CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

ECO 1113 TEORIA MICROECONÔMICA I
PROFESSOR: JULIANO ASSUNÇÃO TURMA: 2JA

Utilidade - Gabarito

2019

Questão 1:

Considere as seguintes funções de utilidade:

(a) Quais funções de utilidade representam as mesmas preferências?

(b) Para cada função de utilidade, calcule a taxa marginal de substituição e indique se ela é decrescente.

1. $U(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$
2. $U(x_1, x_2) = x_1^{1/3} x_2^{2/3}$
3. $U(x_1, x_2) = ln(x_1) + x_2$
4. $U(x_1, x_2) = x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_2^2$
5. $U(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2$
6. $U(x_1, x_2) = x_1 e^{x_2}$

R:

a)

As funções utilidade 1 e 4 representam as mesmas preferências:

$$\begin{aligned} U_4(x_1, x_2) &= x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_2^2 \\ &= (x_1 + 2x_2)^2 \\ &= (U_1(x_1, x_2))^2 \end{aligned}$$

As funções utilidade 2 e 5 representam as mesmas preferências:

$$\begin{aligned} U_5(x_1, x_2) &= x_1^{1/2} x_2 \\ &= (x_1^1 x_2^2)^{1/2} \\ &= (x_1^{1/3} x_2^{2/3})^{3/2} \\ &= (U_2(x_1, x_2))^{3/2} \end{aligned}$$

E as funções utilidade 3 e 6 também representam as mesmas preferências:

$$\begin{aligned} U_6(x_1, x_2) &= x_1 e^{x_2} \\ &= exp\,(\,ln(x_1 e^{x_2})) \\ &= exp\,(ln(x_1) + ln(e^{x_2})) \\ &= exp\,(ln(x_1) + x_2) \\ &= exp\,(U_3(x_1, x_2)) \end{aligned}$$

Repare, porém, que as transformações podem ser consideradas monotônicas apenas se assumirmos $x_1 \geq 0$ e $x_2 \geq 0$.

b)

$$TMS = \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial U/\partial x_1}{\partial U/\partial x_2}$$

(1)

$$TMS = -\frac{1}{2}$$

(4)

$$TMS = -\frac{2(x_1 + 2x_2).1}{2(x_1 + 2x_2).2} = -\frac{1}{2}$$

(2)

$$TMS = -\frac{1/3 x_1^{-2/3} x_2^{2/3}}{2/3 x_1^{1/3} x_2^{-1/3}} = -\frac{1}{2}\frac{x_2}{x_1}$$

(5)

$$TMS = -\frac{1/2 x_1^{-1/2} x_2}{x_1^{1/2}} = -\frac{1}{2}\frac{x_2}{x_2}$$

(3)

$$TMS = -\frac{1/x_1}{1} = -\frac{1}{x_1}$$

(6)

$$TMS == \frac{e^{x_2}}{x_1 e^{x_2}} = -\frac{1}{x_1}$$

Aqui podemos ver que as funções utilidade que representam a mesma relação de preferência / são transformações monotônicas crescentes possuem a mesma TMS.

Questão 2:

Considere a função utilidade $U(x_1, x_2) = (x_1 x_2)^{1/2}$. Responda:

(a) Que tipo de preferências ela representa?

(b) A função $V(x_1, x_2) = (x_1)^2(x_2)$ é uma transformação monotônica de $U(x_1, x_2)$?

(c) A função $W(x_1, x_2) = (x_1)^2(x_2)^2$ é uma transformação monotônica de $U(x_1, x_2)$?

(d) Por que uma transformação monotônica de uma função utilidade não altera a sua TMS?

R:

a) Preferências Cobb-Douglas

b) Não! Não existe $f(x)$ tal que $V(x_1, x_2) = f(U(x_1, x_2))$. Isso pode ser visto com o cálculo das taxas marginas de substituição, que são diferentes para as duas funções:

$$TMS_U = -\frac{1/2(x_1 x_2) x_2}{1/2(x_1 x_2) x_1} = -\frac{x_2}{x_1}$$

$$TMS_V = -\frac{2x_1 x_2}{x_1^2} = -2\frac{x_2}{x_1}$$

c) Sim! $W(x_1, x_2)$ é uma transformação monotônica de $U(x_1, x_2)$, com $f(x) = x^4$:

$$W(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2 = (x_1 x_2)^2 = ((x_1 x_2)^{1/2})^4 = (U(x_1, x_2))^4$$

Além de encontrar $f(x)$, outra forma de testar se duas funções utilidade representam a mesma relação de preferências é olhar se a TMS de ambas é igual. Aqui, a TMS de W é:

$$TMS_W = -\frac{2x_1 x_2^2}{2x_1^2 x_2} = -\frac{x_2}{x_1}$$

d) Aplicar uma transformação monotônica não altera a TMS da função utilidade pois:

$$
\begin{aligned}
TMS_{trans.monot.} &= -\frac{\partial f(U)/\partial x_1}{\partial f(U)/\partial x_2} \\
&= -\frac{f'(U)\partial U/\partial x_1}{f'(U)\partial U/x_2} \\
&= -\frac{\partial U/\partial x_1}{\partial U/\partial x_2} \\
&= TMS
\end{aligned}
$$

Questão 3:

Assinale V ou F, e explique suas respostas:

(a) Se a utilidade marginal é estritamente positiva para cada bem, então as curvas de indiferença são negativamente inclinadas.

(b) Se $U(x, y) = min\{x, y\}$, a utilidade do consumidor é constante ao longo da linha de 45º no espaço de bens.

(c) Um consumidor possui suas preferências por x e y representadas através da seguinte equação $U(x, y) = -[(x-3)^2 + (y-3)^2]$. Tais preferências vão apresentar um ponto de saciedade global no ponto (0,0).

(d) Uma função de utilidade $U(x, y) = x^2 - 2x + y$ representa preferências quase lineares.

R:

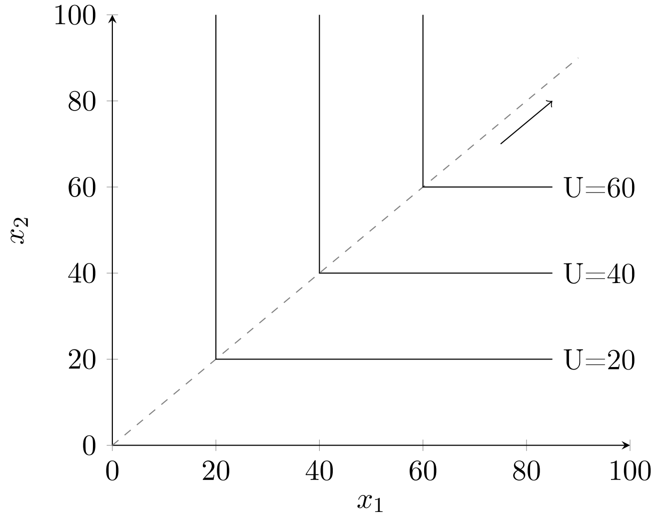
a) Verdadeiro.

Pela fórmula da TMS:

$$TMS = \frac{dx_2}{dx_2} = -\frac{\partial U/x_1}{\partial U/\partial x_2}$$

Assim, como a TMS é a inclinação das curvas de indiferença, podemos ver que se ambas as utilidades marginais forem estritamente positivas ($\partial U/\partial x_i > 0$) a inclinação das curvas de indiferença será negativa.

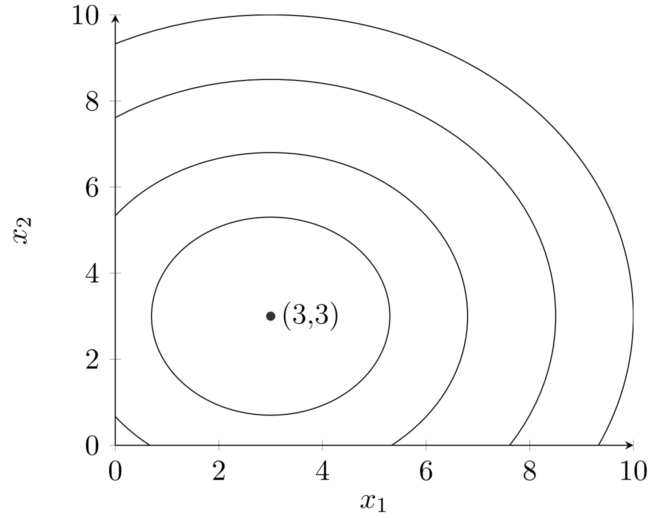
b) Falso.



Com $U(x_1, x_2) = min\{x_1, x_2\}$ temos um caso de complementares perfeitos, onde a utilidade cresce ao longo da reta de 45º.

c) Falso.

Essas preferências vão apresentar um ponto de saciedade em (3,3). (Repare que essa é basicamente a equação da circunferência, com o negativo fazendo com que o centro seja o ponto de máxima, e não mínima, saciedade).



d) Verdadeiro.

Essa é uma relação de preferência quase-linear, com $f(x) = x^2 - 2x$:

$$U(x_1, x_2) = x^2 - 2x + y = f(x) + y$$