CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

ECO 1113 TEORIA MICROECONÔMICA I

PROFESSOR: JULIANO ASSUNÇÃO TURMA: 2JA

Tecnologia - Gabarito

2019

Questão 1:

Indique se as afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas e justifique suas respostas.

(a) Uma isoquanta nunca pode apresentar uma inclinação ascendente se todos os insumos apresentam produtividades marginais positivas.

(b) Dizer que a tecnologia apresenta a propriedade de monotonicidade significa que a produção não diminui quando aumenta o uso de um fator.

(c) Com $y = f(x, y)$, dizer que o produto marginal de x é decrescente significa que é negativo.

(d) Se a tecnologia apresenta retornos decrescentes de escala, dobrar a quantidade dos insumos reduz o nível de produção.

(e) Para uma firma com função de produção: $f(K, L) = 600K^2L^2 - K^3L^3$, o produto marginal de L é decrescente.

(f) Uma firma cujo produto é gerado por $y = f(x) = 2x - 0,03x^2$ maximiza seus lucros quando $x = 20$. Suponha que o preço unitário do produto é 10 e do insumo é 8.

R:

a) Verdadeiro.

Pela fórmula da TMST:

$$TMST = \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial y/\partial x_1}{\partial y/\partial x_2}$$

Assim, se ambos os insumos possuem produtividade marginal positiva, a TMST será sempre negativa. Ou seja, a isoquanta será negativamente inclinada.

b) Verdadeiro.

É diretamente da definição de monotonicidade para tecnologias:

Monotonicidade: o aumento de qualquer insumo implica em aumento da produção.

c) Falso.

O produto marginal de um insumo ser decrescente não significa que ele seja negativo, mas sim que sua derivada é negativa. Ou seja, quanto maior a quantidade do insumo, menor o produto marginal.

d) Falso.

Para uma tecnologia com retornos decrescentes de escala temos que:

$$f(kx_1, kx_2) < kf(x_1, x_2)$$

Assim, dobrar a quantidade de insumos gera uma quantidade produzida menor do que o dobro da quantidade original.

e) Falso.

Calculando o produto marginal:

$$PMg_L = \frac{\partial f(K, L)}{\partial L} = 1200K^2L - 3K^3L^2$$

Assim, sua variação será:

$$\begin{aligned} \frac{\partial PMg_L}{\partial L} &= 1200K^2 - 6K^3L \\ > 0 \quad &\longrightarrow \quad L < \frac{200}{K} \\ < 0 \quad &\longrightarrow \quad L > \frac{200}{K} \end{aligned}$$

Assim, o produto marginal será decrescente apenas para determinados valores de K e L.

f) Verdadeiro.

Montando a função lucro da firma em função da quantidade de insumo:

$$\begin{aligned} \Pi &= p_y f(x) - p_x x \\ &= 10(2x - 0,03x^2) - 8x \\ &= -0,3x^2 + 12x \end{aligned}$$

Encontrando a quantidade de insumo que maximiza esse lucro:

$$\max -0,3x^2 + 12x$$

CPO:

$$-0,6x + 12 = 0$$
$$x = 20$$

Questão 2:

Para cada um dos itens a seguir, analise se a função de produção apresenta rendimentos crescentes, constantes ou decrescentes de escala e verifique se o produto marginal do insumo 1 é decrescente.

(a) $f(x_1, x_2) = x_1^{0,7} x_2^{0,5}$

(b) $f(x_1, x_2) = (ax_1^{0,5} + bx_2^{0,5})^2$, com a e b>0

(c) $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2$

(d) $f(x_1, x_2) = (ax_1 + bx_2)^{0,5}$, com a e b>0

(e) $f(x_1, x_2) = min\{ax_1, bx_2\}$, com a e b>0

R:

a) $f(x_1, x_2) = x_1^{0,7} x_2^{0,5}$

Rendimentos de escala:

$$f(kx_1, kx_2) = (kx_1)^{0,7}(kx_2)^{0,5} = k^{1,2} x_1^{0,7} x_2^{0,5}$$
$$> kf(x_1, x_2), \ \forall k > 1$$

$\longrightarrow$ Rendimentos decrescentes de escala

PMg:

$$\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = 0,7x_1^{-0,3} x_2^{0,5}$$
$$\frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_1^2} = -0,21x_1^{-1,3} x_2^{0,5} < 0$$

$\longrightarrow$ Produto Marginal Decrescente

b) $f(x_1, x_2) = (ax_1^{0,5} + bx_2^{0,5})^2$, com a e b>0

Rendimentos de Escala:

$$\begin{aligned} f(kx_1, kx_2) &= [a(kx_1)^{0,5} + b(kx_2)^{0,5}]^2 = [k^{0,5}(ax_1^{0,5} + bx_2^{0,5})]^2 = k(ax_1^{0,5} + bx_2^{0,5})^2 \\ &= kf(x_1, x_2),\ \forall k > 1 \end{aligned}$$

$\longrightarrow$ Rendimentos constantes de escala

PMg:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = 2(ax_1^{0,5} + bx_2^{0,5})(0,5ax_1^{-0,5}) &= a^2 + ab\frac{x_2^{0,5}}{x_1^{0,5}} \\ \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_1^2} &= -0,5ab\frac{x_2^{0,5}}{x_1^{1,5}} < 0 \end{aligned}$$

$\longrightarrow$ Produto Marginal Decrescente

c) $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2$

Rendimentos de Escala:

$$\begin{aligned} f(kx_1, kx_2) &= (kx_1)^2 + (kx_2) = k^2x_1^2 + kx_2 = kx_1^2kx_2 + (k^2 - k)x_1^2 \\ &= kf(x_1, x_2) + (k^2 - k)x_1^2 \\ &\longrightarrow (k^2 - k)x_1^2 > 0 \longrightarrow k^2 > k \end{aligned}$$

Como essa condição é válida para todo $k > 1$, temos que $f(kx_1, kx_2) > kf(x_1, x_2)$. Ou seja, temos rendimentos crescentes de escala.

PMg:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} &= 2x_2 \\ \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_1^2} &= 2 > 0 \end{aligned}$$

$\longrightarrow$ Produto Marginal Crescente

d) $f(x_1, x_2) = (ax_1 + bx_2)^{0,5}$, com a e b>0

Rendimentos de escala:

$$\begin{aligned} f(kx_1, kx_2) &= (akx_1 + bkx_2)^{0,5} = [k(ax_1 + bx_2)]^{0,5} = k^{0,5}(ax_1 + bx_2)^{0,5} \\ &< kf(x_1, x_2),\ \forall k > 1 \end{aligned}$$

$\longrightarrow$ Rendimentos decrescentes de escala

PMg:

$$\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = 0,5a(ax_1 + bx_2)^{-0,5}$$
$$\frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_1^2} = -0,25a^2(ax_1 + bx_2)^{-1,5} < 0$$

$\longrightarrow$ Produto Marginal Decrescente

e) $f(x_1, x_2) = min\{ax_1, bx_2\}$, com a e b>0

Rendimentos de escala:

$$\begin{aligned} f(kx_1, kx_2) &= min\{akx_1, bkx_2\} = kmin\{ax_1, bx_2\} \\ &= kf(x_1, x_2), \forall k > 1 \end{aligned}$$

$\longrightarrow$ Rendimentos constantes de escala

PMg:

$$\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = \begin{cases} a, & ax_1 < bx_2 \\ 0, & ax_1 \geq bx_2 \end{cases}$$

$\longrightarrow$ Como $a > 0$, temos produto marginal decrescente.