3} + \frac{y^2}{2} - y \Big|_0^{y(p)}
 \end{aligned}$$

para encontrarmos $y(p)$, basta substituímos $p = 3$ na curva de oferta da firma. Como $3 > 13/16$:

$$\begin{aligned}
 p = 3 &= CMg(y) \\
 3 &= y^2 - y + 1 \\
 y^2 - y - 2 &= 0 \\
 y(3) &= -1 \text{ ou } 2
 \end{aligned}$$

Como y deve ser maior que zero $y(3) = 2$ e temos:

$$\begin{aligned}
 EP &= py - \frac{y^3}{3} + \frac{y^2}{2} - y \Big|_0^2 \\
 &= 3 \times 2 - \frac{2^3}{3} + \frac{2^2}{2} - 2 \\
 &= 6 - \frac{8}{3} + 2 - 2 \\
 &= \frac{10}{3}
 \end{aligned}$$

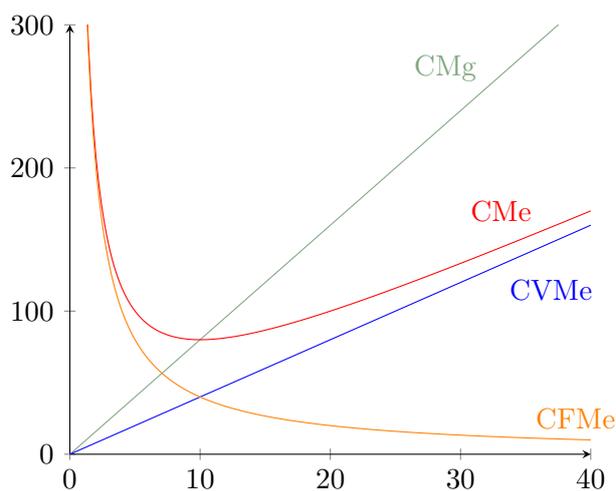
Questão 2:

Considere a seguinte curva de custo de uma firma competitiva: $c(y) = 4y^2 + 400$.

- Determine algebricamente e represente em um gráfico as funções de custo marginal, custo médio e custo variável médio.
- Derive a curva de oferta de curto prazo.
- Calcule a quantidade produzida, o lucro e o excedente do produtor, caso o preço de mercado seja \$100.
- Se houver a possibilidade de livre entrada de outras firmas com a mesma estrutura de custos, o que é de se esperar que aconteça com este mercado? Em qual patamar, nesta situação, deve se situar o preço de mercado? O que acontece com o lucro?

R:

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad CMg &= \frac{dC(y)}{dy} = 8y & CMe &= \frac{C(y)}{y} = 4y + \frac{400}{y} \\
 CV &= 4y^2 & CF &= 400 \\
 CVMe &= \frac{CV}{y} = 4y & CFMe &= \frac{CF}{y} = \frac{400}{y}
 \end{aligned}$$



Representando no gráfico, temos a curva de custo marginal em verde, a curva de custo médio em vermelho, o custo variável médio em azul e o custo fixo médio em laranja.

b) Curva de oferta de curto prazo:

$$\max_y \Pi \quad \longrightarrow \quad \max_y py - 4y^2 - 400$$

CPO:

$$p - 8y = 0 \longrightarrow y = \frac{p}{8}$$

Porém, também precisamos conferir se produzir essa quantidade não nos traz um lucro menor do que não produzir nada:

$$\Pi \geq \Pi(0)$$

$$\begin{aligned} p \frac{p}{8} - 4 \left(\frac{p}{8} \right)^2 - 400 &\geq -400 \\ \frac{p^2}{8} - \frac{1}{2} \frac{p^2}{8} &\geq 0 \\ \frac{1}{2} \frac{p^2}{8} &\geq 0 \end{aligned}$$

O que é verdadeiro para todos os valores de p . Assim, a oferta de curto prazo da firma é $y = p/8$ para todo p .

c) $p = 100$

Quantidade ofertada:

$$q^O = \frac{p}{8} = \frac{100}{8} = 12,5$$

Lucro:

$$\begin{aligned} \Pi &= py - 4y^2 - 400 \\ &= 100 \times 12,5 - 4(12,5)^2 - 400 \\ &= 225 \end{aligned}$$

Excedente do produtor:

$$\begin{aligned} EP &= \int_0^{12,5} [p - CMg(y)] dy = \int_0^{12,5} [100 - 8y] dy \\ &= 100y - \frac{8y^2}{2} \Big|_0^{12,5} \\ &= 100 \times 12,5 - 4(12,5)^2 \\ &= 625 \end{aligned}$$

d) Se tivermos livre entrada e saída de firmas com a mesma estrutura de custos, teremos que, se as firmas estiverem tendo prejuízo, elas começaram a sair do mercado, até que a oferta se ajuste de forma que as firmas que fiquem no mercado não tenham mais lucro negativo. Se as firmas estiverem tendo lucro, novas firmas também irão querer entrar no mercado e elas entrarão até que todas as firmas parem de ter lucro positivo.

Assim, assumindo que o preço inicial é o mesmo do item (c) ($p = 100$), como as firmas tem lucro positivo, novas firmas irão entrar no mercado até que todas as firmas tenham lucro zero. E o novo preço de mercado será (assumindo que mesmo com livre entrada de firmas, elas ainda tenham o custo fixo de 400):

$$\begin{aligned} \Pi &= 0 \\ p \frac{p}{8} - 4 \left(\frac{p}{8} \right)^2 - 400 &= 0 \\ \frac{1}{2} \frac{p^2}{8} - 400 &= 0 \\ p^2 &= 400 \times 16 \\ p &= 80 \end{aligned}$$

Assim, teremos firmas entrando no mercado até que o preço caia para \$80, onde cada firma produzirá 10 unidades.

Questão 3:

Suponha que um produtor de uma região produza azeite com a seguinte função de custo de curto prazo: $C(y) = y^a + F$, onde $a > 1$ e F uma constante.

- Obtenha as expressões para as funções de: custo marginal, custo variável médio, custo fixo médio e custo médio desse produtor.
- Encontre a curva de oferta do produtor.
- Suponha que existam 100 produtores idênticos de azeite nessa região. Se o valor do parâmetro a for igual a 2 e a demanda de mercado por azeite for igual a $D(p) = 102 - p$, calcule o preço de equilíbrio desse mercado.

(d) Qual o valor de F que torna o lucro de um produtor igual a zero no equilíbrio do item (c)?

R:

a)
$$CMg = \frac{dC(y)}{dy} = ay^{a-1}$$

$$CV = y^a$$

$$CVMe = \frac{CV}{y} = y^{a-1}$$

$$CF = F$$

$$CFMe = \frac{CF}{y} = \frac{F}{y}$$

$$CMe = \frac{C(y)}{y} = CVMe + CFMe = y^{a-1} + \frac{F}{y}$$

b) Curva de oferta:

Sabemos que a curva de oferta do produtor será a curva de custo marginal, quando ela for maior do que a curva de custo variável médio, e zero caso contrário:

$$Oferta = \begin{cases} CMg^{-1}(p) & \text{se } CMg \geq CVMe \\ 0 & \text{c.c} \end{cases}$$

Encontrando $CMg^{-1}(p)$:

$$p = CMg(y) = ay^{a-1}$$

$$y^{a-1} = \frac{p}{a}$$

$$y = \left(\frac{p}{a}\right)^{\frac{1}{a-1}}$$

Logo:

$$Oferta = \begin{cases} \left(\frac{p}{a}\right)^{\frac{1}{a-1}} & \text{se } CMg \geq CVMe \\ 0 & \text{c.c} \end{cases}$$

Conferindo quando $CMg \geq CVMe$:

$$CMg \geq CVMe$$

$$ay^{a-1} \geq a > 1$$

Ou seja, para todos os valores de y aceitos, a curva de oferta é a própria curva de custo marginal:

$$Oferta = \left(\frac{p}{a}\right)^{\frac{1}{a-1}}$$

c) n^o firmas: 100 (idênticas)

$$a = 2$$

demanda de mercado: $D(p) = 102 - p$

Oferta de mercado:

$$S^M = 100 \times S^{Firma} = 100 \left(\frac{p}{a} \right)^{\frac{1}{a-1}}$$

$$S^M = 100 \frac{p}{2} = 50p$$

Equilíbrio:

$$S^M = D^M$$

$$50p = 102 - p$$

$$51p = 102$$

$$p = 2$$

Quantidade:

$$D(2) = 102 - 2 = 100$$

d) F tal que $\Pi = 0$

$$\begin{aligned} \Pi &= py - y^2 - F \\ &= p \frac{p}{2} - \frac{p^2}{4} - F \end{aligned}$$

$$\Pi(2) = 0$$

$$0 = \frac{4}{2} - \frac{4}{4} - F$$

$$0 = 1 - F$$

$$F = 1$$