

# **Minicurso IFB e Ibmec-SP: Métodos Empíricos Estruturais em Organização Industrial**

*XXVIII Encontro Brasileiro de Econometria  
Salvador, BA, 6 e 7 de Dezembro de 2006*

Leonardo Rezende

lrezende@econ.puc-rio.br

PUC-Rio e University of Illinois

## Objetivos:

- Uma introdução à OI empírica estrutural
- 1<sup>a</sup> Aula
  - Um exemplo: Bresnahan (1987)
- 2<sup>a</sup> Aula
  - Discussão sobre como estimar demanda por bens heterogêneos: Logit, BLP, micro-BLP

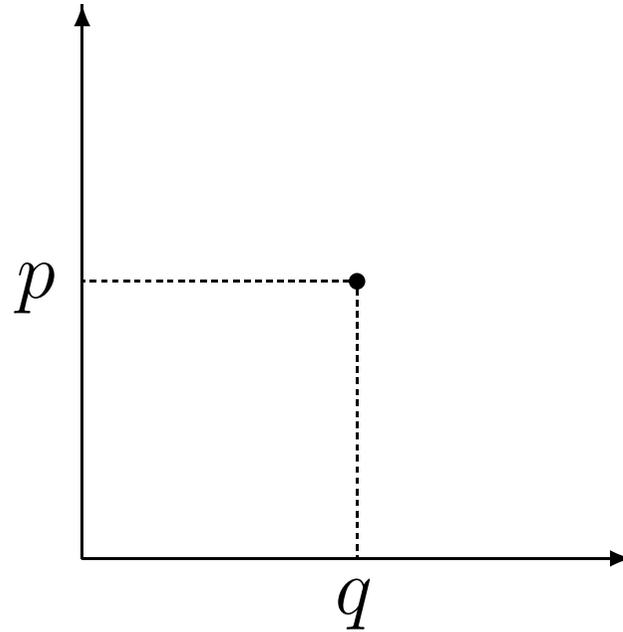
# Motivação

Como medir conduta anticompetitiva?

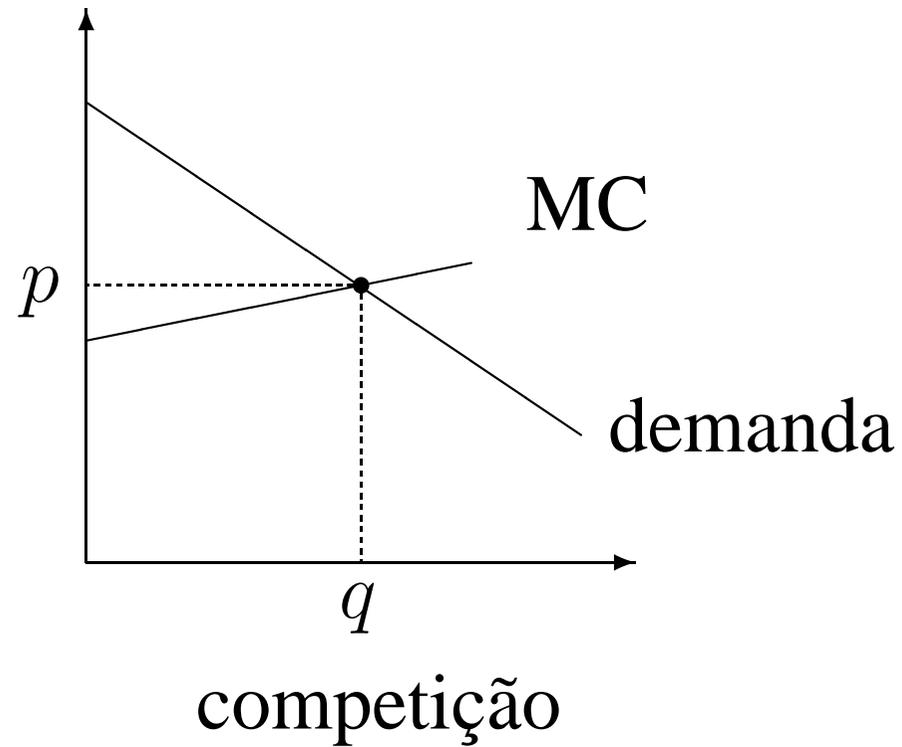
Não queremos/podemos usar:

- lucro contábil ( $\neq$  lucro econômico)
- custo marginal (não observável)

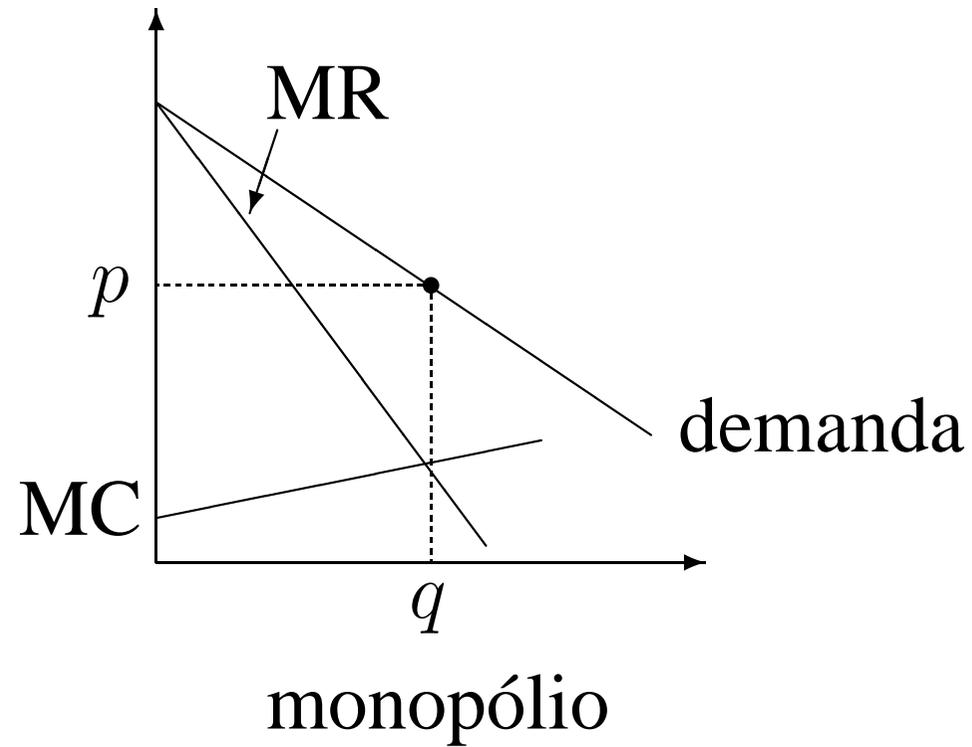
# O problema de identificação



# O problema de identificação



# O problema de identificação



# Especificações

Demanda (inversa):

$$p = D(q, Z, \delta, \epsilon_D)$$

- $Z$  = regressores,  $\delta$  = parâmetros,  $\epsilon_D$  = resíduo

Custo Marginal:

$$MC(q_i, W, \Gamma, \epsilon_C)$$

- $W$  = regressores,  $\Gamma$  = parâmetros,  $\epsilon_C$  = resíduo

Sob competição:

$$p = D(q, Z, \delta, \epsilon_D)$$

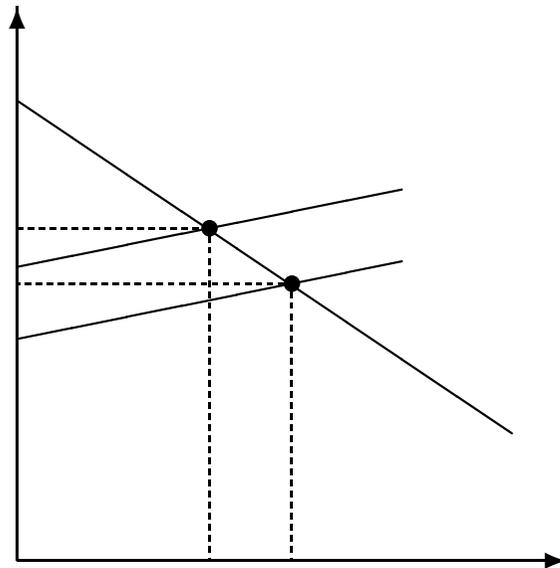
$$p = MC(q_i, W, \Gamma, \epsilon_C)$$

Monopólio:

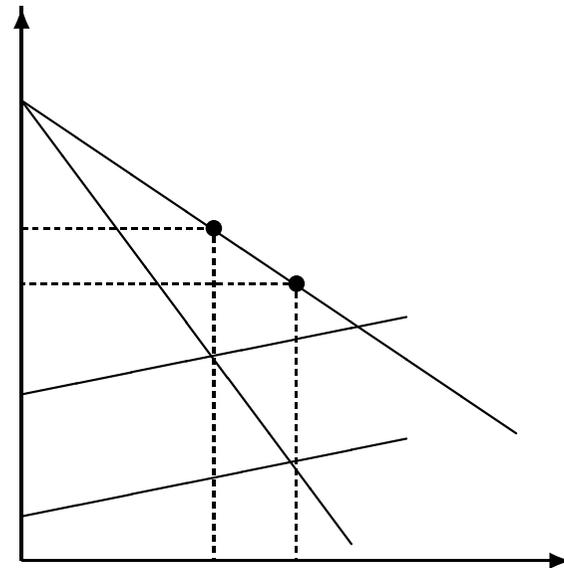
$$p = D(q, Z, \delta, \epsilon_D)$$

$$p - qD'(q, Z, \delta, \epsilon_D) = MR = MC(q_i, W, \Gamma, \epsilon_C)$$

Varição em  $W$  (em  $MC$ ) identifica demanda:



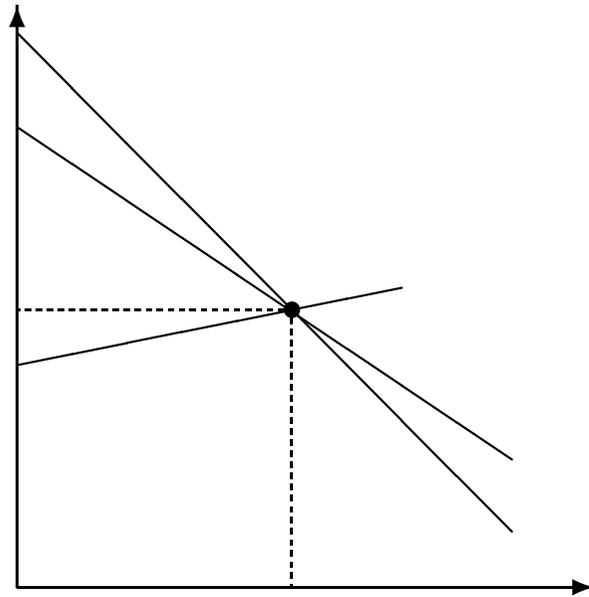
competição



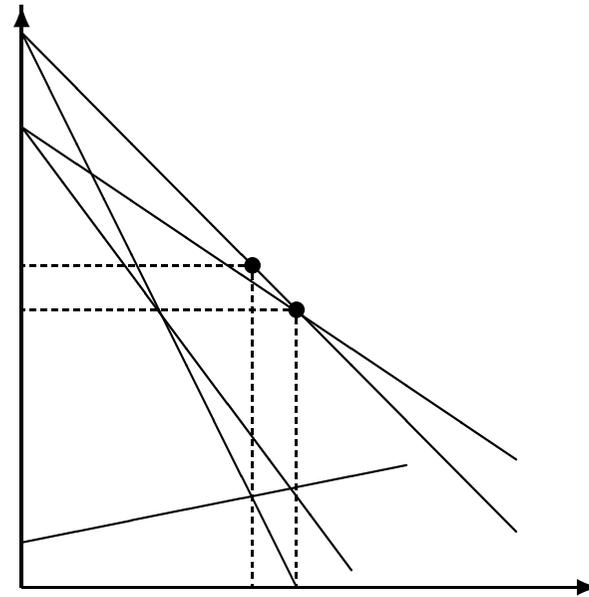
monopólio

... mas não conduta.

Para identificar conduta, precisamos variar  $D'$ !



competição



monopólio

Na prática, precisamos ver as mesmas firmas operando em mercados diferentes (= diferentes elasticidades)

Produtos diferenciados (e.g., automóveis):

- Compactos:
  - VW Gol, Chevrolet Celta, Fiat Palio, Renault Clio, Peugeot 206, Citroen C3
- Compactos “arredondados”:
  - VW New Beetle

# Bresnahan (1987)

“Competition and Collusion in the American Automobile Industry: the 1955 Price War” *Journal of Industrial Economics* XXXV n.4, June 1987.

Sobre o “puzzle de 1955”:

“(I) would flunk any econometrics paper that claimed to provide an explanation of 1955 auto sales”  
— Paul Samuelson

Bresnahan: Mudança de Conduta:

- Competição em 1955
- Conluio em 1954 e 1956

# Demanda por automóveis

- bem heterogêneo: dezenas de modelos
- Escolha discreta: demanda individual = 0 ou 1 (ou 2?...)

Bresnahan: Diferenciação Vertical:

- Modelo  $i$  tem *qualidade*  $x_i$  e preço  $p_i$ .

$x_i$ :

- É o mesmo para todos os consumidores
- (não diretamente observado por nós)

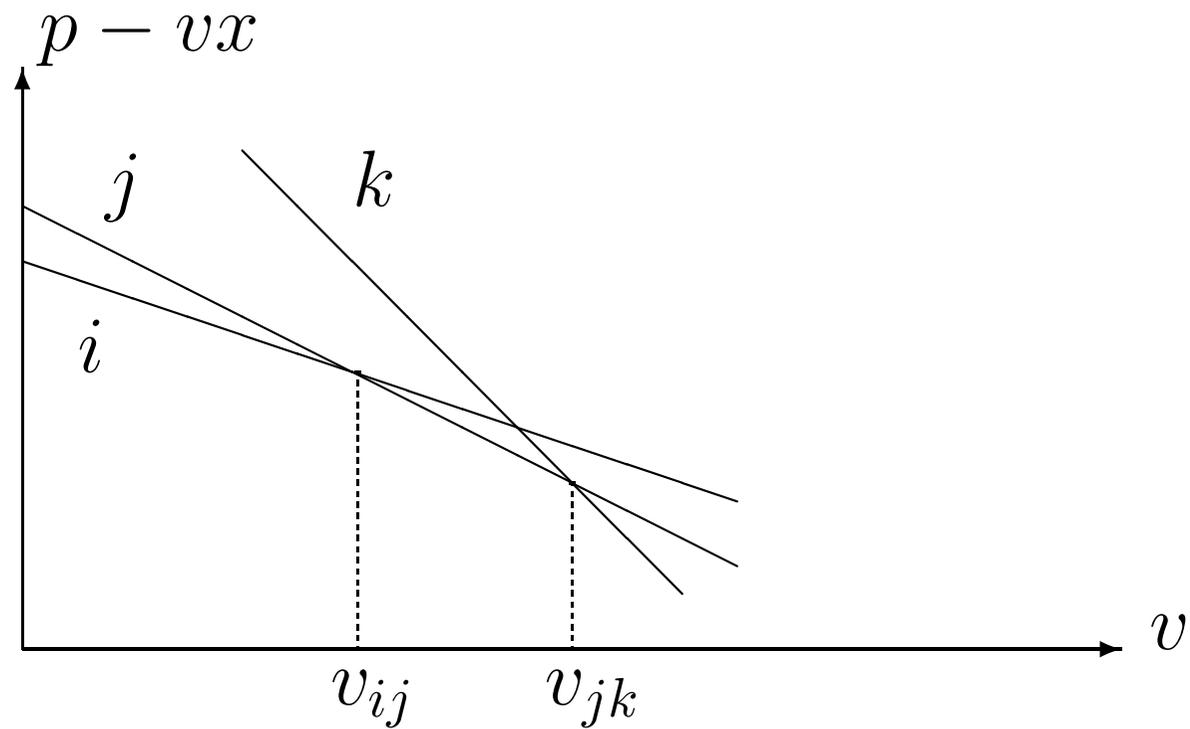
Consumidores têm diferentes propensões marginais a pagar por qualidade:

$$v \sim U[0, v_{max}], \text{ densidade } \delta$$

$$U(\text{carro com } (x_i, p_i)) = vx_i + Y - p_i$$

$$U(\text{sem carro}) = v\gamma + Y - E$$

Consumidor escolhe carro que minimize “preço líquido”  $p - vx$ :



# Calculando a Demanda

$$p_i - x_i v_{ij} = p_j - x_j v_{ij} \Rightarrow v_{ij} = \frac{p_j - p_i}{x_j - x_i}$$

Demanda por carro  $j$ :

$$q_j = \delta [v_{jk} - v_{ij}] = \delta \left[ \frac{p_k - p_j}{x_k - x_j} - \frac{p_j - p_i}{x_j - x_i} \right]$$

$$q_1 = \delta \left[ \frac{p_2 - p_1}{x_2 - x_1} - \frac{p_1 - E}{x_1 - \gamma} \right]$$

$$q_n = \delta \left[ v_{max} - \frac{p_n - p_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} \right]$$

Obs.:

$$D' = -\delta \left[ \frac{-1}{x_k - x_j} - \frac{1}{x_j - x_i} \right]$$

... varia com  $|x_i - x_j|$ : Elasticidade maior se há carros de qualidade similar.

# Lado da firma

Custo:

$$C(x, q) = A(x) + mc(x)q;$$

- $A(x)$  irrelevante
- $mc(x) = \mu e^x$

Lucro (do modelo  $j$ ):

$$\pi_j = (p_j - mc(x_j))q(p_i, p_j, p_k, x_i, x_j, x_k) - A(x_j)$$

Lucro da firma  $f$ :

$$\Pi_f = \sum_{j \text{ vendido por } f} \pi_j$$

# Preços de Equilíbrio e Conduta

- $x_i$  exógeno.
- $p_i$  determinado em equilíbrio.

Dois tipos de conduta possíveis:

- “Competição”: Bertrand-Nash
- Conluio: Monopólio

# Bertrand Nash

Se firma  $f$  produz  $j$  e não produz  $i$  e  $k$ :

$$q_j(p, x) + (p_j - mc(x_j)) \frac{\partial}{\partial p_j} q_j(x) = 0$$

Se produz  $k$  também:

$$q_j + (p_j - mc_j) \frac{\partial}{\partial p_j} q_j + (p_k - mc_k) \frac{\partial}{\partial p_j} q_k = 0$$

etc.

Dado  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , temos sistema de  $n$  equações em  $p = (p_1, \dots, p_n)$ .

# Conluio

$p$  de conluio: solução para

$$q_j + (p_j - mc_j) \frac{\partial}{\partial p_j} q_j + (p_k - mc_k) \frac{\partial}{\partial p_j} q_k + (p_i - mc_i) \frac{\partial}{\partial p_j} q_i = 0$$

para todos os carros.

(Como se firmas fossem uma só.)

# Especificação Econométrica

Dados:

- $p_i$  (list price)
- $q_i$  (total de carros  $i$  produzidos nos EUA num ano)
- $z_i$ : vetor de características do modelo  $i$ 
  - peso, comprimento, potência, # cilindros, se conversível

$$x_i = \sqrt{\beta_0 + \sum_t z_{it}\beta_t}$$

Definição de modelos: não trivial.

# Algoritmo

Parâmetros:  $\beta, \mu, \delta, v_{max}, \gamma, E(= mc(\gamma))$ .

1. Com chute de  $\beta$ , calcular  $x_1, \dots, x_n$ .
2. Ordenar modelos de acordo com  $x_i$ .
3. Com chute de  $\mu, \delta, v_{max}, \gamma$ , calcular  $p_1^*, \dots, p_n^*, q_1^*, \dots, q_n^*$  de equilíbrio.
4. Calcular verossimilhança, supondo que:

$$p_i = p_i^* + \epsilon_i^p, \quad \epsilon_i^p \sim N(0, \sigma_p^2)$$

$$q_i = q_i^* + \epsilon_i^q, \quad \epsilon_i^q \sim N(0, k_i \sigma_q^2)$$

Obs.:  $\epsilon$ s não são erros estruturais; erros de “forma reduzida”, ou de mensuração.

# Estimação

Bresnahan estima o modelo separadamente para:

- 1954, 1955, 1956
- Competição e Conluio
- (outras duas especificações: hedônica e “produtos”)

Dois testes:

- formal: Teste de Cox (porque  $H_0 \not\subset H_1$ ).
- informal: Comparação de Coeficientes

# Teste de Cox

Idéia: Sob  $H_0$ ,

$$\sqrt{n} \left( \frac{1}{n} (L_0 - L_1) - E_0[L_0 - L_1] \right) \rightarrow N$$

Mais precisamente, sejam

- $s_{0p}^2, s_{0q}^2$  variâncias estimadas sob  $H_0$ ;
- $s_{1p}^2, s_{1q}^2$  variâncias estimadas sob  $H_1$ ;
- $\phi_p^2, \phi_q^2$  variâncias estimadas sob  $H_1$  usando  $p^*, q^*$  de  $H_0$  como dados;

Então

$$T = \frac{n_p}{2} \log \left( \frac{s_{1p}^2}{s_{0p}^2 + \phi_p^2} \right) + \frac{n_q}{2} \log \left( \frac{s_{1q}^2}{s_{0q}^2 + \phi_q^2} \right)$$

# Características de OI empírica estrutural

- Foco: em uma indústria, ou uma firma, ou uma pessoa(!)
- Sob medida: metodologia específica para cada mercado.
- Teoria Econômica levada a sério: agentes e econometrista usam o mesmo modelo.
- Computacionalmente complexo.
- Formas funcionais restritivas.
- Propriedades formais dos estimadores nem sempre claras.
- Resultados nem sempre convincentes (Bresnahan é exceção!)

# Motivação para próxima aula

- Aprendemos que a hipótese crítica é sobre elasticidades-preço.
- Modelo de diferenciação vertical gera variação (via  $x_s$ ), mas...
- elasticidade preço cruzada entre  $j$  e  $n - 3$  não vizinhos tem que ser 0!!
- Como ficam VW Gol, Fiat Palio, Renault Clio, Peugeot 206, Citroen C3?

Na aula dois, veremos outros sistemas de demanda para bens diferenciados mais flexíveis.

# Segunda Aula

Queremos métodos para estimar demanda por bens diferenciados que:

- venham da agregação de decisões individuais;
- sejam estimáveis, mesmo com muitos bens;
- gerem elasticidades cruzadas mais realistas.

Discutiremos modelos de escolha discreta:

- Logit
- Nested Logit
- BLP
- micro-BLP

# Precisamos desses modelos?

Por que não estimar simplesmente sistema de demanda

$$\begin{aligned}\log q_1 &= X_1\beta + \eta_{11} \log p_1 + \dots + \eta_{1n} \log p_n + u_1 \\ &\vdots \\ \log q_n &= X_n\beta + \eta_{n1} \log p_1 + \dots + \eta_{nn} \log p_n + u_n?\end{aligned}$$

Inviável para  $n$  grande:

- $n^2$  elasticidades;
- $n$  instrumentos;
- às vezes, apenas  $n$  observações.

# Logit

Logit multinomial:

- Modelo de escolha discreta mais popular
- deu o Nobel de 2000 a McFadden

Consumidor  $i$  tem  $n + 1$  opções:

- $n$  bens + “outside good” (bem 0).

Consumidor resolve:

$$\max_{j \in \{0, \dots, n\}} u_{ij}$$

onde

$$u_{ij} = \delta_j + \epsilon_{ij} = X_j \beta - \alpha p_j + \epsilon_{ij}$$

- $\delta_j$ : componente sistemático
- $\epsilon_{ij}$ : componente idiossincrático (=resíduo)

Obs.  $u_{ij} \neq$  utilidade, utilidade indireta.

Consumidor compra  $j$  se

$$\delta_j + \epsilon_{ij} \geq \delta_k + \epsilon_{ik}, \forall k.$$

- $M$  consumidores nesse mercado ( $M \gg n$ ).
- $\epsilon_{ij}$  i.i.d.

Pela LGN,

$$s_j = \frac{q_j}{M} = \frac{1}{M} \sum_i \mathbb{I}\{\delta_j + \epsilon_{ij} \geq \delta_k + \epsilon_{ik}, \forall k\}$$

$$\rightarrow \Pr(\delta_j + \epsilon_{ij} \geq \delta_k + \epsilon_{ik}, \forall k)$$

Truque:  $\epsilon \sim F(t) = e^{-e^{-t}}$   
 (Distribuição valor extremo tipo 1)

$$\begin{aligned}
 s_j &= \Pr(\epsilon_{ik} \leq \epsilon_{ij} + \delta_j - \delta_k, \forall k) = \int \left( \prod_{k \neq j} e^{-e^{-(t+\delta_j-\delta_k)}} \right) e^{-t} e^{e^{-t}} dt \\
 &= \int \left( \prod_k e^{-e^{-(t+\delta_j-\delta_k)}} \right) e^{-t} dt = \int \left( e^{-e^{-t} \sum_k e^{-(\delta_j-\delta_k)}} \right) e^{-t} dt \\
 &= \int_0^\infty e^{-x \sum_k e^{-(\delta_j-\delta_k)}} dx = \frac{e^{-x \sum_k e^{-(\delta_j-\delta_k)}}}{-\sum_k e^{-(\delta_j-\delta_k)}} \Big|_0^\infty \\
 &= \frac{1}{\sum_k e^{-(\delta_j-\delta_k)}} = \frac{e^{\delta_j}}{\sum_k e^{\delta_k}}.
 \end{aligned}$$

$$s_j = \frac{e^{\delta_j}}{\sum_k e^{\delta_k}} \Rightarrow \frac{s_j}{s_k} = \frac{e^{\delta_j}}{e^{\delta_k}}$$

Normalização:  $\delta_0 = 0$ .

$$\frac{s_j}{s_0} = e^{\delta_j}$$

$$\log s_j - \log s_0 = \delta_j = X_j\beta - \alpha p_j$$

$\beta$ ,  $\alpha$  podem ser estimados por OLS.

# “Red Bus, Blue Bus”

Conta depende da definição de produtos:

- Se dividirmos  $j$  em  $j'$  e  $j''$  (com  $\delta_j = \delta_{j'} = \delta_{j''}$ ),

$$s_j < s_{j'} + s_{j''} (\simeq 2s_j)$$

# Elasticidades

- $p_k$  afeta  $\delta_k$  que afeta  $s_j = \frac{e^{\delta_j}}{\sum_k e^{\delta_k}}$ , para todo  $j$ .
- Porém  $\frac{s_j}{s'_j} = \frac{e^{\delta_j}}{e^{\delta_{j'}}$  *não* muda.
  - Uma promoção no Clio afeta na mesma proporção vendas de Peugeots 206 e Ferraris.

IIA: Independence of Irrelevant Alternatives

# Nested Logit

Aninhar escolha em grupos:

- Compactos, SUVs, Luxo, etc.

Utilidade para bem  $j$  do grupo  $g$ :

$$u_{ij} = \delta_j + \zeta_{ig} + (1 - \sigma)\epsilon_{ij},$$

com  $\epsilon_{ij}$  e  $\zeta_{ig} + (1 - \sigma)\epsilon_{ij} \sim \text{e.v.t.1.}$

- $\sigma$  mede importância do grupo.

No Nested Logit,

$$\log s_j - \sigma \log(s_{j|g}) - \log s_0 = \delta_j$$

onde  $s_{j|g}$  é o market share de  $j$  dentro de  $g$ .

# BLP

BLP: Berry, Levinsohn e Pakes (1995): “Automobile Prices in Market Equilibrium”, *Econometrica* 63, n.4.

- Principal Referência na Literatura
- Como Bresnahan,
  - sobre mercado de automóveis nos EUA, 1971-1990
  - dados anuais de  $p_j$ ,  $q_j$  e  $z_j$  agregado por modelo
  - Estima demanda e oferta, preços de oligopólio
- diferente de Bresnahan,
  - especificação de demanda muito mais geral.

# A demanda BLP

Ponto de partida:

$$u_{ij} = X_j \tilde{\beta}_i - \alpha p_j + \xi_j + \epsilon_{ij}$$

Duas extensões cruciais:

- $\xi_j$ : característica não observável de  $j$
- $\tilde{\beta}_i$ : heterogeneidade de preferências

# O $\xi_j$

Características não observadas do bem:

- Elementos subjetivos (beleza do carro); erros de medição de  $z_j$ ; quaisquer outros efeitos que façam  $j$  desejável para todos os consumidores.

... estão em  $\xi_j$ .

Considere modelo  $u_{ij} = X_j\beta - \alpha p_j + \chi_j + \epsilon_{ij}$ .  
Derivação do Logit ainda vale, com

$$\delta_j = X_j\beta - \alpha p_j + \chi_j.$$

Obtemos:

$$\log s_j - \log s_0 = \delta_j = X_j\beta - \alpha p_j + \xi_j$$

$\xi_j$  está (é) resíduo da regressão original.

Problema:

- $p_j$  é endógeno (firmas conhecem  $\xi_j$ ).

Precisaremos de instrumentos.

## Os $\tilde{\beta}_i$

Consumidores podem ter diferentes preferências sobre características:

- tamanho pode ser bom para famílias grandes, ruim para solteiros.

Supomos que coeficiente para característica  $t$  é

$$\tilde{\beta}_{ti} = \beta_t + \zeta_{ti}, \quad \zeta_{ti} \sim N(0, \sigma_t^2)$$

então

$$u_{ij} = [X_j\beta - \alpha p_j + \xi_j] + \left[ \sum_t x_{jt} \zeta_{ti} + \epsilon_{ij} \right] = \delta_j + \nu_{ij}.$$

$\nu_{ij} \neq$  e.v.t.1. Fórmulas do logit não são válidas.

$$s_j = S_j(\delta) = \int \left( e^{\delta_j} / \sum e_k^\delta \right) dP_\sigma(\zeta)$$

Algoritmo tem que resolver sistema para obter:

$$S^{-1}(s) = \delta_j = X_j\beta - \alpha p_j + \xi_j$$

(ver Berry 1994)

# Renda

$y_i$  = Renda de  $i$ .

$$u_{ij} = X_j \tilde{\beta}_i - \alpha \log(y_i - p_j) + \xi_j + \epsilon_{ij}$$

(Demanda de ricos mais inelástica).

Problema:

- Não há dados de compras por nível de renda.

Solução (parcial): tratar  $y_i$  como um  $\nu$ :

$$y_i \sim \text{lognormal},$$

Com parâmetros estimados com CPS de cada ano.

# Oferta

$$\log(mc_j) = W_j\gamma + \omega_j$$

- $W_j$  análogo (=) a  $X_j$
- $\omega_j$  análogo a  $\xi_j$

Lucro da firma é

$$\Pi_f = \sum_{j \text{ de } f} (p_j - mc_j) M s_j(p)$$

CPO

$$s_j + \sum_{r \text{ de } f} (p_r - mc_r) \frac{\partial}{\partial p_j} s_r = 0$$

Definindo matriz  $n \times n$ :  $\Delta$

$$\Delta_{jr} = -\frac{\partial}{\partial p_j} s_r \text{ se } r, j \text{ da mesma firma ou } 0$$

CPO fica

$$s - \Delta[p - mc] = 0$$

$$mc = p - \Delta^{-1}s$$

$$\log(p - \Delta^{-1}s) = W\gamma + \omega$$

# Instrumentos

- $\xi_j, \omega_j$  afetam decisões das firmas, como  $p_j$ .
- Características de produtos  $x_j, w_j$  supostas exógenas.

Idéia:

- usar  $x_r$ :
  - em oligopólio,  $x_r$  afeta mark-up de  $j \Rightarrow p_j$
  - *suposto* exógeno.

# Algoritmo

Dado “chute” de parâmetros,

1. simule  $\nu \sim P_\sigma$  para poder calcular

$$S_j(\delta) = \int (e_j^\delta) / \sum e_k^\delta) dP_\sigma$$

2. itere

$$\delta^{t+1} = \delta^t + \log(s) - \log(S(\delta^t))$$

para obter  $\delta$ .

3.  $\xi = \delta - x\beta$ .
4. calcule  $\Delta (= -\frac{\partial}{\partial p_j} s_r$  e zeros).
5.  $\omega = \log(p - \Delta^{-1}s) - W\gamma$ .
6. GMM em  $E((\xi, \omega)|z) = 0$ .

# micro-BLP

Berry, Levinsohn and Pakes, “Differentiated Products Demand System from a Combination of Micro and Macro Data: The New Car Market”, *Journal of Political Economy*, 112, 1, Feb. 2004.

Como combinar dados agregados (ao nível do produto) com microdados (ao nível do consumidor).  
Microdados:

- características do consumidor  $\times$  compra
- inclui dados sobre segunda opção

- $j$ : produto
- $k$ : características dos produtos
- $i$ : consumidor
- $r$ : características do consumidor

$$u_{ij} = \sum_k x_{jk} \tilde{\beta}_{ik} + \xi_j + \epsilon_{ij}$$

agora,

$$\tilde{\beta}_{ik} = \bar{\beta}_k + \sum_r z_{ir} \beta_{kr}^o + \beta_k^u \nu_{ik}$$

# (Não) lidando com $\xi$

Podemos escrever

$$u_{ij} = \delta_j + \sum_{k,r} x_{jk} z_{ir} \beta_{kr}^o + \sum_k x_{jk} \beta_k^u \nu_{ik} + \epsilon_{ij}$$

onde  $\delta_j = \sum_k x_{jk} \bar{\beta}_k + \xi_j$ .

Considere  $\delta_j$  como parâmetro (efeito fixo):

- Podemos estimar  $\beta^o, \beta^u$  sem fazer nenhuma hipótese sobre  $\xi$ .
- Mas não podemos estimar  $\bar{\beta}$ .

# Precisamos de $\bar{\beta}_k$ ?

Sim:  $\bar{\beta}_k$  de  $p$  ( $= -\alpha$ ) necessário para elasticidades.

Mas *padrão* de substituições determinado por  $\beta^o, \beta^u$ .

Elasticidade é composição de dois efeitos:

1. Se  $p_j$  sobe,  $\delta_j$  cai (medido por  $\bar{\beta}$ )
2. Se  $\delta_j$  cai,  $s_{j'}$  sobe (determinado por  $\beta^o, \beta^u$ )

No Logit,  $\beta^o, \beta^u = 0$ .

# Método: GMM em

1.  $s_j$  previsto no modelo = nos dados  
→ determina  $\delta$
2.  $\text{Cov}(x \text{ do carro comprado}, z)$  previsto no modelo = nos dados  
→ para estimar  $\beta^o$
3.  $\text{Cov}(x \text{ do carro comprado}, x \text{ da segunda escolha})$  previsto no modelo = nos dados  
→ para estimar  $\beta^u$

Se  $i$  compra  $j$  (com  $x_k$  alto) de forma inesperada (dado  $z_i$ ), ou  $\epsilon_{ij} \gg 0$  ou  $\nu_{ik} \gg 0$ . Se  $\nu_{ik} \gg 0$ , segunda escolha será carro com  $x_k$  alto.