

Preferência Revelada - Gabarito

2019

Questão 1:

Na tabela a seguir, estão descritas as cestas escolhidas por um consumidor em 5 situações:

Situação	p_1	p_2	x_1	x_2
A	1	1	5	35
B	1	2	35	10
C	1	1	10	15
D	3	1	5	15
E	1	2	10	10

- (a) As escolhas deste consumidor são consistentes com os axiomas da preferência revelada? Justifique.
- (b) Considerando que as preferências deste consumidor são monotônicas e convexas, indique, no plano (x_1, x_2) , as cestas que o consumidor considera piores que $(10, 15)$ e aquelas consideradas pelo menos tão boas quanto $(10, 15)$. Desenhe uma possível curva de indiferença passando por $(10, 15)$.

R:

- a) Olhando para o quanto cada escolha custaria em cada situação:

Cestas	Preços				
	(1, 1)	(1, 2)	(1, 1)	(3, 1)	(1, 2)
A	40	75	40	50	75
B	45	55	45	115	55
C	25	40	25	45	40
D	20	35	20	30	35
E	20	30	20	40	30

Onde em preto temos as cestas escolhidas na situação apresentada na coluna, com as cestas que poderiam ter sido compradas em verde e as que não poderiam em vermelho.

Na primeira coluna, vemos que, quando a cesta A foi comprada, as cestas C, D e E também estavam disponíveis, mas não foram escolhidas, portanto A foi diretamente revelada como preferida a C, D e E ($A \succ_D C, D, E$). Como a cesta B não estava disponível, nada pode ser dito sobre a relação de A e B. Na segunda coluna, vemos que quando B foi escolhida, o consumidor também poderia ter comprado as cestas C, D e E. Como não o fez, temos que $B \succ_D C, D, E$. Na terceira coluna, temos que quando as cestas C, D e E estavam disponíveis, o consumidor escolheu a cesta C, assim $C \succ_D D, E$.

Assim, temos: $A \succ_D C, A \succ_D D, A \succ_D E; B \succ_D C, B \succ_D D, B \succ_D E; C \succ_D D, C \succ_D E$.

Olhando para as preferências diretamente reveladas, vemos que não existe nenhum caso onde $x \succ_D y$ e $y \succ_D x$. Assim, as escolhas são consistentes com o Axioma Fraco da Preferência Revelada.

Para olhar para o Axioma Forte, devemos conseguir também as preferências indiretamente reveladas. Teremos:

$$A \succ_D C, C \succ_D D \longrightarrow A \succ_I D$$

$$A \succ_D C, C \succ_D E \longrightarrow A \succ_I E$$

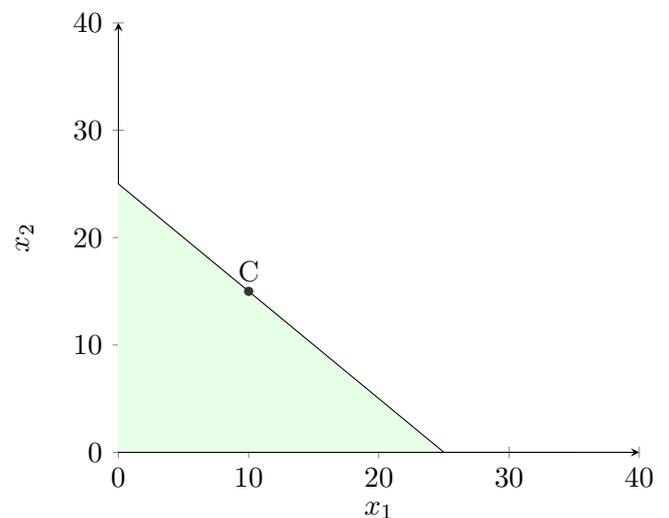
$$B \succ_D C, C \succ_D D \longrightarrow B \succ_I D$$

$$B \succ_D C, C \succ_D E \longrightarrow B \succ_I E$$

Olhando para preferências diretamente e indiretamente reveladas, vemos que não existe nenhum caso onde $x \succ y$ e $y \succ x$, direta ou indiretamente. Assim, as escolhas são consistentes com o Axioma Forte da Preferência Revelada.

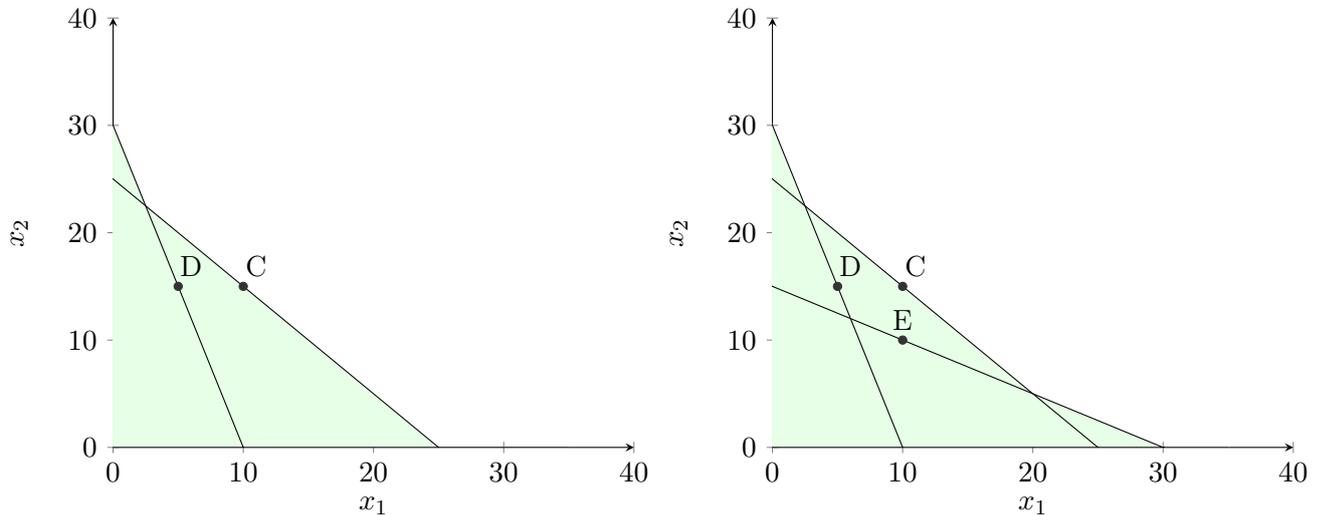
b)

Considerando convexidade e monotonicidade, podemos considerar que a cesta $C = (10, 15)$ é preferida a todas as cestas que estavam disponíveis quando ela foi escolhida. Utilizando os preços e a quantidade comprada, podemos construir a restrição orçamentária do indivíduo. Em verde, temos as cestas para as quais C é revelada como preferida.

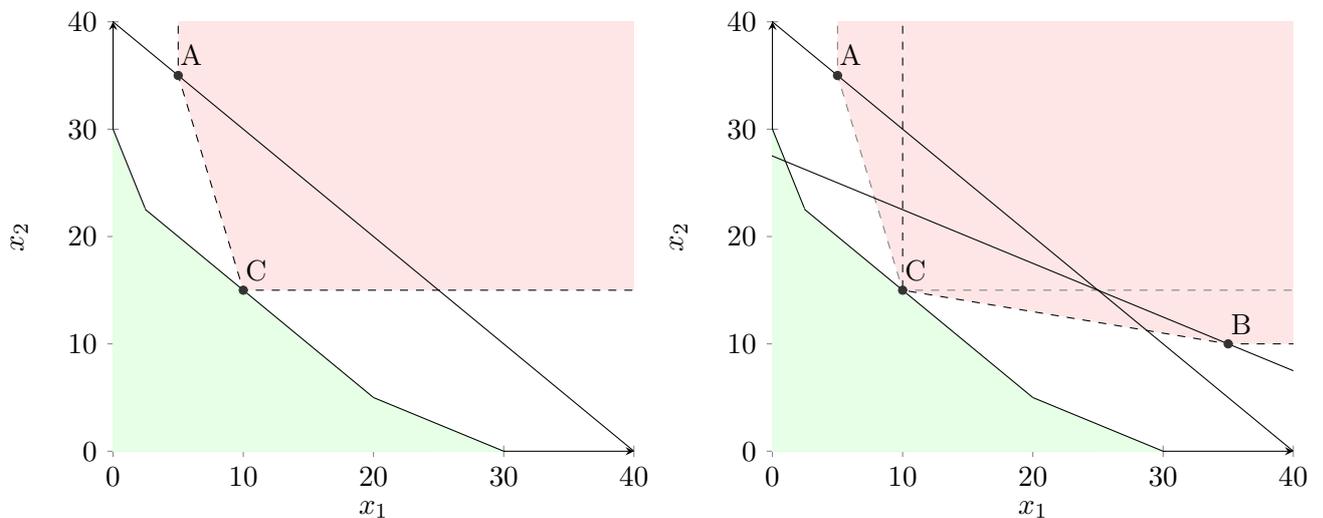


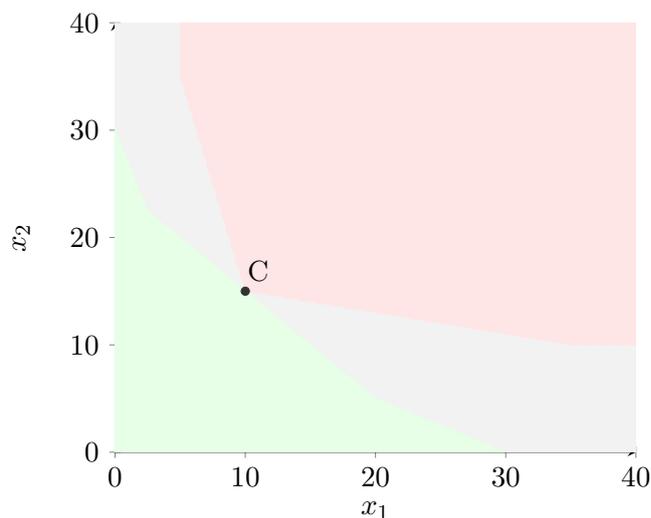
Pela tabela feita na letra (a), sabemos que quando o consumidor escolheu a cesta C, as cestas D

e E também estavam disponíveis. Assim, C é revelada como diretamente preferida às cestas D e E. E também é indiretamente revelada como preferida às cestas que o consumidor considera piores que D e E. Ou seja, se traçarmos as restrições orçamentárias das situações onde o consumidor escolheu D e E, as cestas que estavam disponíveis nessa situação, mas que não foram escolhidas serão indiretamente reveladas como piores que a cesta C.



Vamos olhar agora para as cestas que o consumidor considera melhores que a cesta C. Na situação onde o consumidor escolhe a cesta A, vemos que a cesta C também estava disponível, assim sabemos que $A \succ_D C$. Aqui, a restrição orçamentária de A não nos traz informações sobre quais cestas não preferidas a C, porém como assumimos convexidade, sabemos que as cestas entre A e C são preferidas à cesta C. Como também assumimos monotonicidade qualquer cesta que possua mais de um bem e pelo menos a mesma quantidade do outro bem será preferida à cesta original, assim, pintamos de vermelho as cestas que o consumidor considera melhor que a cesta C. E repetimos utilizando o fato que $B \succ_D C$.





Assim, em verde temos as cestas que o consumidor considera piores que C e em vermelho as cestas que o consumidor considera melhores do que C. Uma possível curva de indiferença pode ser traçada na área cinza do gráfico.

Questão 2:

Responda V ou F e justifique sua resposta.

Três indivíduos participam de um comitê encarregado de apreciar os projetos A, B e C. Sabe-se que o símbolo \prec representa a relação “é pior que”, e que as preferências dos indivíduos são as seguintes:

Indivíduo 1: $A \prec B \prec C$

Indivíduo 2: $B \prec A \prec C$

Indivíduo 3: $C \prec A \prec B$

O processo decisório do comitê recomenda considerar as alternativas duas a duas, escolhendo o projeto vencedor por maioria simples. Nestas condições, é possível afirmar que:

- (a) As preferências do comitê são completas;
- (b) As preferências do comitê são transitivas;
- (c) O projeto escolhido como vencedor será o B;
- (d) O ordenamento dos projetos pelo comitê é idêntico às preferências do indivíduo 3.

R:

Como o comitê considera alternativas duas a duas, ele pode fazer três votações possíveis:

$$A \times B \longrightarrow B \quad (B \succ A)$$

$$A \times C \longrightarrow C \quad (C \succ A)$$

$$B \times C \longrightarrow C \quad (C \succ B)$$

R:

a) Verdadeiro.

Dados quaisquer dois projetos, o comitê sempre consegue escolher o seu preferido.

b) Verdadeiro.

$$C \succ B, B \succ A \longrightarrow C \succ A$$

c) Falso.

Dado que temos $B \succ A$, $C \succ A$ e $C \succ B$, o projeto escolhido é o projeto C.

d) Falso.

Dado que temos $B \succ A$, $C \succ A$ e $C \succ B$, as preferências do comitê são $C \succ B \succ A$. Ou seja, são iguais às do indivíduo 1.

Questão 3:

Um consumidor escolheu as cestas A, B, C quando o vetor de preços era igual a P_A , P_B , P_C , respectivamente. Sabe-se que

- i. aos preços P_A os gastos seriam maiores se o consumidor adquirisse a cesta B, mas menores se adquirisse a cesta C;
- ii. aos preços P_B os gastos seriam maiores se o consumidor adquirisse a cesta C, mas menores se adquirisse a cesta A;
- iii. aos preços P_C os gastos seriam maiores se o consumidor adquirisse a cesta A, mas menores se adquirisse a cesta B;

Responda as questões abaixo, justificando suas respostas e faça o que se pede:

- (a) Monte uma tabela indicando os gastos realizados pelo consumidor quando efetivamente adquiriu cada cesta e o quanto ele teria gasto com as cestas não adquiridas caso ele as tivesse comprado.
- (b) Estabeleça as relações de preferências reveladas diretas e indiretas entre as cestas na situação descrita.
- (c) O comportamento do consumidor é compatível com o Axioma Fraco da Preferência Revelada?
- (d) E com o Axioma Forte da Preferência Revelada?

R:

a) As cestas escolhidas estão na diagonal principal, as cestas que poderiam ser alcançadas, mas não foram escolhidas estão em verde, e as cestas que não poderiam ser alcançadas estão em vermelho:

	A	B	C
P_A	AP_A	BP_A	CP_A
P_B	AP_B	BP_B	CP_B
P_C	AP_C	BP_C	CP_C

b) As relações diretamente reveladas podem ser encontradas diretamente comparando as cestas que foram compradas com as que poderiam ter sido, mas não foram. Olhando as três situações, por i. temos que A é revelada diretamente preferida a C ($A \succ_D C$), por ii. B é revelada diretamente preferida a A ($B \succ_D A$), e por iii. C é revelada diretamente preferida a B ($C \succ_D B$).

Para encontrar as relações de preferências indiretamente reveladas, utilizamos transitividade nas relações diretamente reveladas, assim:

$$A \succ_D C, C \succ_D B \longrightarrow A \succ_I B$$

$$B \succ_D A, A \succ_D C \longrightarrow B \succ_I C$$

$$C \succ_D B, B \succ_D A \longrightarrow C \succ_I A$$

c) O comportamento é compatível com o Axioma Fraco da Preferência Revelada, pois não existe nenhum caso em que as preferências diretamente reveladas se contradizem. Ou seja, não existe nenhum caso onde $x \succ_D y$ e $y \succ_D x$.

d) O comportamento não é compatível com o Axioma Forte da Preferência Revelada. Nesse caso, podemos comparar também as preferências indiretamente reveladas. Aqui, temos que $A \succ_I B$ e $B \succ_D A$; $B \succ_I C$ e $C \succ_D B$; e $C \succ_I A$ e $A \succ_D C$ e todos esses casos violam o axioma.

Questão 4:

Considere o consumo de um agente em dois períodos (0 e 1). Denote preços, riqueza e consumo no período t como p_t , w_t e $x_t = x(p_t, w_t)$, respectivamente. Às vezes é útil construir um índice para medir a quantidade consumida. Podemos usar o índice de quantidade de Laspayres, $L_Q = (p^0 x^1)/(p^0 x^0)$, o índice de Paasche, $P_Q = (p^1 x^1)/(p^1 x^0)$, ou a variação da despesa do consumidor, $E_Q = (p^1 x^1)/(p^0 x^0)$. Mostre que:

(a) Se $L_Q < 1$, o consumidor prefere x^0 a x^1 .

(b) Se $P_Q > 1$, o consumidor prefere x^1 a x^0 .

(c) Não é possível concluir qual cesta é preferida usando E_Q .

R:

a)

$$L_Q < 1 \longrightarrow \frac{p^0 x^1}{p^0 x^0} < 1$$

$$p^0 x^1 < p^0 x^0$$

Ou seja, em $t = 0$, quando o preço era p^0 , o consumo x^1 estava disponível. Assim, como o consumidor escolheu x^0 , sabemos por preferência revelada que $x^0 \succ x^1$.

b)

$$P_Q > 1 \longrightarrow \frac{p^1 x^1}{p^1 x^0} > 1$$

$$p^1 x^1 > p^1 x^0$$

Aqui temos que quando passamos para $t = 1$, com os preços p^1 , o consumo x^0 continua disponível. Como o consumidor escolhe mudar para x^1 sabemos por preferência revelada que $x^1 \succ x^0$.

c) Com E_Q podemos comparar apenas $p^1 x^1$ com $p^0 x^0$, e não temos informação suficiente para falar se x^1 estava disponível em $t = 0$ ou x^0 estava disponível em $t = 1$. Assim, não temos uma situação onde ambas as cestas poderiam ser alcançadas e não é possível concluir por preferência revelada qual seria a preferida.